

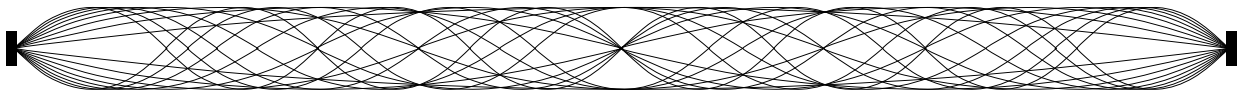
А. В. Яновский

ПРИРОДА НЕГАРМОНИЧНОСТИ ОБЕРТОНОВ В ЗВУКАХ ФОРТЕПИАНО

Ни одна серьёзная литература по музыкальной акустике не обходится без упоминания акустического феномена, именуемого негармоничностью обертонов, объясняя его естественной жёсткостью материала струн.

В предыдущей статье «Понятие интервалообразующих гармоник» уже было рассказано о волнообразных конфигурациях, принимаемых телом натянутой струны в процессе её свободных колебаний, и в качестве иллюстрации был приведён следующий рисунок.

СОВМЕЩЁННЫЕ КОНФИГУРАЦИИ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ (в составе первых 8 гармоник)



Заметим, что данный рисунок отображает структуру и конструкцию колебаний так называемой идеально гибкой струны, то есть струны, которая может существовать только и исключительно в мыслительной действительности (теоретические представления, воображение и т. п.) Здесь представление о колебательном процессе в его характеристиках базируется на следующем. Во-первых, в состоянии покоя конфигурация струны представляет собой прямую линию между двумя точками отсечения, функцию которых выполняют изображённые по краям вертикальные засечки, символизирующие элементы опорной конструкции фортепиано, между которыми струна натянута. Во-вторых, энергия удара фортепианного молотка заставляет струну растянуться ещё, чтобы в процессе колебаний принимать вид различных кривых линий между теми же точками (а мы знаем, что все кривые между двумя точками всегда длиннее единственной прямой между теми же точками). В-третьих, звеньев у всех кривых любой цепочки всегда бывает только целое число, и эти звенья заполняют собой весь промежуток струны между точками отсечения. В-четвёртых, чем короче звенья цепочки, тем выше частота колебаний данной гармоники.

Если бы такую струну можно было создать в реальности, её обертоны были бы абсолютно гармоничны, что проще всего объяснить математически. Если частота гармоники основного тона струны, то есть гармоники №1, была

бы, например, 100 Гц, то частота гармоники № 2 была бы 200 Гц, №3 300 Гц и т. д. Следовательно, тогда бы каждое первое колебание гармоники №5 всегда совпадало бы с каждым пятым колебанием гармоники №1, каждое первое колебание гармоники №4 совпадало бы с каждым четвёртым колебанием гармоники №1, каждое первое колебание гармоники №3 совпадало бы с каждым третьим колебанием гармоники №1 и т. д. Аналогичные совпадения существовали бы и между другими гармониками. Например, совпадали бы каждое третье колебание гармоники №2 с каждым вторым колебанием гармоники №3, каждое четвёртое колебание гармоники №5 с каждым пятым колебанием гармоники №4, каждое пятое колебание гармоники №3 с каждым третьим колебанием гармоники №5 и т. д. Но достаточно рассмотреть вышеописанное в контексте фактора жёсткости материала струны, как эта благодная картина претерпит серьёзные изменения: вышеперечисленные колебания совпадать перестанут и в оберточной структуре звука, формирующей его тембр, возникнет частотный разлад, то есть проявит себя негармоничность.

Исследования в физике вообще и музыкальной акустике в частности позволили установить, что негармоничность обертонов звука, образуемого колеблющейся струной, целиком и полностью зависит от физико-механических свойств и конкретного состояния этой струны. Теория гласит

$$f' = f^n \left(1 + \frac{\pi n^2}{32} \cdot \frac{E d^2}{\sigma l^2} \right)$$

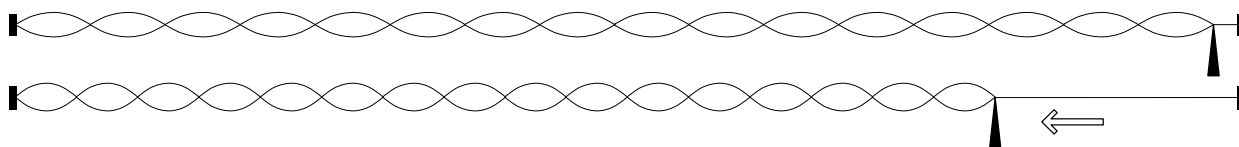
(см. формулу), что эта негармоничность пропорциональна величине модуля упругости материала струны (E), её толщине (d), номерам её гармоник (n) и обратно пропорциональна её длине (l) и величине напряжения в её материале (σ), а также что частоты её гармоник (f'), образующих обертоны, отклоняются от расчётных значений (исчисляемых у идеальной струны от f^0 , то есть от частоты нулевого обертона, это же и частота гармоники основного тона №1) непременно и исключительно в сторону повышения. Иными словами, чем струна толще, короче, слабее натянута и из более упругого материала изготовлена, тем отклонение частот её гармоник значительнее. Причем частота гармоники с бóльшим номером отклоняется сильнее, чем частота гармоники той же струны, номер которой меньше.

Заучить всё это и носить в себе как знание несложно, но без понимания этого знания оно практически бесполезно. Однако и превратить это знание в понятие негармоничности тоже несложно, для чего необходимо всего лишь применить обычную логику, элементарные теоретические знания о колебаниях, а также личные наблюдения, полученные из опыта обращения с металлической проволокой вообще и со струнной проволокой в частности.

Построим это понятие, излагая аргументы в необходимой логической последовательности.

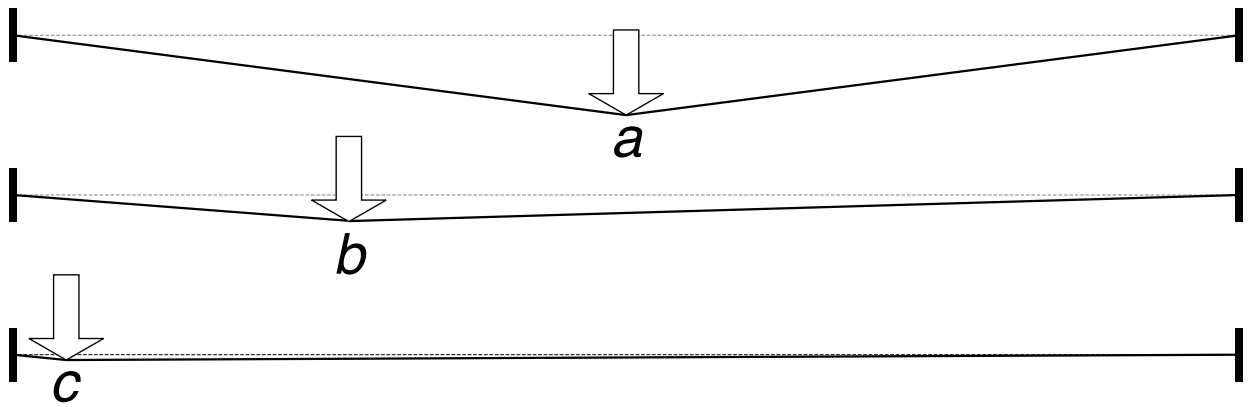
Аргумент №1. И из теории, и из практики мы помним, что повышение тона требует либо струны более тонкой, либо более короткой, либо изготовленной из менее плотного материала, либо её следует сильнее натянуть. Однако все эти факторы нам для нашего рассуждения о негармоничности обертонов не подходят, поскольку применение любого из них вызывает пропорциональное и одновременное повышение как основного тона, так и всех обертонов, причём безо всяких отклонений по сравнению с положением предыдущим. А нам необходимо доискаться тех факторов, которые бы это отклонение частот гармоник вызывали, причём всех гармоник одновременно, но у разных гармоник по-разному.

Аргумент №2. И всё же начнём с фактора укорочения струны. Вообразим колеблющуюся струну, одной из жёстких опор которой является подвижной порожек. На рисунке струна изображена в конфигурации гармонике №16 (в европейской музыкально-звуковой системе это – гармоника малых секунд, или, что то же самое, гармоника полутона), то есть конфигурация представляет собой цепочку из 16 звеньев.



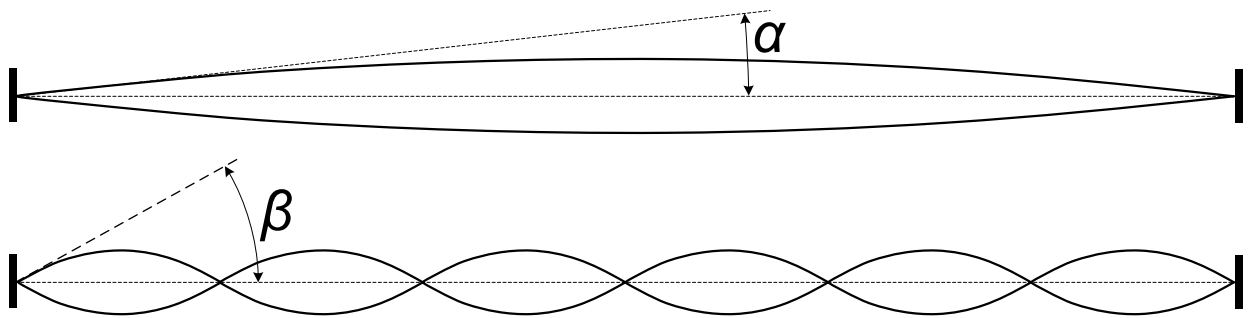
Механически (заметим это, поскольку это важно!) сдвигая порожек влево (нижняя часть рисунка), мы получаем цепочку из всё тех же 16 звеньев, но уже на сокращённом рабочем участке струны, что непременно приведёт к повышению частоты колебаний и в гармонике №16, и во всех остальных не указанных на рисунке гармониках, то есть к повышению высоты звучания в целом, то есть и основного тона (гармоника №1), и всех обертонов (все остальные гармоники).

Аргумент №3. Вообразим натянутую струну, к которой мы приложили поперечное изгибающее усилие (его на рисунке символизирует стрелка) постоянной величины.



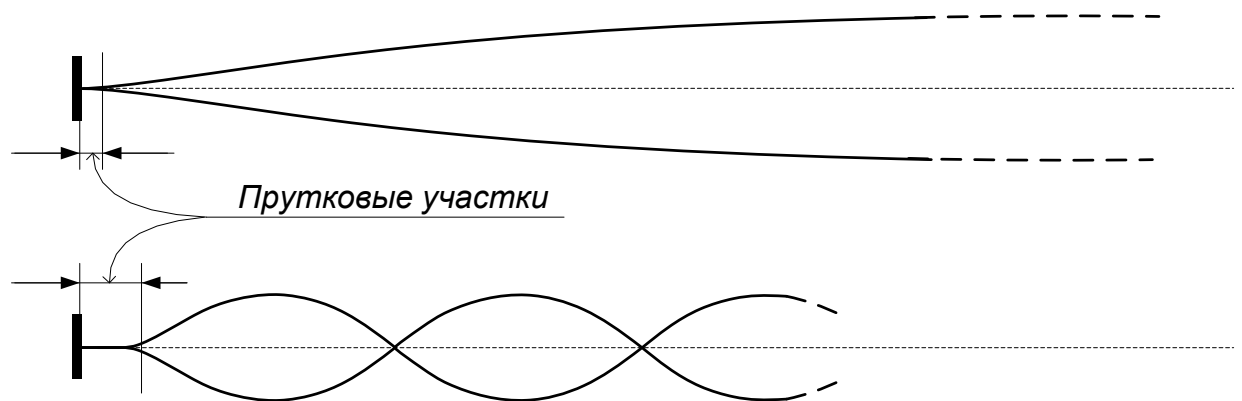
Бесспорно, что это усилие, приложенное в точке a , вызовет значительно большее растяжение и изгибание струны, чем в точке b , и уж тем более чем в точке c . Но это ещё не всё. Продолжая перемещать точку приложения усилия в том же направлении, то есть, всё более и более приближаясь к опоре, мы непременно столкнёмся с тем, что струна вообще перестала поддаваться и растяжению, и изгибанию. Таким образом, проявляет себя так называемый прутковый эффект. Для полноты представления объясним его ещё и по-другому. Вообразим, что мы разрезали струну пополам. Пока обрезок длинён, он изгибающему усилию будет поддаваться легко, но если мы станем обрезать его всё короче, короче и короче, он при той же величине прилагаемого усилия будет поддаваться изгибанию всё менее и менее охотно, а затем непременно наступит момент, когда обрезок превратится в пруток, который изогнуть уже будет нельзя. И ещё: увеличив изгибающее усилие, мы длину прутка можем сократить, а уменьшив усилие, длину увеличим. Вернувшись к «неразрезанной» струне, условимся, что те её части у опор (на рисунке – у левой, но то же самое и у правой), которые не поддаются изгибанию вследствие проявления пруткового эффекта, мы будем называть в дальнейшем прутковыми участками.

Аргумент №4. У различных гармоник одной и той же струны кривизна «волн» звеньев различна; у гармоник меньших номеров (в верхней части рисунка ниже приведена конфигурация гармоники №1, гармоники основного тона) «волна» более пологая и требует меньшего изгиба (угол α), а у гармоник больших номеров (нижняя часть рисунка, гармоника №6, гармоника малых терций) «волна» более крутая и требует изгиба большего (угол β). И, следовательно, чем больше номер гармоники, тем угол изгиба при формировании её конфигурации требуется больший.



Однако не следует забывать, что приведённый рисунок отражает ситуацию колебаний струны без учёта её жесткости, то есть струны идеально гибкой. А у реальной струны, с учётом её жесткости, мы получим то же самое, но с чрезвычайно существенными изменениями.

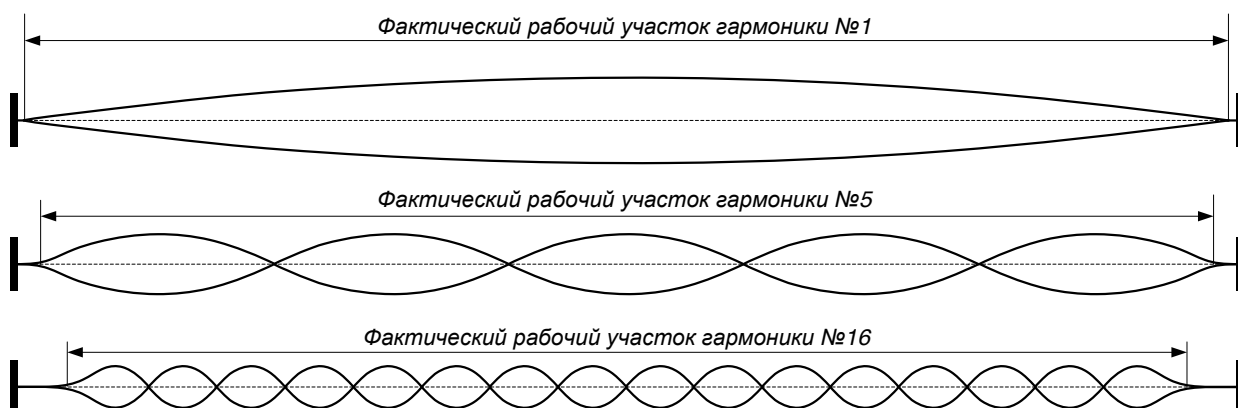
Аргумент №5. В силу действия пруткового эффекта отгибание реальной струны в обе стороны от условной линии покоя происходит не непосредственно у жёсткой опоры, а с «отступом» от неё на длину пруткового участка. Причём у различных гармоник одной и той же струны прутковые участки длину имеют различную. У конфигурации гармоники с небольшим номером для формирования ближайшего к опоре полноценного звена цепочки требуется отгибание на небольшой угол, поэтому у неё прутковый участок получается короче, а у гармоники с бóльшим номером угол отгибания больший, поэтому и прутковый участок получается длиннее.



Из этого следует, что рабочий участок колеблющейся реальной струны сокращается для каждой из гармоник на длину двух прутковых участков (у левой и правой опор), но теперь уже не механически, в результате действия человека, а автоматически, в силу физических особенностей собственного материала жёсткой струны.

Аргумент №6. Следовательно, у идеально гибких струн длина теоретического и фактического рабочих участков равна и полностью

совпадает. То есть теоретический и он же фактический рабочий участок простирается от одной жёсткой опоры до другой и гармоники цепочками своих звеньев занимают всю его длину. У реальной струны всё не так.



Здесь мы видим, что если у гармоники №1 фактический рабочий участок почти совпадает с теоретическим, то у гармоники №5 он по сравнению с теоретическим явно короче, а у гармоники №16 он короче ещё более значительно. А чем чревато сокращение рабочего участка (причём не важно, механическое оно или физическое), нам известно из аргумента №2. То есть чем рабочий участок короче, тем выше частота гармоники, которая вписывается цепочкой всех её звеньев в его габариты. А поскольку в колебаниях одной и той же струны у всякой последующей гармоники рабочий участок короче, чем у предыдущей, то получается, что отклонение всякой последующей гармоники по частоте всё значительнее и значительнее. Это и есть механизм образования негармоничности обертонов.

Аргумент №7 (последний). Теперь рассмотрим, как «работает» на увеличение или уменьшение негармоничности обертонов весь комплекс факторов, изложенных в теоретическом определении формулы, приведённой в первой части статьи, «накладывая» определения этих факторов на представления, полученные в ходе рассмотрения аргументов №№1-6.

Итак, негармоничность обертонов прямо пропорциональна величине модуля упругости материала струны (E). То есть если мы возьмём две струны одинаковой толщины, длины и натянутых с одинаковой силой, но одна струна будет изготовлена из струнной стали, величина модуля упругости которой составляет 200000 мегапаскалей, а другая из нейлона, величина модуля упругости которого, в зависимости от марки, составляет всего лишь от 1100 до 1800 мегапаскалей, то совершенно очевидно, что прутковые участки у менее упругой нейлоновой струны окажутся значительно короче, чем у стальной. Следовательно, чем выше модуль упругости (то есть чем

более упруг материал струны), тем негармоничнее производимые её гармониками обертоны.

Негармоничность обертонов прямо пропорциональна толщине струны. Если мы возьмём две струны одинаковой длины, изготовленные из одного материала и натянутые с одинаковой силой, но одна струна будет толще, а другая тоньше, то совершенно очевидно, что прутковые участки у менее сопротивляющейся изгибам тонкой струны будут короче, чем у толстой. Следовательно, чем толще струна, тем негармоничнее производимые её гармониками обертоны.

Негармоничность обертонов прямо пропорциональна номерам производящих эти обертоны гармоник. Аргумент №6 нам показал, что чем больше номер гармоники, тем большую крутизну имеют «волны» её звеньев и тем большее сопротивление изгибанию оказывает упругий материал струны, увеличивая длину прутковых участков. Следовательно, чем больше номер гармоники, тем негармоничнее звучит производимый ею обертон.

Негармоничность обертонов обратно пропорциональна длине струны, на что «работают» два фактора. Во-первых, чем длиннее струна, тем длиннее звенья её гармоник, а значит тем меньше крутизна их «волн», а чем меньше крутизна волн, то, как свидетельствует аргумент №5, тем короче прутковые участки. Во-вторых, чем длиннее струна, тем меньше отношение суммы длин каждой пары её прутковых участков к общей длине её фактического рабочего участка, то есть тем незначительнее влияние укорочения рабочего участка на качество звучания обертонов. Следовательно, чем длиннее струна, тем гармоничнее обертоны, производимые её гармониками.

Негармоничность обертонов обратно пропорциональна величине напряжения в материале струны. Это напряжение определяется отношением силы натяжения струны к площади её сечения. То есть, натягивая струну сильнее, мы повышаем напряжение в её материале, усиливая тем самым сопротивление материала струны изгибанию, а это означает, что никакая гармоника из структуры её колебаний никуда не девается, но её амплитуда (размах колебаний) с увеличением напряжения несколько уменьшается, а это, в свою очередь, несколько уменьшая интенсивность гармоники (яркость звучания производимого ею обертона) влечёт и уменьшение крутизны «волн» её, уменьшение крутизны волн укорачивает прутковые участки (аргумент №5), а чем короче прутковые участки, тем гармоничнее обертоны. Следовательно, чем выше напряжение в материале струны, тем ниже негармоничность производимых её гармониками обертонов.

Построив понятие негармоничности обертонов, мы теперь в состоянии отвести одно возможное возражение и дать объяснение одному акустическому явлению.

Возможное возражение заключается в следующем. Колеблющаяся струна тратит практически всю переданную ей ударом фортепианного молотка энергию на раскачивание опор, между которыми натянута, благодаря чему всё богатство её колебаний передаёт штегу, штег – деке, дека – упругой воздушной среде, воздушная среда – нашему слуху. Но ведь если колебания гармоник, в особенности высокочастотных, до опор не доходят, поскольку этому препятствуют прутковые участки, то получается, что производимый струной звук обеднён на огромное количество обертонов и в первую очередь высоких. Это – заблуждение, поскольку неподвижные прутковые участки как бы перестают быть функциональными звеньями струны и становятся функциональными дополнениями жёстких опор, то есть их продолжением, и «работают» с тем же эффектом, что и собственно опоры.

Акустическое же явление, которое мы теперь в состоянии объяснить, заключается в следующем. Музыкальная акустика гласит, что в отличие от смычковых, где пока длится трение смычка о струну, её колебания совершенно однородны, в звучании фортепианной струны, колеблющейся свободно после удара фортепианного молотка, высокие обертоны затухают быстрее, чем низкие. Причин у этого явления три. Во-первых, образованию конфигураций высокочастотных гармоник с их изгибами и перегибами повышенной крутизны жёсткая струна сопротивляется сильнее, чем образованию конфигураций гармоник низкочастотных. Следовательно, значительную часть энергии она вынуждена тратить не на яркость и длительность звучания высокочастотных обертонов, а на сопротивление струны образованию конфигураций их гармоник. Из-за этого высокочастотные гармоники испытывают больший, чем низкочастотные, энергетический (к тому же быстро исчерпываемый) дефицит, что уменьшает их амплитуды и, следовательно, яркость и длительность звучания производимых ими обертонов. Во-вторых, чтобы производить колебания, струна вынуждена удлиниться, и её длина во всякий момент времени одинакова для всех гармоник. При формировании гармоник небольших номеров с их небольшим количеством изгибов и перегибов струна позволяет им иметь широкую амплитуду, но чем больше номер гармоники, тем выше кривизна её конфигурации и тем уже должна быть её амплитуда, чтобы струна смогла уложиться всеми своими искривлениями в ту же длину растянутой для колебаний струны. Разумеется, чем гармоники высокочастотнее, тем им по причине их ослабленных амплитуд сложнее преодолевать сопротивление

раскачиванию не только жёстких опор, но ещё и удлинённых прутковых участков.

И, наконец, последнее. Большинство фортепианных мастеров-настройщиков считает негармоничность обертонов «головной болью» профессии, поскольку она намного сильнее, чем сумма всех других факторов, усложняет задачу достижения высокой точности музыкального строя фортепиано. Но немногие из них знают, что та же негармоничность принуждает их создавать музыкальный строй, звучание которого с наибольшей полнотой соответствует психофизиологии слухового восприятия музыкальных звуков. Дело в том, что психофизиологи выявили следующее: человеческий слух считает правильным звучание того музыкального строя, у которого низкие звуки звучат несколько ниже, а высокие несколько выше, чем им звучать положено. И именно феномен негармоничности обертонов обеспечивает эту «правильность». Если мы, например, настраиваем октаву по закону классического для идеально гибких струн соотношения частот основных тонов 2:1, то гармоника №2 нижнего тона по причине её негармоничности будет иметь бóльшую частоту, чем гармоника №1 верхнего тона и, следовательно, в звучании октавы вместо акустической чистоты будут прослушиваться биения. Чтобы их устранить, настройщик вынужден либо понизить нижний тон, либо повысить верхний. Следовательно, у такой октавы образуется соотношение частот не 2 к 1, а 2 с чем-то к 1. А поскольку струны фортепиано по мере движения по звуковому диапазону вниз становятся всё толще и толще, а по мере движения вверх – всё короче и короче, негармоничность обертонов в их звучании всё более и более усиливается. В результате по мере продвижения к краям звукового диапазона фортепиано вышеупомянутое «с чем-то» будет только возрастать. Такая же закономерность действует и во всех других интервалах. То есть всякий верхний тон любого интервала относительно всякого нижнего тона того же интервала будет звучать несколько завышено, а нижний тон относительно верхнего – несколько занижено, что и требуется для слухового восприятия строя как благозвучного.