



Справочник

Л. А. КУЗНЕЦОВ

**АКУСТИКА
МУЗЫКАЛЬНЫХ
ИНСТРУМЕНТОВ**



Москва

Легпромбытиздат

1989

ББК 37.27

К89

УДК [681.8:534] (035)

Рецензенты: гл. инж. *Н. М. Ивлев* (Люберецкий э-д электромузыкальных инструментов), инж.-технолог *А. Ф. Плескач* (фабрика клавишных инструментов «Заря»)

Кузнецов Л. А.

К89 Акустика музыкальных инструментов: Справ.—
М.: Легпромбытиздат, 1989.— 368 с.: ил.—
ISBN 5—7088—0166—2.

Рассмотрены основные акустические качества музыкальных инструментов, приведены их количественные и качественные характеристики.

Для инженеров-исследователей, разработчиков и инженерно-технических работников, занятых в сфере производства и ремонта музыкальных инструментов.

К $\frac{3402010000-086}{044(01)-89}$ 86—89

ББК 37.27

Справочное издание

ЛЕОНИД АЛЕКСЕЕВИЧ КУЗНЕЦОВ

АКУСТИКА МУЗЫКАЛЬНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

Редактор *М. А. Темченко*

Художественный редактор *И. В. Гусев*

Технический редактор *Г. А. Алавина*

Корректоры *В. Д. Четверикова, Е. А. Постникова*

ИБ № 837

Сдано в набор 07.05.88. Подписано в печать 06.01.89. Формат 60×90¹/₁₆. Бумага книжно-журнальная Литературная гарнитура. Высокая печать. Объем 23,0 п. л. Усл. п. л. 23,0. Усл. кр.-отт. 23,0. Уч.-изд. л. 25,23. Тираж 20 000 экз. Заказ 675. Цена 1 р. 70 к.

Издательство «Легкая промышленность и бытовое обслуживание».

113035, Москва, 1-й Кадашевский пер., д. 12

Отпечатано с матриц Ленинградской типографии № 2 головного предприятия ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 198052, г. Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29 в Ленинградской типографии № 6 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 193144, г. Ленинград, С-144, ул. Моисеенко, 10.

ISBN 5—7088—0166—2

© Издательство «Легкая промышленность и бытовое обслуживание», 1989

1. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ

1.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Колебательным процессом называется процесс перемещения твердых, жидких или газообразных тел, при котором они совершают движения (колебания), полностью или частично повторяющиеся во времени. При таких процессах, как правило, прослеживаются определенные закономерности, которые могут быть описаны математически.

Колебания подразделяют на простые и сложные.

Простыми (гармоническими или однокомпонентными) называют колебания, протекающие по синусоидальному закону (рис. 1.1). Они могут быть описаны уравнением

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (1.1)$$

где x_0 — амплитуда колебаний; ω — круговая (циклическая) частота; φ_0 — начальная фаза; t — время, в течение которого рассматривается колебательный процесс.

Амплитуда колебаний является величиной, характеризующей максимальное отклонение какого-либо параметра от состояния покоя. Этим параметром может быть перемещение (в метрах), скорость (в метрах в секунду), давление (в паскалях) и т. д.

В акустике часто используется понятие *размаха* колебания, под которым понимают максимальное изменение параметра между его наименьшим и наибольшим значениями в течение одного периода. Для простого колебания размах равен удвоенной амплитуде. Он измеряется в тех же единицах, что и амплитуда.

Круговая частота измеряется в радианах в секунду и представляет собой скорость изменения фазы колебания (угловую скорость):

$$\omega = d\varphi/dt = d(2\pi ft + \varphi_0)/dt = 2\pi f,$$

где $\varphi = \omega t + \varphi_0$ — фаза колебаний; f — частота колебаний.

Фаза колебания определяет положение колеблющегося тела в данный момент времени t и измеряется в радианах или градусах. Для перевода градусов в радианы используют формулу $\varphi = 2\pi\varphi_0/360^\circ$.

Частота колебаний представляет собой число колебаний, совершаемых телом за секунду, измеряется в герцах.

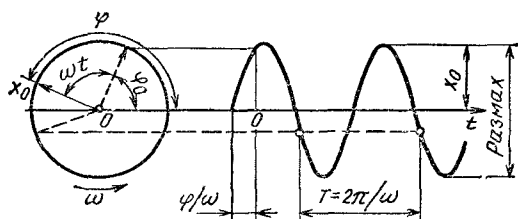


Рис. 1.1. Простое колебание

В акустике широко применяется другой параметр, характеризующий колебательный процесс, — *период колебания* T . Это отрезок времени, в течение которого происходит полный цикл движения, он измеряется в секундах. Связь между периодом и частотой колебаний выражается соотношением $T = 1/f$.

Сложные колебания — это колебания, в состав которых входят два или более неравных по частоте гармонических колебаний. Такие колебания образуются, как правило, в музыкальных инструментах при формировании звуков. Они могут быть периодическими или непериодическими.

Периодическими называют колебания, компоненты которых находятся в кратных частотных отношениях. Периодическое сложное колебание в общем виде можно описать уравнением

$$x = \sum_{k=1}^{\infty} x_{0k} \sin(k\omega t + \varphi_{0k}), \quad (1.2)$$

где x_{0k} — амплитуда k -й гармоники; φ_{0k} — начальная фаза k -й гармоники.

Некоторые частные случаи периодических сложных колебаний приведены в табл. 1.1.

Низший по частоте компонент сложного периодического колебания называют *основным тоном* или *первой гармоникой*, а высшие по частоте — *обертнами* или *высшими гармониками*.

Сложное колебание, в состав которого входят два или более простых колебания с частотами, кратными некоторому общему числу (наибольшему общему делителю), также будет периодическим (рис. 1.2). Его иногда называют квазипериодическим.

Непериодическими называют колебания, которые не могут быть описаны периодической функцией $f(t) = f(t + T)$. К числу непериодических относят колебания в виде одиночных импульсов ($T = \infty$) или описываемые кривыми, не имеющими определенного периода. В общем виде непериодические сложные

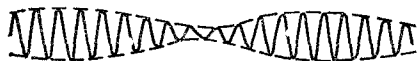
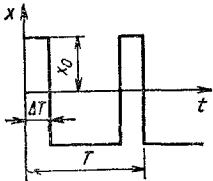
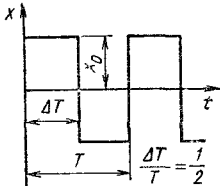
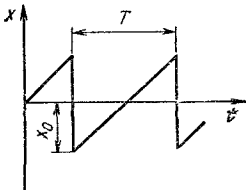
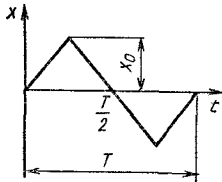
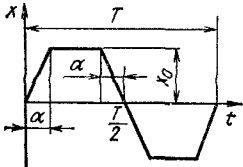


Рис. 1.2. Сложное периодическое колебание, полученное сложением двух простых колебаний с частотами 120 и 130 Гц

Таблица 1.1. Частные случаи периодических сложных колебаний

Форма колебания	Уравнение колебания
	$\frac{4x_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{\pi n \Delta T}{T} \cos (n\omega t - \alpha_n),$ <p>где $\omega = 2\pi/T$</p>
	$\frac{4x_0}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right)$
	$4x_0 \left(\sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \sin 3\omega t - \frac{1}{4} \sin 4\omega t + \dots \right)$
	$\frac{8x_0}{\pi^2} \left(\sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \right. \\ \left. - \frac{1}{49} \sin 7\omega t + \dots \right)$
	$\frac{4x_0}{\alpha\pi} \left(\sin \alpha \sin \omega t + \frac{1}{9} \sin 3\alpha \sin 3\omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{25} \sin 5\alpha \sin 5\omega t + \dots \right)$

Форма колебания	Уравнение колебания
	$\frac{2x_0}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \cos \omega t + \frac{1}{1.3} \cos 2\omega t - \right. \\ \left. - \frac{1}{3.5} \cos 4\omega t + \frac{1}{5.7} \cos 6\omega t - \dots \right)$
	$\frac{4x_0}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1.3} \cos 2\omega t - \frac{1}{3.5} \cos 4\omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{5.7} \cos 6\omega t - \frac{1}{7.9} \cos 8\omega t + \dots \right)$

колебания могут быть описаны уравнением

$$x = \sum_{k=1}^{\infty} x_{0k} \sin(\omega_k t + \varphi_{0k}), \quad (1.3)$$

где x_{0k} — амплитуда k -го компонента; ω_k — круговая частота k -го компонента; φ_{0k} — начальная фаза k -го компонента.

Амплитуды компонентов непериодических колебаний могут изменяться во времени.

Частным случаем колебаний с изменяющейся во времени амплитудой будут *затухающие* колебания. Затухающие колебания с неизменяющимся периодом называют *условно периодическими* или просто затухающими.

Непериодические колебания с отношением частот компонентов, близким к кратным, называют *почти периодическими*. Примером почти периодических колебаний могут служить колебания струн фортепиано.

К числу квазипериодических колебаний относят также амплитудно- или частотно-модулированные колебания с модулируемой (несущей) частотой, не кратной модулирующей частоте. Такие колебания широко используются в музыкальной практике при получении амплитудного или частотного вибрато.

Компоненты непериодического звукового колебания называют *частичными тонами*. Низший по частоте компонент называют *основным тоном*, а второй и следующий за ним тоны высших частот — *обертнами*. Явление не кратности частот обертонов основному тону при непериодических (почти периодических), колебаниях называют *негармоничностью обертонов*.

Пример 1. Периодическое колебание описывается уравнением $x = x_1 \sin(2\pi \cdot 100t + \varphi_1) + x_2 \sin(2\pi \cdot 200t + \varphi_2) + x_3 \sin(2\pi \cdot 300t + \varphi_3)$.

Здесь $x_1 \sin(2\pi \cdot 100t + \varphi_1)$ — основной тон, или первая (основная) гармоника; $x_2 \sin(2\pi \cdot 200t + \varphi_2)$ — первый оберто́н, или вторая гармоника; $x_3 \sin(2\pi \cdot 300t + \varphi_3)$ — второй оберто́н, или третья гармоника.

Пример 2. Непериодическое (почти периодическое) колебание описывается уравнением $x = x_1 \sin(2\pi \cdot 100t + \varphi_1) + x_2 \sin(2\pi \cdot 202t + \varphi_2) + x_3 \sin(2\pi \cdot 305t + \varphi_3)$.

Здесь $x_1 \sin(2\pi \cdot 100t + \varphi_1)$ — основной тон; $x_2 \sin(2\pi \cdot 202t + \varphi_2)$ — первый оберто́н; $x_3 \sin(2\pi \cdot 305t + \varphi_3)$ — второй оберто́н. В примере имеет место негармоничность оберто́нов.

1.2. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

Колебательные системы различаются количеством степеней свободы. Оно равно числу независимых переменных, необходимых для описания движения всех элементов колебательной системы. Если для описания колебательного процесса достаточно одной переменной, система имеет одну степень свободы, двух — две и т. д. В электрической системе число степеней свободы равно числу независимых замкнутых ветвей или контуров.

Колебательные системы с одной степенью свободы. Необходимое условие возникновения колебательного процесса — наличие колебательной системы и возбуждающей силы. Кроме того, характеристическое уравнение системы должно иметь комплексно-сопряженные корни.

Механическая колебательная система (рис. 1.3, а) состоит из некоторой массы m и гибкости C_M (например, пружины). Колеблющееся тело взаимодействует с окружающей средой, что приводит к возникновению трения R_M . Для упрощения предполагаем, что в колебательной системе имеется лишь вязкое трение. Уравнение движения для такой системы примет вид

$$m dv_M/dt + R_M v_M + (1/C_M) \int v_M dt = F, \quad (1.4)$$

где mdv_M/dt — сила, расходуемая на ускорение тела; $v_M = dx/dt$ — мгновенная скорость тела; x — смещение тела; $R_M v_M$ — сила, расходуемая на преодоление вязкого трения; $(1/C_M) \int v_M dt = (1/C_M) \int (dx/dt) dt = x/C_M$ — сила, расходуемая на сжатие пружины (массой пружины пренебрежено).

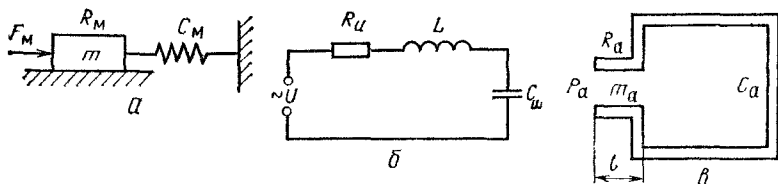


Рис. 1.3. Колебательная система с одной степенью свободы: а — механическая; б — электрическая; в — акустическая

Гибкость механической колебательной системы C_m — величина, обратная жесткости (упругости) k , т. е. $C_m = 1/k$.

При воздействии на колебательную систему, находящуюся в состоянии покоя, скачкообразно постоянной силой F в ней (системе) возникнут колебания, если трение R_m не будет слишком велико. Если $R_m = 0$, колебательный процесс будет незатухающим, при этом система будет совершать простые колебательные движения:

$$v_m = v_{0m} \sin \omega_0 t, \quad (1.5)$$

где v_{0m} — амплитуда скорости перемещающегося тела; $\omega_0 = \sqrt{1/(mC_m)}$ — круговая частота без учета потерь колебаний.

Если $R_m \neq 0$, что отвечает реальным условиям, колебательный процесс будет затухающим.

$$v_m = v_{0m} e^{-\delta_m t} \sin \omega_m t, \quad (1.6)$$

где $\delta_m = R_m/(2m)$ — коэффициент затухания; $\omega_m = \sqrt{\omega_0^2 - \delta_m^2}$ — круговая частота затухающих колебаний.

Электрическая колебательная система в простейшем случае может быть представлена в виде последовательного колебательного контура, содержащего индуктивность L (рис. 1.3, б), емкость C_u . Из-за электрических потерь, обусловленных наличием активного сопротивления R_u в проводниках и внутреннего сопротивления источника напряжения, при подключении постоянного напряжения к контуру в нем возникает затухающий во времени колебательный процесс. Уравнение электрических колебаний для такого контура примет вид

$$L di/dt + R_u i + (1/C_u) \int i dt = u. \quad (1.7)$$

Решение этого уравнения при нулевых начальных условиях дает мгновенное значение тока в цепи:

$$i = I_0 e^{-\delta_u t} \sin \omega_u t, \quad (1.8)$$

где $I_0 = u/(\omega_u L)$ — амплитуда тока, $\delta_u = R_u/(2L)$ — коэффициент затухания; $\omega_u = \sqrt{\omega_0^2 - \delta_u^2}$ — круговая частота собственных колебаний в контуре; ω_0 — круговая частота колебаний без учета потерь

Акустическая колебательная система в простейшем случае может состоять из инертной воздушной среды m_a (рис. 1.3, в) и акустической ее гибкости C_a , заключенных в некотором объеме, например в трубе длиной l с площадью поперечного сечения s . Из-за трения частиц воздушной среды система будет иметь некоторое акустическое сопротивление R_a , которое при возбуждении колебаний путем внезапного воздействия на систему некоторым акустическим давлением p_a приведет к их за-

туханию Уравнение такой системы будет иметь вид

$$m_a dv_a/dt + R_a v_a + (1/C_a) \int v_a dt = p_a, \quad (1.9)$$

где $m_a = m_0/s^2$ — инертность воздушной среды массой m_0 , заключенной в грубе с площадью поперечного сечения s (акустическая масса), $v_a = \Delta Q_a/t$ — объем воздуха ΔQ_a , вытесненного за единицу времени под действием давления (объемная скорость); $R_a = p_a/v_a$ — акустическое сопротивление среды (вязкое); $C_a = Q_a/(\rho_0 C_0^2)$ — акустическая емкость (гибкость) сосуда объемом Q_a при плотности воздушной среды ρ_0 и скорости звука c_0 .

Решение уравнения (1.9) находящейся в начальном уравновешенном состоянии системы приводит к выражению для свободных колебаний

$$v_a = v_{0a} e^{-\delta_a t} \sin \omega_a t, \quad (1.10)$$

где $v_{0a} = p_a/(m_a \omega_a)$ — амплитуда объемной скорости; $\delta_a = R_a/(2m_a)$ — коэффициент затухания; $\omega_a = \sqrt{\omega_0^2 - \delta_a^2}$ — круговая частота собственных колебаний; $\omega_0 = \sqrt{1/(m_a C_a)}$ — круговая частота колебаний без учета потерь.

Умножив левую и правую части уравнения (1.10) на $m_a \omega_a$, можно получить выражение для звукового давления

$$p_{зв} = p_a e^{-\delta_a t} \sin \omega_a t, \quad (1.11)$$

где $p_a = v_{0a} m_a \omega_a$ — амплитуда акустического давления.

Операторная форма уравнения (1.9) для акустической системы будет иметь вид

$$m_a v_a p^2 + R_a v_a p + v_a/C_a = P_a. \quad (1.12)$$

Изображения объемной скорости можно представить уравнением

$$v_a = p P_a / (m_a p^2 + R_a p + 1/C_a) = v_{0a} p \omega_a / [(p + \delta_a)^2 + \omega_a^2].$$

При $R_a^2 < 4m_a/C_a$ корни характеристического уравнения

$$(p + \delta_a)^2 + \omega_a^2 = 0 \quad (1.13)$$

будут комплексно сопряженными:

$$p_{1;2} = -\delta_a \pm \sqrt{-\omega_a^2} = -\delta_a \pm j\omega_a.$$

В этом случае, как известно из курса математики, в системе будут совершаться затухающие колебательные движения с круговой частотой ω_a и коэффициентом затухания δ_a (рис. 14, а).

При $R_a^2 > 4m_a/C_a$ корни характеристического уравнения (1.13) будут действительными и неравными:

$$p_{1;2} = -\delta_a \pm \sqrt{\delta_a^2 - \omega_a^2} = -\delta_a \pm b_a.$$

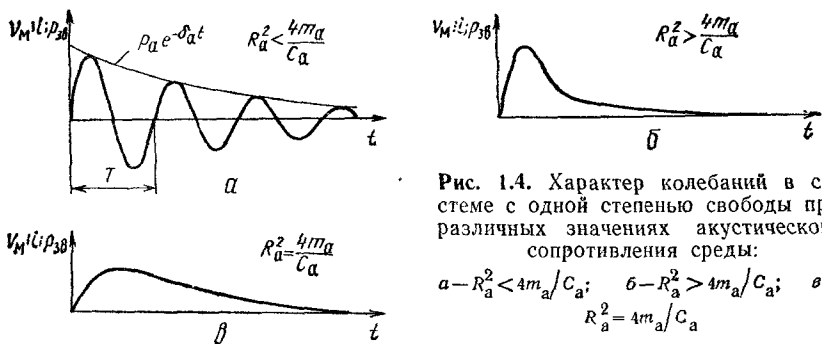


Рис. 1.4. Характер колебаний в системе с одной степенью свободы при различных значениях акустического сопротивления среды:

$$\begin{aligned}
 a - R_a^2 < 4m_a/C_a; \quad б - R_a^2 > 4m_a/C_a; \quad в - \\
 R_a^2 = 4m_a/C_a
 \end{aligned}$$

Выражение (1.11) в этом случае может быть представлено так:

$$p_{зв} = p_a e^{-\delta_a t} \operatorname{sh} b_a t. \quad (1.14)$$

Процесс затухания колебания показан на рис. 1.4, б. Гармоническая составляющая отсутствует.

При $R_a^2 = 4m_a/C_a$ корни характеристического уравнения (1.13) будут действительными и равными $p_{1,2} = -\delta_a$. В этом случае $\omega_a \rightarrow 0$ и отношение $\sin(\omega_a t)/\omega_a \rightarrow t$. Выражение (1.11) будет иметь вид

$$p_{зв} = p_a t e^{-\delta_a t}. \quad (1.15)$$

Колебание будет затухающим (рис. 1.4, в). Гармоническая составляющая отсутствует.

Коэффициент затухания колебательного процесса δ — параметр, определяющий скорость уменьшения амплитуды колебаний. Он измеряется в секундах в минус первой степени. Если δ имеет отрицательное значение, процесс будет не затухающим, а нарастающим. Величина τ , обратная коэффициенту затухания, называется *постоянной времени*. Она равна времени, в течение которого амплитуда экспоненциально затухающего колебания уменьшается в $e = 2,71828\dots$ раз.

Затухающие колебания, образующиеся в системе после прекращения внешнего воздействия или при сохранении этого воздействия неизменным во времени и постоянным по величине, называют *свободными*, или *собственными*, колебаниями. Продолжительность свободных колебаний тем больше, чем больше постоянная времени или чем меньше коэффициент затухания.

При затухающем колебательном процессе амплитуду p_a называют *начальной амплитудой*, а величину $p_a e^{-\delta_a t}$ — *мгновенным значением амплитуды*.

Натуральный логарифм отношения амплитуд двух соседних периодов затухающего колебания называют *декрементом затухания* (логарифмическим):

$$\Theta = \ln p_{a1}/p_{a2} = \ln [p_a e^{-\delta_a t} / (p_a e^{-\delta_a (t+T)})] = \delta_a T = T/\tau_a. \quad (1.16)$$

Декремент затухания может быть представлен в виде

$$\theta = 2\pi R_a / (2m_a \omega_0) = \pi R_a / (m_a \omega_0) = \pi R_a \sqrt{C_a / m_a} = \pi R_a / \rho. \quad (1.17)$$

Знаменатель правой части равенства $\rho = \sqrt{m_a / C_a}$ называют *характеристическим (волновым) сопротивлением*, его размерность совпадает в данном случае с размерностью акустического сопротивления.

Безразмерная величина, определяемая соотношением

$$Q = \pi / \theta = \pi \tau_a / T = \omega_0 / (2\delta_a) = \omega_0 m_a / R_a, \quad (1.18)$$

называется *добротностью* колебательной системы. Она показывает, какое число периодов колебаний T укладывается в промежутке времени, равном постоянной времени τ_a , и характеризует колебательную способность системы. Понятием добротности широко пользуются в технике. Зная добротность и частоту собственных колебаний без учета потерь, частоту затухающих колебаний можно представить в виде

$$\omega_a = \omega_0 \sqrt{1 - 1/(2Q)^2}. \quad (1.19)$$

При $Q \leq 0,5$ колебательный процесс наблюдаться не будет. Добротность большинства колебательных систем достаточно высока. Ниже приведены значения добротности для некоторых колебательных систем:

Электрический колебательный контур
в области

звуковых частот	10...200
ультразвуковых частот	60...600
Камертон	10 000
Кварцевый резонатор в области ультразвуковых частот	100 000
Струна на жестких опорах	100...1 000
Стальной язычок аккордеона	30...150
Акустический резонатор духового музыкального инструмента	10...60

В практических случаях можно принять частоту затухающих колебаний системы ω_a приблизительно равной частоте собственных колебаний без учета потерь ω_0 .

Для затухающих колебаний величину $T = 2\pi / \omega_a = 1/f$ называют *периодом затухающих колебаний*, хотя в данном случае колебательный процесс не является точно периодическим.

Из сопоставления уравнений (1.4), (1.7), (1.9) и (1.6), (1.8), (1.10) для систем различной физической природы (механической, электрической, акустической) выявится, что колебательные процессы в них описываются аналогичными уравнениями, следовательно, колебания в системе одной физической природы будут аналогичны таковым в системе другой физической природы. Это свойство может быть использовано для моделирования колебаний в одной системе при изучении поведения другой. Такие динамические аналогии полезны для переноса методов

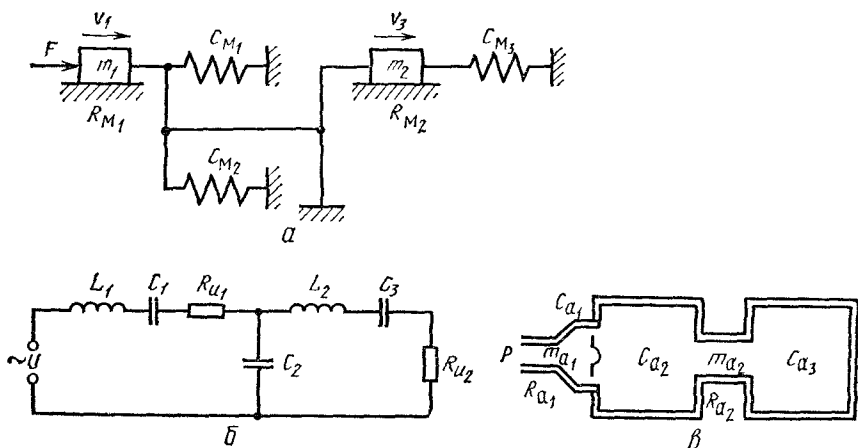


Рис. 1.5. Колебательная система с двумя степенями свободы:
 а—механическая; б—электрическая, в—акустическая

и математических приемов, применяемых в одной, хорошо изученной системе, в другую, менее изученную, путем соответствующей замены обозначений в формулах (табл. 1.2).

Таблица 1.2. Динамические аналогии *

Параметр механической системы и его обозначение	Параметр электрической системы и его обозначение	Параметр акустической системы и его обозначение
Масса m	Индуктивность L	Инертность воздушной среды m_a
Гибкость C_m	Емкость C_u	Акустическая гибкость C_a
Трение (вязкое) R_m	Активное сопротивление R_u	Акустическое сопротивление среды R_a
Сила F	ЭДС (напряжение) E_u	Акустическое давление $p_{ав}$
Перемещение x	Заряд q	Объемное перемещение x_a
Скорость v_m	Сила тока i	Объемная скорость воздушной среды v_a
Ускорение dv_m/dt	Скорость изменения силы тока di/dt	Объемное ускорение воздушной среды dv_a/dt

* Существуют и другие системы аналогий.

Связанные колебательные системы с двумя степенями свободы. Колебательные системы музыкальных инструментов представляют собой, как правило, сложные связанные системы с несколькими степенями свободы. Уравнение движения одной из возможных связанных колебательных систем с двумя степенями свободы, например механической (рис. 1.5, а), может быть представлено в комплексной форме в виде

$$v_1 = F(z_2 + z_3)/(z_1z_2 + z_1z_3 + z_2z_3); \quad (1.20)$$

$$v_3 = Fz_2/(z_1z_2 + z_1z_3 + z_2z_3), \quad (1.21)$$

где $z_1 = R_{m_1} + j\omega m_1 + 1/(j\omega C_{m_1})$; $z_2 = 1/(j\omega C_{m_2})$; $z_3 = R_{m_2} + j\omega m_2 + 1/(j\omega C_{m_3})$.

Аналогичными уравнениями описываются колебательные процессы электрической и акустической систем с двумя степенями свободы (рис. 1.5, б, в). Величину z_2 называют *импедансом связи* двух составляющих (элементов, или контуров) колебательной системы.

Характер собственных колебаний в связанных системах формируется значительно сложнее, чем в несвязанных (рис. 1.6). Колебания сопровождаются обменом энергией между отдельными колеблющимися элементами системы. Свободные колебания двух элементов m_1 и m_2 механической системы (см. рис. 1.5, а) сопровождаются изменениями (флуктуациями) интенсивности во времени даже в том случае, если они имели до связи одинаковые частоты собственных колебаний. Когда колебания первой составляющей максимальны, второй — минимальны и наоборот (рис. 1.6, а).

При воздействии на колебательную систему с равными резонансными частотами* первой и второй составляющих синусоидальной силой, частота которой совпадает с резонансной, колебания второй составляющей будут нарастать постепенно и сопровождаться флуктуациями (рис. 1.6, б).

Под первой составляющей понимается элемент связанной колебательной системы с двумя степенями свободы, способный осуществлять собственные колебания как система с одной степенью свободы, например масса m_1 (см. рис. 1.5, а). Длительность процесса нарастания и величина флуктуаций будут тем больше, чем выше добротность колебательной системы и сильнее связь между первой и второй составляющими.

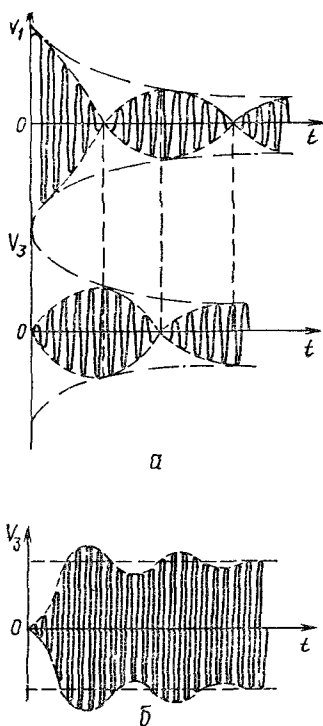


Рис. 1.6. Колебания в связанной системе с двумя степенями свободы:

а — свободные первой и второй составляющих системы; б — второй составляющей при воздействии на первую составляющую синусоидально изменяющейся с частотой ω_c силой

* Резонансные частоты первой и второй составляющих связанной колебательной системы с двумя степенями свободы определяют при внешнем воздействии на одну из них при отключенной другой.

Для оценки связи между первой и второй составляющими колебательной системы используют коэффициент связи

$$k = \sqrt{k_1 k_2}, \quad (1.22)$$

где для механической колебательной системы $k_1 = C_{M1}/(C_{M1} + C_{M2})$; $k_2 = C_{M3}/(C_{M2} + C_{M3})$.

Соответственно $k = \sqrt{C_{M1} C_{M3} / [(C_{M1} + C_{M2})(C_{M2} + C_{M3})]}$.

При изменении гибкости элемента связи C_{M2} от 0 до ∞ коэффициент связи изменяется от 1 до 0, т. е. в последнем случае система вырождается в две независимые колебательные системы с одной степенью свободы.

Свободные колебания массы m_2 в системе с двумя степенями свободы (см. рис. 1.6, а, внизу) можно описать уравнением

$$v_3 = v_1 e^{-\delta_1 t} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + v_2 e^{-\delta_2 t} \sin(\omega_2 t + \varphi_2), \quad (1.23)$$

где v_1 и v_2 — амплитуда составляющих скорости v_3 ; $\delta_1 = \delta/(1+k)$ — коэффициент затухания первой составляющей; δ — коэффициент затухания при отсутствии связей между первой и второй составляющими колебательной системы (предполагается, что резонансные частоты и добротности обеих составляющих одинаковы); $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2/(1+k) - \delta^2/(1+k)^2}$ — круговая частота свободных колебаний первой составляющей; $\delta^2 = \delta/(1-k)$ — коэффициент затухания второй составляющей; $\omega_2 = \sqrt{\omega_0^2/(1-k) - \delta^2/(1-k)^2}$ — круговая частота свободных колебаний второй составляющей.

Частоты ω_1 и ω_2 называют частотами связи. Свободные колебания связанной системы с двумя степенями свободы представляют собой сумму двух свободных колебаний с частотами связи [см. формулу (1.23)]. Эти частоты тем больше отличаются от резонансной частоты, чем больше коэффициент связи, причем первая из них ниже, а вторая выше резонансной частоты. Сложение частот свободных колебаний создает изменение амплитуды (биения) результирующих колебаний. Частота биения определяется разностью частот связи

$$\Omega = \omega_2 - \omega_1. \quad (1.24)$$

Если коэффициент затухания достаточно мал, можно считать

$$\omega_1 \approx \omega_0 / \sqrt{1+k}; \quad \omega_2 \approx \omega_0 / \sqrt{1-k}. \quad (1.25)$$

Если коэффициент связи $k \ll 1$, частота биений

$$\Omega \approx \omega_0 [(1-k)^{-1/2} - (1+k)^{-1/2}] \approx \omega_0 k / (1 - 0,25k^2) \approx \omega_0 k.$$

Коэффициент затухания δ_2 более высокочастотной составляющей с частотой ω_2 больше, чем коэффициент затухания δ_1 составляющей с частотой ω_1 , что отражает естественный процесс ускоренного затухания высокочастотных компонентов звучащих тел.

1.3. ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ. РЕЗОНАНСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Под частотными характеристиками колебательной системы понимают амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики. Часто для краткости амплитудно-частотную характеристику называют частотной.

Амплитудно-частотная характеристика представляет собой зависимость от частоты воздействующего параметра (силы, давления, напряжения и т. д.) амплитуды или эффективного значения изменяемого (выходного) параметра (смещения, скорости, давления, силы тока, напряжения и т. д.).

Фазочастотной характеристикой называют зависимость от частоты сдвига фазы колебаний выходного параметра относительно воздействующего параметра.

При воздействии на колебательную систему периодической силой в ней возникнут вынужденные колебания, характер которых в той или иной мере отражает внешние воздействия. Например, при воздействии на механическую колебательную систему (см. рис. 1.3, а) силой $F = F_0 \sin \omega t$ система будет колебаться с частотой ω . Колебательный процесс опишется уравнением

$$m \, dv_m/dt + R_m v_m + (1/C_m) \int v_m \, dt = F_0 \sin \omega t. \quad (1.26)$$

Обозначения физических величин в этой формуле те же, что и для уравнения (1.4). Решение уравнения (1.26) приводится к выражениям

$$v_m = F_0 \sin(\omega t - \varphi) / \sqrt{R_m^2 + [\omega m - 1/(\omega C_m)]^2}; \quad (1.27)$$

$$\varphi = \arctg \{1/R_m [\omega m - 1/(\omega C_m)]\}, \quad (1.28)$$

где φ — сдвиг фазы колебаний скорости относительно фазы колебаний воздействующей силы F .

Замена физических величин в выражениях (1.26) и (1.27) по динамическим аналогиям (см. табл. 1.2) позволяет получить аналогичные выражения для электрической и акустической колебательных систем (см. рис. 1.3, б, в).

Полное механическое сопротивление системы в соответствии с формулой (1.27)

$$z = \sqrt{R_m^2 + [\omega m - 1/(\omega C_m)]^2}. \quad (1.29)$$

Представленное в комплексной форме полное механическое ((акустическое) сопротивление называют механическим (акустическим) импедансом, т. е.

$$z = R_m + j[\omega m - 1/(\omega C_m)].$$

Для области низких частот $1/(\omega C_m) \gg \omega m$; $1/(\omega C_m) \gg R_m$, поэтому формулу (1.27) можно представить в виде

$$v_m \approx F_0 \omega C_m \sin(\omega t - \varphi).$$

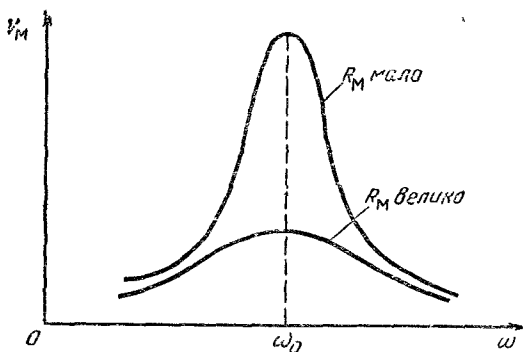


Рис. 1.7. Резонансные кривые

Для области высоких частот $1/(\omega C_M) \gg \omega t$; $\omega t \gg R_M$.
 Формула (1.27) преобразуется в выражение

$$v_M \approx [F_0/(\omega t)] \sin(\omega t - \varphi).$$

Очевидно, имеется промежуточная область частот, в которой $\omega t - 1/(\omega C_M) \ll R_M$. При некоторой частоте ω_0 , называемой частотой резонанса, будет выполняться условие $\omega_0 t - 1/(\omega_0 C_M) = 0$. При этом в колебательной системе наступает резонанс. Частота резонанса

$$\omega_0 = \sqrt{1/(mC_M)}. \quad (1.30)$$

Условием резонанса в колебательной системе, как следует из выражения (1.30), является совпадение частоты внешнего воздействия с частотой собственных колебаний без учета потерь. При резонансной частоте $z = R_M$ амплитуда скорости будет наибольшей, а выражение (1.27) примет вид

$$v_{M.p} = [F_0 \sin(\omega t - \varphi)]/R_M. \quad (1.31)$$

Для различных значений сопротивлений амплитудно-частотные характеристики любой колебательной системы будут различны (рис. 1.7). Чем меньше потери в колебательной системе, тем выше подъем ее амплитудно-частотной характеристики на резонансной частоте, т. е. подъем резонансной кривой.

В соответствии с выражением (1.27) амплитуду скорости колебательного движения можно представить в виде

$$v_{0M} = F_0 / \sqrt{R_M^2 + [\omega t - 1/(\omega C_M)]^2}. \quad (1.32)$$

Амплитуда скорости при резонансе исходя из уравнения (1.31)

$$v_{0M.p} = F_0/R_M. \quad (1.33)$$

Для анализа частотных характеристик колебательных систем удобнее пользоваться безразмерными величинами. Безраз-

мерную амплитудно-частотную характеристику можно получить из выражений (1.32) и (1.33) следующим образом:

$$n = v_{0M}/v_{0M.P} = R_M/z = R_M \sqrt{R_M^2 + [\omega m - 1/(\omega C_M)]^2} = 1/\sqrt{1 + (x/R_M)^2}, \quad (1.34)$$

где $x = \omega m - 1/(\omega C_M)$ — реактивная составляющая механического импеданса системы.

Умножив составляющие реактивного сопротивления на ω_0/ω_0 , получим следующие отношения:

$$\omega m \omega_0 / (R_M \omega_0) = \rho \omega / (R_M \omega_0) = Q \omega / \omega_0;$$

$$\omega_0 / (R_M \omega C_M \omega_0) = \rho \omega_0 / (R_M \omega) = Q \omega_0 / \omega.$$

С учетом этих соотношений выражение (1.34) примет вид

$$n = 1/\sqrt{1 + Q^2 (\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)^2}. \quad (1.35)$$

Преобразуя таким же образом выражение для сдвига фазы колебаний (1.28), получим следующее уравнение:

$$\varphi = \text{arctg} [Q (\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)]. \quad (1.36)$$

Графики зависимостей $n(\omega/\omega_0)$ и $\varphi(\omega/\omega_0)$ построены на рис. 1.8. Аналогичные характеристики будут и для электрической, и для акустической колебательных систем.

Из анализа кривых (рис. 1.8, а) следует, что с повышением добротности колебательной системы они становятся более острыми и на частоте резонанса происходит их перегиб. Максимальная ордината n безразмерной амплитудно-частотной характеристики не зависит от добротности и равна единице на частоте резонанса.

Кривые фазочастотных характеристик (рис. 1.8, б) с повышением добротности становятся на частоте резонанса более крутыми и при отклонении частоты от резонансной при $(\omega/\omega_0 > 1)$ стремятся к $+90^\circ$, а при $(\omega/\omega_0 < 1)$ — к -90° .

При небольших отклонениях частоты воздействующего на колебательную систему сигнала от резонансной $(\omega - \omega_0 = \Delta\omega)$ отношение ω/ω_0 близко к единице. В этом случае $\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega = (\omega^2 - \omega_0^2)/(\omega\omega_0) = [(\omega_0 + \Delta\omega)^2 - \omega_0^2]/(\omega\omega_0) = (2\Delta\omega/\omega_0) [(1 + 0,5\Delta\omega/\omega_0)/(1 + \Delta\omega/\omega_0)] \approx 2\Delta\omega/\omega_0$.

Тогда выражения (1.35) и (1.36) принимают вид

$$n \approx 1/\sqrt{1 + a^2}; \quad (1.37)$$

$$\varphi \approx \text{arctg} a, \quad (1.38)$$

где $a = 2\Delta\omega Q/\omega_0 = 2\Delta\omega m/R_M = \Delta\omega \tau_m$, $\tau_m = 2m/R_M = 1/\delta_m$ — постоянная времени колебательной системы

Безразмерные частотные характеристики колебательной системы, построенные при добротности системы $Q = 100$,

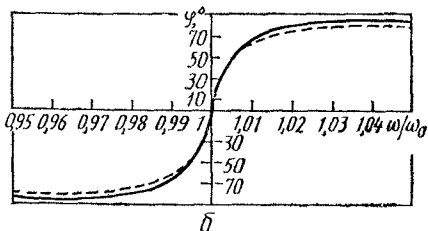
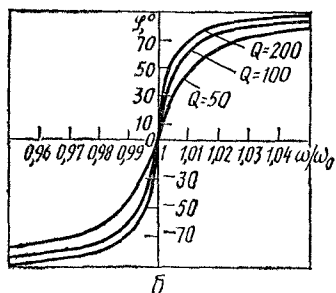
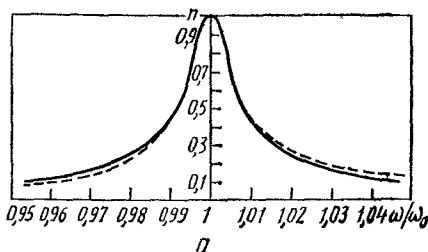
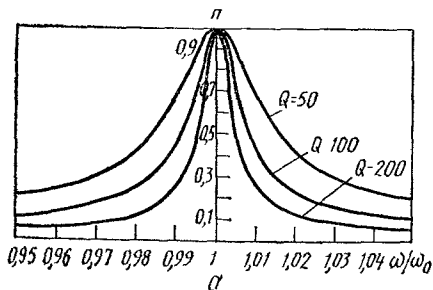


Рис. 1.8. Безразмерные характеристики механической колебательной системы с одной степенью свободы:

а — амплитудно-частотные; б — фазочастотные

Рис. 1.9. Безразмерная характеристика колебательной системы при добротности $Q = 100$:

а — амплитудно-частотная; б — фазочастотная

показаны на рис. 1.9. Сплошными линиями построены кривые по приближенным формулам (1.37) и (1.38), пунктирными — по точным формулам (1.35) и (1.36). Расхождение между сплошными и пунктирными кривыми тем меньше, чем выше добротность.

Наклон фазочастотных характеристик (см. рис. 1.8, б и рис. 1.9, б) определяет время задержки t_3 колебательной системой сигнала на данной частоте. Дифференцируя по частоте выражение (1.8), найдем

$$t_3 = \frac{d\varphi}{d\omega} = \frac{m + 1/(\omega^2 C_M)}{R_M + [\omega m - 1/(\omega C_M)]^2 / R_M} = \frac{R_M C_M (1 + \omega^2 / \omega_0^2)}{\omega^2 R_M^2 C_M^2 + (1 - \omega^2 / \omega_0^2)^2}. \quad (1.39)$$

Время задержки будет тем больше, чем ближе частота воздействующей на колебательную систему силы к частоте резонанса. На резонансной частоте время задержки

$$t_3 = [m + 1/(\omega_0^2 C_M)] / R_M = 2m / R_M = \tau_m. \quad (1.40)$$

Таким образом, на резонансной частоте воздействующей силы время задержки равно постоянной времени колебательной си-

стемы При отклонении частоты воздействия силы от резонансной время задержки быстро убывает. Время задержки оказывает огромное влияние на тембр звука музыкальных инструментов.

Постоянная времени колебательной системы может быть выражена через резонансную частоту и добротность

$$\tau_m = 2Q/\omega_0. \quad (1.41)$$

По экспериментально полученной амплитудно-частотной характеристике добротность колебательной системы может быть найдена как отношение резонансной частоты ω_0 к ширине резонансной кривой при $n = 1/\sqrt{2}$, равной $\omega_2 - \omega_1$ (рис. 1.10):

$$Q = \omega_0/(\omega_2 - \omega_1) = \omega_0/(2\Delta\omega_0). \quad (1.42)$$

Величину $\omega_2 - \omega_1 = 2\Delta\omega_0$ называют *полосой пропускания* колебательной системы.

С учетом выражения (1.42) постоянная времени колебательной системы

$$\tau_m = 1/\Delta\omega_0. \quad (1.43)$$

Амплитудно-частотные характеристики колебательной системы с двумя степенями свободы (рис. 1.11) определяют из выражений (1.20) и (1.21). Их решение приводит к следующим безразмерным уравнениям:

$$n_1 = 2\sqrt{1+a_2^2} \sqrt{(1-a_1a_2+k^2Q_1Q_2)^2 + (a_1+a_2)^2}; \quad (1.44)$$

$$n_2 = 2k\sqrt{Q_1Q_2} \sqrt{(1-a_1a_2+k^2Q_1Q_2)^2 + (a_1+a_2)^2}; \quad (1.45)$$

где $a_1 = 2Q_1(\omega - \omega_{01})/\omega_{01}$; $a_2 = 2Q_2(\omega - \omega_{02})/\omega_{02}$; ω_{01} ; Q_1 — резонансная частота и добротность первой составляющей колебательной системы без учета влияния второй; ω_{02} ; Q_2 — резонансная частота и добротность второй составляющей без учета влияния первой; k — коэффициент связи.

Величины a_1 и a_2 называют *обобщенными расстройками* колебательной системы для первой и второй составляющих соответственно.

Фазочастотные характеристики для первой и второй составляющих описываются уравнениями

$$\varphi_1 = \arctg [(a_1 + a_2)/(1 - a_1a_2 + k^2Q_1Q_2)] - \arctg a_2; \quad (1.46)$$

$$\varphi_2 = \arctg [(a_1 + a_2)/(1 - a_1a_2 + k^2Q_1Q_2)] + \pi/2. \quad (1.47)$$

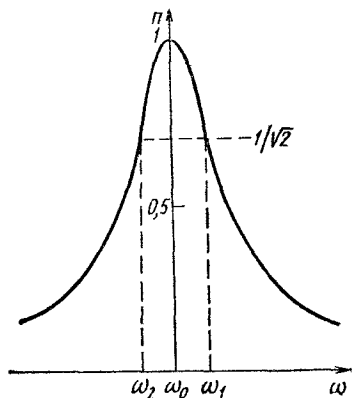


Рис. 1.10. Полоса пропускания колебательной системы

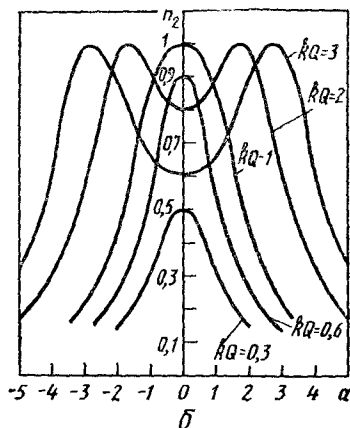
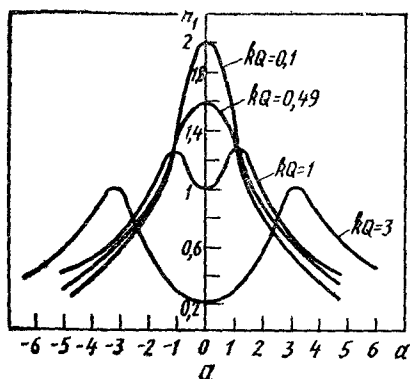


Рис. 1.11. Амплитудно-частотные характеристики связанной колебательной системы с двумя степенями свободы:
 а — первой составляющей; б — второй составляющей

Выражения (1.44), (1.45), (1.46), (1.47) справедливы для небольших отклонений частот внешнего воздействия от резонансных частот ω_{01} и ω_{02} . Если $Q_1 = Q_2 = Q$, $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0$ и, следовательно, $a_1 = a_2 = a$, то выражения (1.42), (1.43), (1.44), (1.45) принимают вид

$$n_1 = 2 \sqrt{1 + a^2} / \sqrt{(1 + k^2 Q^2 - a^2)^2 - 4a^2}; \quad (1.48)$$

$$n_2 = 2kQ / \sqrt{(1 + k^2 Q^2 - a^2)^2 - 4a^2}; \quad (1.49)$$

$$\varphi_1 = \arctg [2a / (1 - a^2 + k^2 Q^2)] - \arctg a; \quad (1.50)$$

$$\varphi_2 = \arctg [2a / (1 - a^2 + k^2 Q^2)] + \pi/2. \quad (1.51)$$

Экстремальные значения зависимостей n_1 и n_2 определяют из уравнений $dn_1/da = 0$ и $dn_2/da = 0$. Решение этих уравнений дает следующие вещественные корни:

для n_1

$$a_{I; II} = \pm (\sqrt{k^2 Q^2 (4 + k^2 Q^2)} - 1)^{1/2}; \quad a_{III} = 0, \quad (1.52)$$

для n_2

$$a_{I; II} = \pm \sqrt{k^2 Q^2 - 1}; \quad a_{III} = 0. \quad (1.53)$$

Из уравнений (1.52) и (1.53) следует, что амплитудно-частотные характеристики связанной колебательной системы с двумя степенями свободы могут иметь два максимума и минимум между ними (см. рис. 1.11). При $a_1 = a_{II} = 0$ связь между составляющими колебательной системы становится критической. Для первой составляющей критический коэффициент связи $k_{кр} \approx 0,49/Q$, для второй $k_{кр} = 1/Q$.

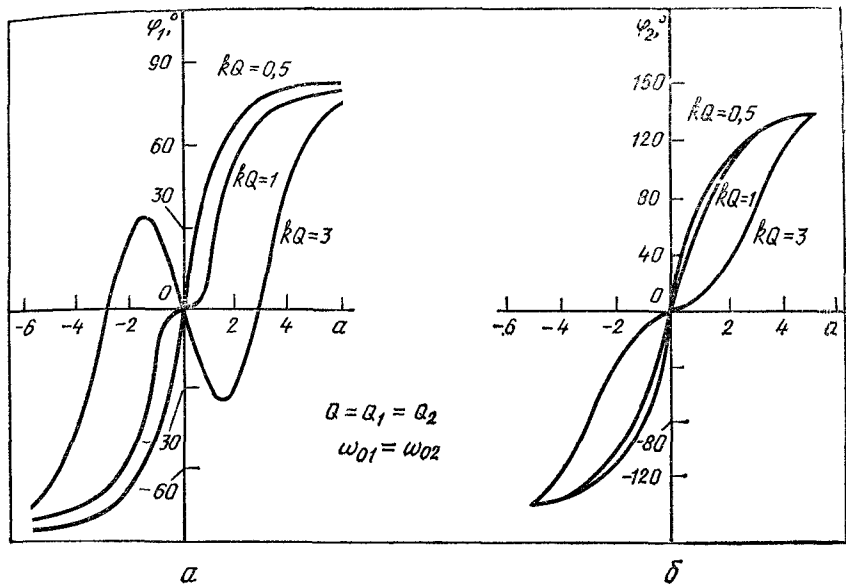


Рис. 1.12. Фазочастотные характеристики связанной колебательной системы с двумя степенями свободы:

а — первой составляющей; б — второй составляющей

При более слабых связях ($k < k_{кр}$) кривые амплитудно-частотных характеристик вблизи частоты резонанса (резонансные кривые) имеют один подъем.

При более сильных связях ($k > k_{кр}$) резонансные кривые имеют две частоты подъема. При одной и той же величине kQ подъем кривой n_1 менее крут, чем подъем кривой n_2 .

Фазочастотные характеристики связанной колебательной системы приведены на рис. 1.12.

Если $\omega_{01} \neq \omega_{02}$, у резонансных кривых может быть два подъема даже при слабой связи, причем один из них может быть выше другого.

С увеличением коэффициента связи разница между частотами связи (подъема) ω_1 и ω_2 и резонансными частотами ω_{01} и ω_{02} возрастает (рис. 1.13). Чем больше коэффициент связи по сравнению с критическим, тем больше разница между частотами связи (рис. 1.14).

В-случае равенства добротностей и резонансных частот обеих составляющих колебательной системы увеличение расстояния между подъемами приводит к увеличению полосы пропускания системы до значения $kQ = 2,42$. Если $kQ > 2,42$, провал между подъемами увеличивается настолько, что колебательную систему считают имеющей две полосы пропускания, разделенных полосой непропускания.

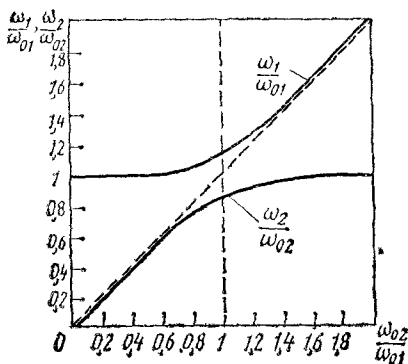


Рис. 1.13. Зависимость частот связи связанной колебательной системы с двумя степенями свободы от отношения резонансных частот

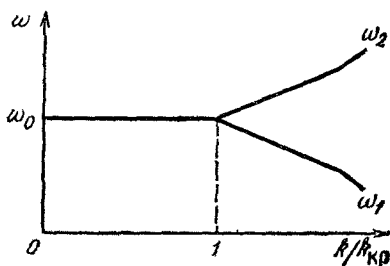


Рис. 1.14. Зависимость частот связи от коэффициента связи

Если требуется полоса пропускания больше, чем у связанной системы с двумя степенями свободы, можно использовать системы с тремя и более составляющими, т. е. с большим числом степеней свободы. Число резонансных максимумов в такой системе определяется числом связанных колебательных составляющих и значениями коэффициентов связи.

1.4. СЛОЖЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ

Формируемые музыкальными инструментами звуковые колебания в большинстве случаев можно рассматривать как результат сложения (суперпозиции) отдельных простых гармонических колебаний. Получаемые суммарные колебания характеризуются, как правило, вполне определенными собственными параметрами: частотой, амплитудой, начальной фазой. Рассмотрим некоторые характерные случаи сложения колебаний (предполагаем, что колебания формируются в определенной точке пространства).

Сложение двух простых колебаний с одинаковыми частотами и различными начальными фазами и амплитудами. Пусть два колебания описываются уравнениями $x_1 = x_{01} \sin(\omega t + \varphi_1)$; $x_2 = x_{02} \sin(\omega t + \varphi_2)$. Результирующее колебание можно представить выражением

$$x = x_{01} \sin(\omega t + \varphi_1) + x_{02} \sin(\omega t + \varphi_2). \quad (1.54)$$

После тригонометрических преобразований это выражение примет вид

$$x = \sin \omega t (x_{01} \cos \varphi_1 + x_{02} \cos \varphi_2) + \cos \omega t (x_{01} \sin \varphi_1 + x_{02} \sin \varphi_2). \quad (1.55)$$

Для уравнения (1.55) существуют такие значения x_0 и φ_0 , которые будут удовлетворять условию

$$\left. \begin{aligned} x_{01} \cos \varphi_1 + x_{02} \cos \varphi_2 &= x_0 \cos \varphi_0; \\ x_{01} \sin \varphi_1 + x_{02} \sin \varphi_2 &= x_0 \sin \varphi_0. \end{aligned} \right\} \quad (1.56)$$

С учетом зависимостей (1.56) уравнение (1.55) можно записать следующим образом:

$$x = x_0 (\sin \omega t \cos \varphi_0 + \cos \omega t \sin \varphi_0) = x_0 \sin (\omega t + \varphi_0), \quad (1.57)$$

где x_0 — амплитуда суммарного колебания.

$$x_0 = \sqrt{x_{01}^2 + x_{02}^2 + 2x_{01}x_{02} \cos (\varphi_1 - \varphi_2)}. \quad (1.58)$$

Начальная фаза суммарного колебания φ_0 может быть получена делением второго из уравнений (1.56) на первое:

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg} \frac{x_{01} \sin \varphi_1 + x_{02} \sin \varphi_2}{x_{01} \cos \varphi_1 + x_{02} \cos \varphi_2}. \quad (1.59)$$

Таким образом, в результате сложения двух простых гармонических колебаний одинаковой частоты получается простое гармоническое колебание той же частоты, но с другой амплитудой x_0 и начальной фазой φ_0 . Амплитуда результирующего колебания зависит от амплитуд и начальных фаз исходных колебаний. В случае равенства частот двух (или нескольких) исходных простых колебаний в результате их сложения получается также простое колебание.

Сложение нескольких простых колебаний с одинаковыми частотами. Пусть необходимо сложить несколько простых колебаний одинаковой частоты:

$$x = x_{01} \sin (\omega t + \varphi_1) + x_{02} \sin (\omega t + \varphi_2) + \dots + x_{0n} \sin (\omega t + \varphi_n). \quad (1.60)$$

Результирующее колебание будет также простым гармоническим:

$$x = x_0 \sin (\omega t + \varphi_0), \quad (1.61)$$

где $x_0 = [x_{01}^2 + x_{02}^2 + \dots + x_{0n}^2 + 2x_{01}x_{02} \cos (\varphi_1 - \varphi_2) + \dots + 2x_{0(n-1)}x_n \times \times \cos (\varphi_{n-1} - \varphi_n)]^{1/2}$ — амплитуда суммарного колебания; $\varphi_0 = \operatorname{arctg} [(x_{01} \times \times \sin \varphi_1 + x_{02} \sin \varphi_2 + \dots + x_{0n} \sin \varphi_n) / (x_{01} \cos \varphi_1 + x_{02} \cos \varphi_2 + \dots + x_{0n} \times \times \cos \varphi_n)]$ — начальная фаза суммарного колебания.

Результирующая амплитуда существенно зависит от начальных фаз исходных колебаний.

Сложение двух простых колебаний с различными амплитудами, частотами и начальными фазами. Пусть уравнения таких колебаний можно записать $x_1 = x_{01} \sin (\omega_1 t + \varphi_1)$, $x_2 = x_{02} \sin (\omega_2 t + \varphi_2)$.

Введя обозначение $\omega_2 - \omega_1 = \Omega$, получим

$$x_2 = x_{02} \sin(\omega_1 t + \Omega t + \varphi_2). \quad (1.62)$$

После сложения исходных колебаний с учетом выражения (1.62) определим уравнение суммарного колебания:

$$\begin{aligned} x &= x_{01} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + x_{02} \sin(\omega_1 t + \Omega t + \varphi_2) = \\ &= \sin \omega_1 t [x_{01} \cos \varphi_1 + x_{02} \cos(\Omega t + \varphi_2)] + \\ &+ \cos \omega_1 t [x_{01} \sin \varphi_1 + x_{02} \sin(\Omega t + \varphi_2)]. \end{aligned} \quad (1.63)$$

Для уравнения (1.63) существуют такие значения x_0 и φ_0 , которые будут удовлетворять условию

$$\left. \begin{aligned} x_{01} \cos \varphi_1 + x_{02} \cos(\Omega t + \varphi_2) &= x_0 \cos \varphi_0; \\ x_{01} \sin \varphi_1 + x_{02} \sin(\Omega t + \varphi_2) &= x_0 \sin \varphi_0. \end{aligned} \right\} \quad (1.64)$$

С учетом зависимостей (1.64) после тригонометрических преобразований уравнение (1.63) примет вид

$$x = x_0 (\sin \omega_1 t \cos \varphi_0 + \cos \omega_1 t \sin \varphi_0) = x_0 \sin(\omega_1 t + \varphi_0), \quad (1.65)$$

где $x_0 = \sqrt{x_{01}^2 + x_{02}^2 + 2x_{01}x_{02} \cos(\varphi_1 - \varphi_2 - \Omega t)}$ — амплитуда суммарного колебания; $\varphi_0 = \text{arctg} \{ [x_{01} \sin \varphi_1 + x_{02} \sin(\Omega t + \varphi_2)] / [x_{01} \cos \varphi_1 + x_{02} \cos(\Omega t + \varphi_2)] \}$ — начальная фаза суммарного колебания.

Поскольку частоты двух исходных колебаний различны, за начальный момент времени можно принять такой, когда $\varphi_1 = \varphi_2$. В этом случае уравнение амплитуды колебаний примет вид

$$x_0 = \sqrt{x_{01}^2 + x_{02}^2 + 2x_{01}x_{02} \cos \Omega t}. \quad (1.66)$$

Выражение (1.66) показывает, что в результате сложения двух простых колебаний с различными, но близкими частотами и различными амплитудами получается суммарное колебание с амплитудой, изменяющейся по величине от суммы до разности амплитуд исходных колебаний, и частотой, равной разности частот исходных колебаний. Процесс изменения амплитуды двух или более незначительно отличающихся по частоте колебаний называется биениями (рис. 1.15).

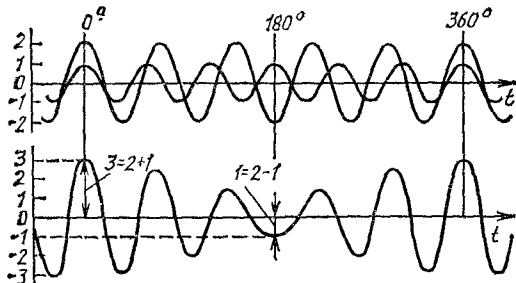


Рис. 1.15. Сложение двух близких по частоте колебаний ($x = 2 \cos 5t + \cos 6t$), образующих биения

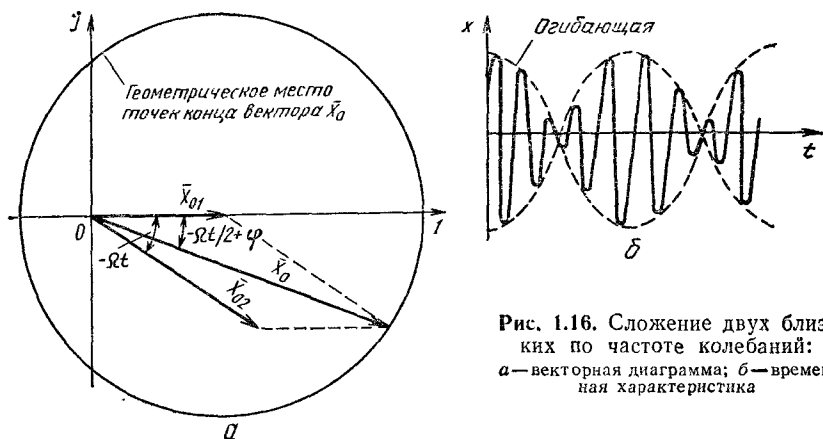


Рис. 1.16. Сложение двух близких по частоте колебаний: а — векторная диаграмма; б — временная характеристика

Процесс сложения простых колебаний удобно представить с помощью векторной диаграммы (рис. 1.16, а). Начальную фазу первого колебания φ_1 можно считать равной нулю. Тогда вектор \bar{x}_{01} будет совпадать с действительной осью. Вектор \bar{x}_{02} будет опережать вектор \bar{x}_{01} на угол Ωt , т. е. будет вращаться вокруг точки 0 с угловой скоростью Ω . Конеч суммарного вектора \bar{x}_0 опишет окружность. При равенстве амплитуд исходных колебаний

$$x_0 = 2x_{01} \sqrt{(1 + \cos \Omega t)/2} = 2x_{01} \cos(\Omega t/2). \quad (1.67)$$

Амплитуда вектора \bar{x}_0 будет изменяться с частотой $\Omega/2$, равной половине разности частот исходных колебаний (рис. 1.16, б). Общее уравнение колебаний при этом примет вид

$$x = 2x_0 \cos(\Omega t/2) \sin(\omega - \Omega/2)t. \quad (1.68)$$

При $x_{01} = x_{02}$ можно установить равенство нулю угла φ из векторной диаграммы (см. рис. 1.16, а), поскольку в этом случае вектор \bar{x}_0 делит угол Ωt пополам.

Для случая $x_{01} \neq x_{02}$ этот угол не равен нулю и зависит от отношения амплитуд исходных колебаний. Он может быть определен из диаграммы как отношение проекций вектора \bar{x}_0 на мнимую и действительную оси:

$$\operatorname{tg}(\varphi - \Omega t/2) = (x_{02} \sin \Omega t)/(x_{01} + x_{02} \cos \Omega t). \quad (1.69)$$

При $x_{01} \neq x_{02}$ амплитуда результирующего колебания ни при каких значениях Ωt не будет равна нулю (рис. 1.17). Чем больше разница амплитуды исходных колебаний, тем слабее биения. Спад амплитуды результирующего колебания до нуля возможен лишь при $x_{01} = x_{02}$ и угле $\Omega t = 180^\circ$. Спад до нуля

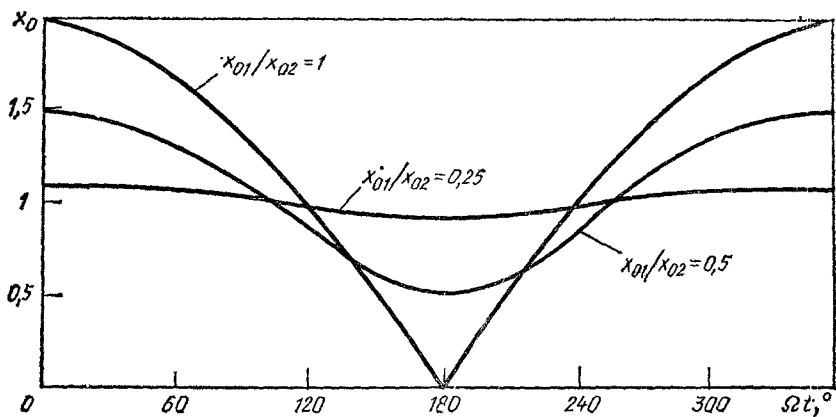


Рис. 1.17. Изменение амплитуды при сложении двух близких по частоте колебаний

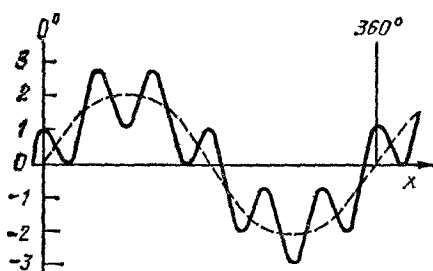


Рис. 1.18. Сложение двух колебаний с различными частотами ($x = 2 \sin \omega t + \cos 6 \omega t$)

повторяется через каждый период, т. е. каждые 360° , при этом угол $\varphi = 0$.

Изменение угла φ в течение периода приводит к некоторой угловой модуляции, что в случае звуковых колебаний вместе с образуемыми биениями несколько оживляет звук, делая его более приятным.

Явление, когда частота биений составляет единицы или доли герца, музыканты обычно называют *унисоном*.

При сложении двух простых колебаний с существенно различными частотами происходит процесс наложения высокой частоты на низкую (рис. 1.18).

Сложение колебаний с кратными частотами. Пусть имеется несколько простых колебаний с кратными частотами:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_{01} \sin(\omega t + \varphi_1); \\ x_2 &= x_{02} \sin(2\omega t + \varphi_2); \\ &\dots \dots \dots \\ x_k &= x_{0k} \sin(k\omega t + \varphi_k). \end{aligned}$$

Если в число слагаемых компонентов входит некоторая постоянная составляющая x_0 , тогда колебание, получаемое в ре-

зультате сложения, можно записать в виде

$$x = x_0 + x_{01} \sin(\omega t + \varphi_1) + x_{02} \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots \\ \dots + x_{0k} \sin(k\omega t + \varphi_k), \text{ или} \\ x = x_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \sin(k\omega t + \varphi_k). \quad (1.70)$$

При определенных значениях амплитуд и фаз слагаемых компонентов уравнение (1.70) может соответствовать любому периодическому колебанию с периодом $T = 2\pi/\omega$. Это одно из утверждений теоремы Фурье. Периодическое колебание, представленное в виде уравнения (1.70), называют *рядом Фурье**.

Учитывая тригонометрическое соотношение $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$, ряд Фурье можно представить следующим образом:

$$x = x_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \sin k\omega t + b_k \cos k\omega t), \quad (1.71)$$

где $a_k = x_{0k} \cos \varphi_k$; $b_k = x_{0k} \sin \varphi_k$.

Так как $\sin k\omega t = (e^{jk\omega t} - e^{-jk\omega t})/2j$; $\cos k\omega t = (e^{jk\omega t} + e^{-jk\omega t})/2$, то ряд Фурье можно записать и в комплексной форме:

$$x = \sum_{k=0}^{\infty} (C_k e^{jk\omega t} + D_k e^{-jk\omega t}), \quad (1.72)$$

где $C_0 = x_0$; $D_0 = 0$; $C_k = (b_k - ja_k)/2$; $D_k = (b_k + ja_k)/2$.

Часто ряд Фурье в комплексной форме записывают в виде

$$x = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k e^{jk\omega t}, \quad (1.73)$$

где $C_{-k} = (b_k + ja_k)/2$.

1.5. МОДУЛЯЦИЯ

Колебание, описываемое уравнением $x = x_0 \sin(\omega t + \varphi)$, в случае постоянства амплитуды x_0 , круговой частоты ω и начальной фазы φ для каждого периода будет простым гармоническим. Воздействуя определенным образом на источник колебаний, можно изменять амплитуду, частоту и фазу колебаний. Процесс медленного изменения амплитуды, частоты или фазы колебаний называется *модуляцией*.

В зависимости от того, какой из параметров подвергается изменению, различают *амплитудную*, *частотную* или *фазовую* модуляцию. Различие между частотной и фазовой модуляциями

* Примеры представления некоторых сложных периодических колебаний в виде сумм простых колебаний с помощью рядов Фурье см. в табл. 1.1.

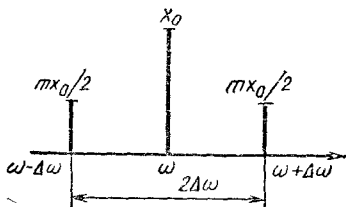
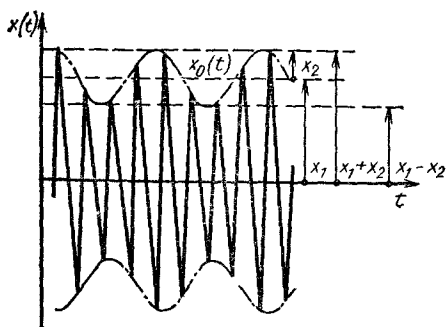


Рис. 1.19. Амплитудно-модулированное колебание и его спектр

заключается лишь в характере изменения угла колебания $\psi = \omega t + \varphi$, поэтому частотная и фазовая модуляции объединяются понятием *угловая модуляция*. В музыкальной практике часто приходится иметь дело со смешанной модуляцией. *амплитудно-частотной, амплитудно-фазовой или амплитудно-фазочастотной*.

Амплитудная модуляция. Воздействие на амплитуду колебаний осуществляется по закону некоторой временной функции, например синусоидальной [для простоты математических преобразований начальную фазу модулирующего колебания принимаем равной нулю (рис. 1.19)]. Амплитуду x_0 можно представить в виде

$$x_a(t) = x_0 + x_1 \sin \Omega t = x_0 (1 + m \sin \Omega t), \quad (1.74)$$

где x_0 — амплитуда модулируемого (несущего) колебания; x_1 — амплитуда изменения функции $x_a(t)$ в результате модулирующего воздействия, изменяющегося с частотой $\Omega \ll \omega$, $m = x_1/x_0$ — глубина модуляции.

После преобразования выражения для простого гармонического колебания с учетом функции (1.74) и тригонометрического выражения $\sin \alpha \sin \beta = 0,5 [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$ она имеет вид

$$x = x_0 (1 + m \sin \Omega t) \sin(\omega t + \varphi) = x_0 [\sin(\omega t + \varphi) + (m/2) \cos(\omega t - \Omega + \varphi) - (m/2) \cos(\omega t + \Omega + \varphi)]. \quad (1.75)$$

В результате преобразований амплитудно-модулированное колебание представлено в виде трех слагаемых. Первое слагаемое представляет собой исходное немодулированное колебание с частотой ω . Второе и третье слагаемые появились в процессе модуляции амплитуды синусоидальным сигналом. Их частоты равны сумме и разности модулируемой и модулирующей частот и называются *верхней и нижней боковыми частотами*.

Амплитуды боковых частот одинаковы и составляют величину $m x_1/2$. При максимально возможной (без искажений) глубине модуляции ($m = 1$) амплитуды боковых составляющих достигают половины амплитуды несущей частоты. При меньшей глубине модуляции ($m < 1$) амплитуды боковых составляющих будут меньше.

На векторной диаграмме для амплитудно-модулированного колебания ось времени t представлена вращающейся по часовой стрелке с угловой скоростью ω вокруг точки O (рис. 1.20). Неподвижный вектор \bar{x}_0 составляет с горизонтальной осью угол φ , равный начальной фазе колебания. Мгновенное значение амплитуды будет равно проекции вектора \bar{x} на ось, перпендикулярную оси времени, т. е. отрезку D_1K_1 .

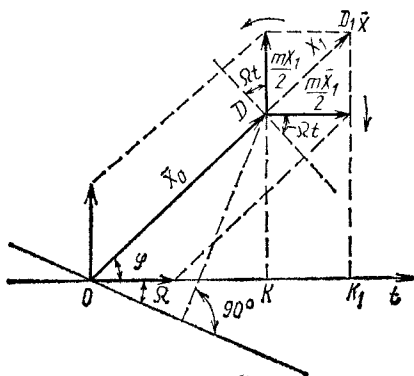


Рис. 1.20. Векторная диаграмма амплитудно-модулированного колебания

Для наглядности колебания боковых частот построены как в начале координат (точка O), так и на конце вектора \bar{x}_0 (точка D_1). При этом вектор с собственной частотой колебаний $\omega + \Omega$ вращается вокруг точки D с угловой скоростью Ω против часовой стрелки, а вектор с частотой $\omega - \Omega$ — по часовой стрелке. Таким образом, векторы боковых частот с амплитудами $m x_1/2$ будут вращаться во взаимно противоположных направлениях симметрично относительно вектора \bar{x}_0 . Равнодействующий вектор \bar{x}_1 есть геометрическая сумма векторов $m x_1/2$. Он будет направлен либо в ту же сторону, что и вектор \bar{x}_0 , либо в противоположную, что приведет к изменению амплитуды вектора \bar{x} . Амплитуда \bar{x} будет изменяться от $x_0 + x_1$ до $x_0 - x_1$. При $m = 1$ амплитуда модулированного колебания будет изменяться от 0 до x_1 . При $m > 1$, т. е. при $x_1 > x_0$, наступят нелинейные искажения колебаний.

При модуляции простого гармонического колебания сложным колебанием, представляющим сумму двух простых колебаний,

$$x_m = x_{02} \sin \Omega_2 t + x_{03} \sin \Omega_3 t, \quad (1.76)$$

где x_{02} и x_{03} — амплитуды компонентов.

Амплитуда модулированного колебания будет иметь вид

$$x_0(t) = x_1 + x_2 \sin \Omega_2 t + x_3 \sin \Omega_3 t, \quad (1.77)$$

где x_1 — амплитуда несущего колебания; x_2 и x_3 — амплитуды изменения несущей частоты под воздействием соответствующих компонентов модулирующего колебания.

Введя обозначения $m_2 = x_2/x_1$; $m_3 = x_3/x_1$, выражение (1.77) можно представить следующим образом:

$$x_0(t) = x_1 (1 + m_2 \sin \Omega_2 t + m_3 \sin \Omega_3 t). \quad (1.78)$$

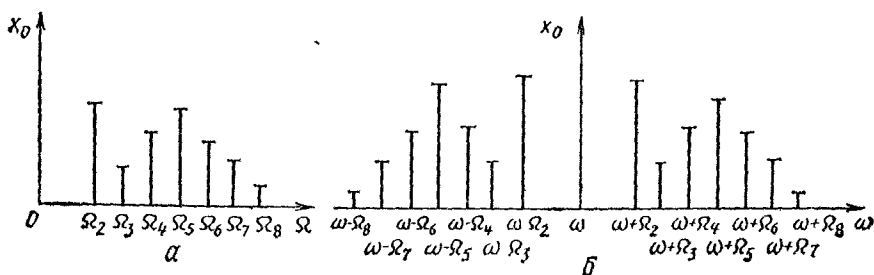


Рис. 1.21. Спектры колебаний:
а — модулирующего; б — модулированного

С учетом тригонометрического соотношения $\sin \alpha \sin \beta = 0,5 [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$ уравнение простого гармонического колебания преобразуется:

$$x = x_1 [\sin \omega t + (m_2/2) \cos(\omega - \Omega_2)t - (m_2/2) \cos(\omega + \Omega_2)t + (m_3/2) \cos(\omega - \Omega_3)t - (m_3/2) \cos(\omega + \Omega_3)t]. \quad (1.79)$$

Каждая из составляющих частот модулирующего колебания создает свою пару боковых частот, амплитуды которых зависят лишь от коэффициентов модуляции m_2 и m_3 и амплитуды модулируемой (несущей) частоты x_1 (данное утверждение справедливо при отсутствии искажений).

Если на синусоидальное колебание воздействовать более сложным модулирующим сигналом, например имеющим спектральный состав (рис. 1.21, а), каждая из составляющих колебания даст две боковые частоты с амплитудами, зависящими от коэффициентов модуляции (рис. 1.21, б).

В случае воздействия синусоидальным сигналом $x_2 \sin \Omega t$ на амплитуду сложного звука, состоящего из нескольких гармонических (простых) составляющих, например из двух (для простоты анализа начальные фазы колебаний можно принять равными нулю),

$$x = x_a \sin \omega t + x_b \sin 2\omega t, \quad (1.80)$$

результатирующее колебание можно представить так:

$$x = x_a \sin \omega t + x_b \sin 2\omega t + (m_a x_a / 2) [\cos(\omega - \Omega)t - \cos(\omega + \Omega)t] + (m_b x_b / 2) [\cos(2\omega - \Omega)t - \cos(2\omega + \Omega)t], \quad (1.81)$$

где x_a — амплитуда первой гармоники модулируемого колебания; x_b — амплитуда второй гармоники модулируемого колебания; $m_a = x_a / (k x_2)$; $m_b = x_b / (k x_2)$; k — коэффициент пропорциональности, определяемый отношением амплитуды модулирующего сигнала к амплитуде изменения компонентов несущей частоты; ω — частота первой гармоники модулируемого колебания; Ω — частота модулирующего колебания

Здесь имеет место независимая модуляция амплитуд каждой составляющей исходного колебания.

Когда частота модулирующего сигнала $\Omega/(2\pi)$ составляет 5—8 Гц, а частота $\omega/(2\pi)$ лежит в области звуковых частот, действие модулирующего колебания на источник звуковых колебаний формирует модулированный сигнал, воспринимаемый на слух как *амплитудное вибрато*.

Угловая модуляция. Она возникает вследствие воздействия некоторой временной функцией на угловой параметр простого гармонического колебания.

Таким угловым параметром является угол колебания $\psi = \omega t + \varphi$. Круговую частоту ω можно определить следующим образом (для простоты принято $\varphi = 0$):

$$\omega = d\psi/dt. \quad (1.82)$$

Фазовый угол представляют выражением

$$\psi = \int \omega t. \quad (1.83)$$

При воздействии на круговую частоту ω периодической функцией, например синусоидальной, ее можно представить в виде

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega \sin \Omega t, \quad (1.84)$$

где ω_0 — среднее значение модулируемой частоты ω ; $\Delta\omega$ — девиация (изменение) частоты; Ω — частота изменения модулируемой частоты (модулирующая частота).

Подставив выражение (1.84) в (1.83), получим

$$\psi = \omega_0 t - \lambda \cos \Omega t = \omega_0 t + \lambda \sin (\Omega t - \pi/2), \quad (1.85)$$

где $\lambda = \Delta\omega/\Omega$ — индекс модуляции.

Модулированное колебание опишется уравнением

$$x = x_0 \sin [\omega_0 t + \lambda \sin (\Omega t - \pi/2)]. \quad (1.86)$$

Из этого уравнения следует, что изменение частоты простого гармонического колебания по синусоидальному закону приводит к изменению фазы по тому же закону, причем индекс модуляции, являющийся амплитудным значением изменения фазы колебаний, не зависит от модулируемой частоты и определяется лишь ее девиацией и частотой модулирующего сигнала. Осциллограмма такого частотно-модулированного колебания показана на рис. 1.22.

При постоянстве частоты ω и изменении фазы φ простого гармонического колебания по синусоидальному закону

$$\varphi = \varphi_0 \sin (\Omega t - \pi/2) \quad (1.87)$$

результатирующее колебание примет вид

$$x = x_0 \sin [\omega_0 t + \varphi_0 \sin (\Omega t - \pi/2)]. \quad (1.88)$$

Уравнение (1.88) идентично уравнению (1.86). При $\lambda = \varphi_0$ разницы между частотной и фазовой модуляциями нет. Однако

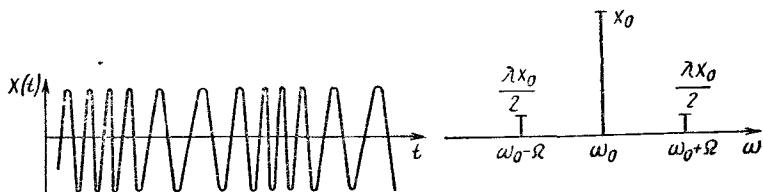


Рис. 1.22. Частотно-модулированное колебание и его спектр

индекс частотной модуляции λ зависит от модулирующей частоты Ω при постоянной девиации $\Delta\omega$ модулируемой частоты. При фазовой модуляции амплитуда изменения фазы Φ_0 постоянна и не зависит от частоты Ω .

Для уяснения влияния угловой (частотной и фазовой) модуляции на спектр колебательного движения можно ограничиться единственным случаем, когда $\lambda \ll 1$. Тогда выражение (1.86) можно преобразовать:

$$x = x_0 \{ \sin \omega_0 t \cos [\lambda \sin (\Omega t - \pi/2)] + \cos \omega_0 t \sin [\lambda \sin (\Omega t - \pi/2)] \}. \quad (1.89)$$

Учитывая, что при $\lambda \ll 1$ $\cos [\lambda \sin (\Omega t - \pi/2)] \approx 1$; $\sin [\lambda \sin (\Omega t - \pi/2)] \approx \lambda \sin (\Omega t - \pi/2)$, окончательно получим

$$\begin{aligned} x &\approx x_0 [\sin \omega_0 t + \lambda \cos \omega_0 t \sin (\Omega t - \pi/2)] = \\ &= x_0 \{ \sin \omega_0 t + (\lambda/2) [\sin (\omega_0 t + \Omega t - \pi/2) - \sin (\omega_0 t - \Omega t + \pi/2)] \}. \end{aligned} \quad (1.90)$$

В случае угловой модуляции (рис. 1.23) суммарный вектор боковых составляющих с угловыми частотами $\omega_0 + \Omega$ и $\omega_0 - \Omega$ направлен под углом $\pi/2$ к вектору колебания несущей частоты ω_0 . Результирующий (комплексный) вектор при этом совершает колебания около вектора несущей частоты с амплитудой угла, равной индексу модуляции λ .

Спектральная диаграмма угловой модуляции при $\lambda \ll 1$ (см. рис. 1.22, *справа*) имеет тот же характер, что и в случае амплитудной модуляции (см. рис. 1.19, *справа*). Амплитуды боковых составляющих равны $\lambda x_0/2$, ширина спектра составляет 2Ω , т. е. при малых девиациях частоты она не зависит от самой девиации $\Delta\omega$.

Уравнение (1.90) не дает правильного представления о действительной картине явлений, если не выполняется условие $\lambda \ll 1$. При угловой модуляции спектр колебаний усложняется с увеличением индекса модуляции за счет появления дополнительных боковых частот [1], отличающихся от несущей частоты на $\pm n\Omega$, где n — любое целое число. При индексе модуляции 1—2 существенную роль играют все боковые частоты до четвертой, а ширина спектра соответственно доходит до 8Ω . При $\lambda > 4$ ширина спектра может быть принята $2\lambda\Omega$. Амплитуды

Усложнение спектров модулирующего и модулируемого колебаний приводит к перераспределению амплитуд боковых частот. Однако общая ширина спектра при этом изменяется незначительно.

1.6. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА

Перенос колебаний воздушной средой происходит за счет ее сжатия и разрежения.

Изменения со звуковой частотой давления упругой среды, вызванные переносом колебаний, называют звуковыми волнами, а колебательные движения частиц среды, обусловленные движением звуковых волн, — звуковыми колебаниями.

Пространство, в котором происходит распространение звуковых волн, называется *звуковым полем*.

Звуковые колебания в жидкой и газообразной средах являются продольными колебаниями (частицы среды колеблются в направлении распространения звуковых волн). Звуковые колебания в твердой среде могут быть как продольными, так и поперечными (частицы среды колеблются в направлении, перпендикулярном направлению распространения звуковых волн).

Направление распространения звуковых волн называют *звуковым лучом*, а поверхность, перпендикулярную звуковому лучу и соединяющую все смежные точки звукового поля с одинаковой фазой колебаний, — *фронтом волны*. По форме фронта звуковые волны могут быть *плоскими, сферическими (шаровыми), цилиндрическими или сложными*.

Скорость распространения звуковой волны (звука) определяется свойствами среды и для воздушной среды описывается уравнением

$$c_0 = \sqrt{\gamma p_0 / \rho_0}, \quad (1.93)$$

где γ — коэффициент адиабаты, т. е. отношение теплоемкости воздуха при постоянном давлении к его теплоемкости при постоянном объеме (при атмосферном давлении 101325 Па и температуре 15 °С $\gamma = 1,402$); p_0 — барометрическое давление; ρ_0 — плотность воздуха.

В жидких и твердых телах скорость звука определяется плотностью материала ρ и модулем упругости E :

$$c = \sqrt{E/\rho}. \quad (1.94)$$

Зависимость скорости звука от температуры показана на графике рис. 1.24. На рис. 1.25 представлена зависимость скорости звука и плотности воздуха от высоты над уровнем моря при 0 °С. Скорость звука в некоторых газообразных, жидких и твердых телах приведена в табл. 1.3 и 1.4.

Звук характеризуется определенными объективными параметрами.

Звуковое давление — это разность между мгновенным значением давления в заданной точке среды при прохождении через

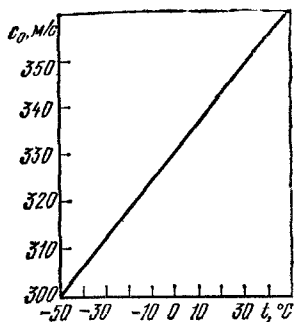


Рис. 1.24. Зависимость скорости звука в воздухе от температуры при атмосферном давлении 101325 Па

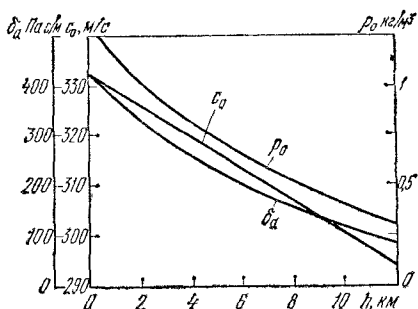


Рис. 1.25. Изменение скорости звука, плотности воздуха и удельного акустического сопротивления от высоты над уровнем моря при температуре 0 °C

Таблица 1.3. Скорость звука и удельное акустическое сопротивление в некоторых газах и жидкостях

Среда	Температура, °C	Плотность, кг/м ³	Скорость звука, м/с	Удельное акустическое сопротивление δ_a , Па·с/м
Водяной пар	100	0,58	405	235
Воздух	20	1,2	343	412
»	0	1,29	331	427
Гелий	0	0,18	970	175
Вода пресная	15	999	1430	$1,43 \cdot 10^6$
» соленая (3,5 % соли)	15	1027	1500	$1,55 \cdot 10^6$

Таблица 1.4. Скорость звука и удельное акустическое сопротивление в твердых телах

Материал	Плотность, кг/м ³	Скорость звука, м/с		Удельное акустическое сопротивление $\delta_a \cdot 10^{-6}$, Па·с/м	
		в неограниченной среде	вдоль стержня	в неограниченной среде	для продольных колебаний в стержне
Железо	7800	5850	5170	45,6	40,4
Дуб	700	4170 *	1520 **	2,92 *	1,06 **
Сосна	500	5030 *	1450 **	2,77 *	0,8 **
Лед	916	—	3200	—	2,93
Пробка	240	—	500	—	0,12
Каучук натуральный	950	—	30	—	0,028
Гранит	2700	—	3950	—	10,7
Стекло	3250	5660	5300	18,5	17,3

* По волокну.
** Радиальная.

нее звуковой волны и величиной атмосферного давления в той же точке в случае покоя. Величину звукового давления оценивают по амплитуде или эффективному значению. Для синусоидальных колебаний звуковое давление составляет $1/\sqrt{2} \approx 0,707$ амплитудного.

Звуковое давление — результат воздействия переменной силой F на единичную поверхность площадью s перпендикулярно плоскости этой поверхности:

$$p = F/s. \quad (1.95)$$

При разговоре или воспроизведении музыки средней громкости звуковое давление составляет 0,1...0,2 Па. Средняя величина атмосферного давления превышает 10^5 Па, т. е. примерно в миллион раз выше среднего звукового давления. Некоторые значения звуковых давлений характерных звуков приведены в табл. 1.5.

Таблица 1.5. Звуковое давление некоторых характерных звуков

Источник звука	Расстояние от источника звука, м	Приблизительное звуковое давление, Па
Писк комара	0,5	$2 \cdot 10^{-5}$
Шелест листьев на деревьях в тихую погоду	1	$6 \cdot 10^{-5}$
Шепот	1	$2 \cdot 10^{-4}$
Тихая речь	1	10^{-3}
Скрипка (пианиссимо)	1	$2 \cdot 10^{-3}$
Нормальная речь	1	$5 \cdot 10^{-2}$
Громкая речь	1	0,5
Струнный квартет	2,5	1
Рояль (фортиссимо)	3	2
Большой оркестр (фортиссимо)	10	6
Шум самолета	5	200

Скоростью колебаний v называют скорость движения частиц среды под действием проходящей звуковой волны $v = dx/dt$, где x — смещение частиц среды; t — время. Скорость колебания считается положительной, если направление движения частиц среды совпадает с направлением движения звуковой волны. При обратном направлении движения частиц среды скорость колебания отрицательная.

Удельным акустическим сопротивлением (импедансом) называют отношение звукового давления p к скорости колебаний v :

$$\delta_a = p/v. \quad (1.96)$$

Это выражение справедливо для линейных характеристик среды, т. е. в том случае, когда величина звукового давления значительно меньше атмосферного давления. Удельное акустиче-

ское сопротивление определяется свойствами среды или материала и условиями распространения волн (см. табл. 1.3, 1.4).

В общем случае удельное акустическое сопротивление является комплексной величиной:

$$\delta_a = \delta_1 + j\delta_2, \quad (1.97)$$

где δ_1 и δ_2 — активная и реактивная составляющие.

Удельное акустическое сопротивление измеряется в паскаль-секундах на метр. Сдвиг фаз ψ между звуковым давлением и скоростью колебаний определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \psi = \delta_2 / \delta_1. \quad (1.98)$$

Удельное акустическое сопротивление часто также обозначают через z_1 . Кроме удельного акустического сопротивления (импеданса) в акустике часто используют понятия *комплексного акустического сопротивления* z_a и *комплексного механического сопротивления* z_m . Эти величины соотносятся следующим образом:

$$z_m = sz_1 = s^2 z_a, \quad (1.99)$$

где s — площадь сечения в акустической системе.

Механическое сопротивление измеряется в ньютон-секундах на метр, а комплексное акустическое сопротивление в паскаль-секундах на кубический метр.

Интенсивностью, или *силой*, *звука* называют количество энергии, переносимой звуковой волной через единицу поверхности, перпендикулярной направлению распространения волны, в единицу времени. Интенсивность звука измеряется в ваттах на квадратный метр. Для периодических процессов интенсивность будет

$$I = (1/T) \int_0^T p v dt,$$

а для непериодических

$$I = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T p v dt,$$

где T — период колебаний; p и v — мгновенные значения звукового давления и скорости колебаний.

Интенсивность звука для синусоидальных колебаний определяют следующим образом:

$$I = 0,5 p_m v_m \cos \psi = p_s v_s \cos \psi = v_s^2 \delta_1, \quad (1.100)$$

где p_m и v_m — амплитуда звукового давления и скорости колебаний; p_s и v_s — эффективное значение звукового давления и скорости колебаний δ_1 — активная составляющая удельного акустического сопротивления.

В акустике часто используется понятие *плотности энергии*, под которой понимают количество звуковой энергии, находящейся в единице объема. Она измеряется в джоулях на кубический метр и определяется соотношением

$$\varepsilon = I/c_0 = p_s^2 / (c_0^2 \rho_0). \quad (1.101)$$

Звуковые волны по мере удаления от источника претерпевают изменения, проявляющиеся в уменьшении интенсивности и смягчении тембра, что позволяет судить об удаленности источника звука. Причины ослабления звука — разбегание волн и поглощение их воздушной средой. Таким образом, затухание звука определяется геометрическими и физическими свойствами окружающей среды. Степень поглощения звука средой зависит от ее физических свойств и частоты звука.

Для неограниченного идеального (без посторонних предметов) звукового поля звуковое давление можно описать уравнением

$$\begin{aligned} p = M \left[p_1 \sin \left(\omega_1 t - \frac{r-a}{c_0} + \varphi_1 \right) e^{-\beta \omega_1^2 (r-a)} + \right. \\ \left. + p_2 \sin \left(\omega_2 t - \frac{r-a}{c_0} + \varphi_2 \right) e^{-\beta \omega_2^2 (r-a)} + \dots \right. \\ \left. \dots + p_n \sin \left(\omega_n t - \frac{r-a}{c_0} + \varphi_n \right) e^{-\beta \omega_n^2 (r-a)} + \dots \right], \quad (1.102) \end{aligned}$$

где M — коэффициент, характеризующий геометрические свойства звуковой волны (для плоской волны $M = 1$); p_1, p_2, \dots, p_n — амплитуды компонентов (гармоник) звука на расстоянии a от центра источника звука, r — расстояние до центра источника звука, a — радиус источника звука; $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ — начальные фазы колебаний; β — коэффициент, характеризующий физические свойства среды.

Вблизи источника звука ($r \approx a$; $M \approx 1$) звуковое давление опишется уравнением

$$\begin{aligned} p \approx p_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + p_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + \dots \\ \dots + p_n \sin(\omega_n t + \varphi_n) + \dots \quad (1.103) \end{aligned}$$

Движение *плоской звуковой волны* в общем случае описывается волновым уравнением

$$\partial^2 p / \partial t^2 = c_0^2 \partial^2 p / \partial r^2. \quad (1.104)$$

Общее решение уравнения (1.104):

$$p = Q_1(t - r/c_0) + Q_2(t + r/c_0), \quad (1.105)$$

где $Q_1(t - r/c_0)$ — уравнение волны, движущейся в положительном направлении, $Q_2(t + r/c_0)$ — уравнение волны, движущейся в отрицательном направлении.

Частное решение уравнения без учета потерь энергии в среде (предполагая, что радиус источника звука a много мень-

ше расстояния до источника звука r) можно записать в комплексной форме

$$p = p_m e^{i(\omega t - kr)}, \quad (1.106)$$

где $k = \omega/c_0$ — волновое число.

Уравнение (1.106) предполагает движение волны только в положительном направлении, причем предполагается, что источник создает синусоидальные колебания.

В действительной форме уравнение (1.106) имеет вид

$$p = p_m \sin(\omega t - kr). \quad (1.107)$$

Скорость колебаний соответственно может быть представлена в комплексной форме

$$v = v_m e^{i(\omega t - kr)} \quad (1.108)$$

или в действительной форме

$$v = v_m \sin(\omega t - kr). \quad (1.109)$$

где $v_m = \omega x_m$ — амплитуда скорости; x_m — амплитуда смещения.

Интенсивность звука *сферической звуковой волны* с удалением от источника уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния:

$$I = I_0 l_0 / r^2, \quad (1.110)$$

где I_0 — интенсивность звука на расстоянии единицы длины l_0 (обычно $l_0 = 1$ м) от источника (центра сферы); r — расстояние от точки измерения до центра сферы.

Полная мощность исходящего от источника звука при этом сохраняется с точностью до потерь на вязкость среды и молекулярное рассеяние. Звуковое давление сферической волны в зависимости от расстояния уменьшается по гиперболическому закону:

$$p = p_1 l_0 / r, \quad (1.111)$$

где p_1 — звуковое давление на расстоянии от источника звука (центра сферы); r — расстояние от центра сферы до точки измерения.

Общий вид решения волнового уравнения для сферической волны примет вид

$$p = (p_1 l_0 / r) [Q_1(t - r/c_0) + Q_2(t + r/c_0)], \quad (1.112)$$

где $(p_1 l_0 / r)[Q_1(t - r/c_0)]$ уравнение волны, перемещающейся в положительном направлении; $(p_1 l_0 / r)[Q_2(t + r/c_0)]$ — уравнение волны, перемещающейся в отрицательном направлении.

Частное решение для распространения волны в неограниченной среде в положительном направлении, т. е. при отсутствии отраженных волн, распространяющихся в отрицательном

направлении, без учета потерь можно представить в комплексной форме

$$p = (p_1 l_0 / r) e^{i\omega(t - r/c_0)} = p_m e^{i(\omega t - kr)} \quad (1.113)$$

или в действительной форме

$$p = p_m \sin(\omega t - kr). \quad (1.114)$$

где p_m — амплитуда звуковой волны на расстоянии r от центра сферы, $k = \omega/c_0$ — волновое число.

Скорость колебаний в сферической волне

$$v = (v_0 l_0 / r) e^{i[\omega(t - r/c_0) - \psi]}, \quad (1.115)$$

или в действительной форме

$$v = v_m \sin(\omega t - kr - \psi), \quad (1.116)$$

где v_0 — амплитуда скорости колебаний на расстоянии l_0 от центра источника звука; v_m — амплитуда скорости колебаний на расстоянии r от центра сферы.

$$\begin{aligned} v_0 &= [p_1 / (\rho_0 c_0)] \sqrt{1 + c_0^2 / (\omega^2 r^2)} = \\ &= [p_1 / (\rho_0 c_0)] \sqrt{1 - 1 / (kr)^2} = [p_1 / (\rho_0 c_0)] \cos \psi. \end{aligned} \quad (1.117)$$

Здесь ψ — сдвиг фаз между звуковым давлением и скоростью колебаний — можно определить по формуле $\operatorname{tg} \psi = c_0 / (\omega r) = 1 / (kr) = \lambda / (2\pi r)$.

Интенсивность звука цилиндрической звуковой волны с расстоянием от оси цилиндра убывает по гиперболическому закону

$$I = I_0 l_0 / r, \quad (1.118)$$

где I_0 — интенсивность звука на расстоянии единицы длины l_0 от источника звука; r — расстояние от точки измерения до источника звука.

Звуковое давление для цилиндрической звуковой волны изменяется в соответствии с выражением

$$p = p_1 \sqrt{l_0 / r}. \quad (1.119)$$

1.7. ЗВУКОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Отражение и преломление звуковых волн. Явления отражения и преломления возникают при переходе звуковых волн из среды с одной плотностью в среду с другой плотностью. Падающая на поверхность раздела сред волна отражается под углом, равным углу падения ($\alpha_1 = \alpha_2$), если поверхность раздела гладкая (рис. 1.26). Шероховатость поверхности должна быть мала по сравнению с половиной длины звуковой волны. При шероховатости поверхности, соизмеримой с половиной длины волны и больше, ее отражение будет диффузное (рассеянное). Внутренние и наружные поверхности зданий и сооружений являются, как правило, для звука гладкими. Форма отражающей поверхности определяет характер отраженных волн.

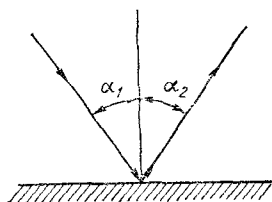


Рис. 1.26. Отражение волны

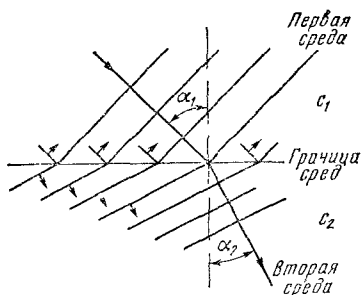


Рис. 1.27. Преломление волны

Выпуклые поверхности увеличивают рассеяние звука тем больше, чем меньше радиус кривизны. При этом радиус кривизны должен быть больше половины длины волны.

Вогнутые поверхности могут уменьшать, сохранять или увеличивать рассеяние звука по сравнению с плоскими поверхностями в зависимости от положения центра кривизны по отношению к источнику звука, а также в зависимости от формы источника звука.

Преломление звуковых волн при переходе из одной среды в другую (рис. 1.27) может быть описано соотношением

$$\sin \alpha_1 / \sin \alpha_2 = c_1 / c_2 = n,$$

где α_1 — угол наклона звукового луча к перпендикуляру поверхности раздела сред (угол падения); α_2 — угол преломления, c_1 и c_2 — скорость звука в первой и второй среде; n — коэффициент (показатель) преломления.

При переходе звуковой волны из среды с меньшей скоростью распространения звука в среду с большей скоростью при некотором угле падения она может полностью отразиться от поверхности раздела сред, при этом преломления не будет, тогда $\sin \alpha = 1/n$. Угол α называют *углом полного внутреннего отражения*. Отражение волн внутренними поверхностями помещений приводит к выравниванию распределения звуковой энергии по всему объему помещения.

Интерференция звука. Интерференцией звука называют процесс сложения в пространстве двух или нескольких звуковых волн, при котором в разных точках пространства получается усиление или ослабление амплитуды результирующей волны.

Если в пространстве распространяются две волны, то в каждой отдельно взятой точке пространства результирующее колебание представляет собой сумму мгновенных значений колебаний, приходящих в данную точку, каждой из волн (принцип суперпозиции). Простейший случай интерференции — сложение двух звуковых волн одинаковой частоты (при совпадении

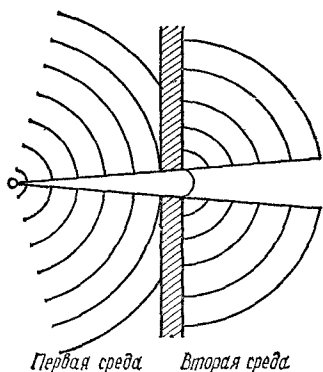


Рис. 1.28. Прохождение звуковой волны через малое отверстие

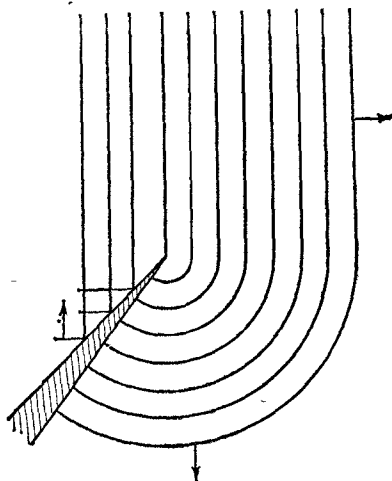


Рис. 1.29. Огибание звуковой волной препятствия

направления колебаний). Если волны синусоидальные, амплитуда звукового давления результирующей волны для заданной точки пространства

$$p_m = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2 \cos \varphi},$$

где p_1 и p_2 — амплитуда звукового давления первого и второго колебания в заданной точке пространства; φ — разность фаз колебаний в этой же точке.

Для когерентных волн разность фаз в заданной точке пространства остается неизменной. В зависимости от выбираемой точки пространства амплитуда колебаний двух синусоидальных звуков когерентных источников изменяется от $p_m = p_1 + p_2$ до $p_1 - p_2$. В случае равенства амплитуд двух колебаний в пространстве будут точки, результирующая амплитуда в которых равна 2 и 0. Это точки максимальной и нулевой громкости.

Когерентные источники звука в результате сложения колебаний образуют *стоячие волны*, у которых точки максимальной амплитуды называют пучностями, минимальной амплитуды — узлами.

Явление интерференции при распространении музыкальных звуков может приводить к появлению биений, изменению интенсивности и потере слитности звука.

Дифракция звука. Дифракцией звука называют изменение направления фронта звуковых волн при огибании препятствий, размеры которых меньше длины волны, или при прохождении через малые отверстия в преградах (рис. 1.28). Явление дифракции наблюдается и при падении звуковой волны на край препятствия (рис. 1.29).

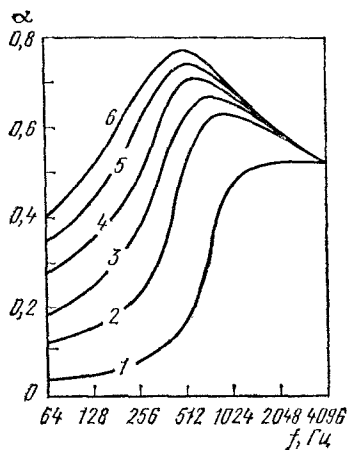
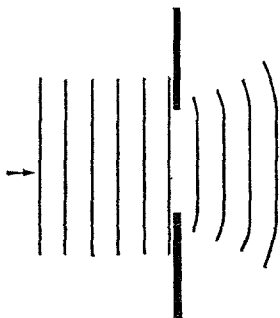


Рис. 1.30. Прохождение звуковой волны через большое отверстие

Рис. 1.31. Зависимость коэффициента поглощения войлока толщиной 11 мм (цифры у кривых — количество слоев) от частоты звуковых колебаний

Дифракция объясняется принципом Гюйгенса, согласно которому малое препятствие или отверстие является вторичным источником, распространяющим полусферическую волну. Дифракция зависит от частоты звука. Если размер отверстия близок к длине волны или больше ее, звуковая волна проходит через него, мало искажаясь (рис. 1.30) [2].

Поглощение звука. Коэффициент поглощения и отражения. В результате поглощения (демпфирования, диссипации) звука происходит превращение энергии звуковых волн в тепло. Величина поглощенной энергии характеризуется *коэффициентом поглощения* материала, на который падает звуковая волна. Он представляет собой отношение звуковой энергии, поглощенной материалом препятствия (I_n), к звуковой энергии, достигшей препятствия (I):

$$\alpha = I_n/I. \quad (1.120)$$

Отраженная часть энергии звука определяется *коэффициентом отражения*, представляющим собой отношение звуковой энергии, отраженной от преграды (I_0), к звуковой энергии, достигшей преграды (I):

$$\beta = I_0/I. \quad (1.121)$$

Сумма коэффициентов поглощения и отражения всегда равна 1. Коэффициенты α и β зависят от материала и частоты звука (рис. 1.31).

Реверберация и эхо. Реверберацией называют процесс постепенного затухания звука в закрытых помещениях после выключения его источника. Воздушный объем помещения

представляет собой колебательную систему с большим числом собственных частот. Каждое из собственных колебаний имеет свой коэффициент затухания, зависящий от поглощения и отражения звука ограничивающими поверхностями. Кроме того, отражение звука поверхностями стен, окон и других предметов зависит от частоты.

Отраженные от поверхностей волны складываются с прямыми и другими отраженными волнами. Это приводит к нарастанию интенсивности звука в помещении. Нарастание звука происходит по мере многократного прохождения отраженными волнами расстояний между отражающими поверхностями. Если бы поглощение отсутствовало, нарастание интенсивности звука продолжалось бы неограниченно. Однако из-за частичного поглощения отраженного звука предметами и потерь в воздухе происходит постепенное ослабление звуковых волн и наступает *акустическое равновесие*.

При мгновенном прекращении излучения звука звуковые волны затухнут не сразу. Время, в течение которого в помещении сохраняется звук после прекращения его излучения, называют *временем реверберации*. За время реверберации принимают время, в течение которого звуковое давление в помещении уменьшается в 1000 раз. Его находят из выражения $T_{рев} = \tau_{рев} \ln(p_{зв}/p_{зат}) = 6,9\tau_{рев}$, где $\tau_{рев}$ — постоянная времени затухания звука в помещении; $p_{зв}$ — звуковое давление до прекращения излучения звука; $p_{зат}$ — значение звукового давления к моменту затухания, принимаемое равным $0,001p_{зв}$.

Коэффициент поглощения различных материалов и объектов при частоте синусоидального звука, Гц

	128	256	512	1024	2048	4096
Открытое окно	1	1	1	1	1	1
Сталь, алюминий, латунь гладкие	—	—	0,002	—	—	—
Бетон гладкий неокрашенный	0,01	0,012	0,015	0,019	0,023	0,035
То же окрашенный и покрытый лаком	0,009	0,011	0,014	0,016	0,017	0,018
Кирпичная стена нештукатуренная	0,024	0,025	0,032	0,042	0,049	0,07
Штукатурка гипсовая гладкая	0,013	0,015	0,02	0,028	0,04	0,05
То же окрашенная	0,012	0,013	0,017	0,020	0,023	0,025
Сосновая панель толщиной 19 мм	0,098	0,11	0,061	0,081	0,082	0,11
То же покрытая лаком	—	—	0,03	—	—	—
Деревянный пол и деревянные поверхности гладкие	—	—	0,061	—	—	—
Стекло зеркальное толстое	—	—	0,019	—	—	—
Линолеум толщиной 5 мм	0,02	—	0,03	—	0,04	—
Войлок шерстяной толщиной 2,5 см	0,09	0,34	0,55	0,66	0,52	0,39
Драпировка, соприкасающаяся со стеной						
хлопчатобумажная ткань плотностью, г/м ²						

360	0,03	0,04	0,11	0,17	0,24	0,35
500	0,04	0,07	0,13	0,22	0,33	0,35
бархат плотностью 650 г/м ²	0,05	0,12	0,35	0,45	0,38	0,36
Ковер толщиной 1 см с ворсом на бетоне	0,09	0,08	0,21	0,27	0,27	0,37
Резиновый ковер толщиной 5 мм	0,04	0,04	0,08	0,12	0,13	0,1
Слушатели (2,2 человека на 1 м ²)	—	—	0,96	—	—	—
Кожаные и бархатные кресла в зависимости от отделки	—	—	0,21—0,33	—	—	—
Стулья с мягкими сиденьями и спинками	—	—	0,15	—	—	—

Время реверберации оказывает влияние на качество звучания. Малое время реверберации делает звук сухим, безжизненным, неинтересным, а музыку — невыразительной, лишенной воздуха, требующей от исполнителей повышенной громкости исполнения.

При большом времени реверберации звук становится бубнящим, неразборчивым, а музыка — гудящей, угнетающей, превращается в дисгармоническую смесь звуков.

Экспериментально было установлено оптимальное время реверберации. Оно зависит от характера звуков (речь, музыка), объема помещения и вида исполняемых музыкальных произведений (рис. 1.32). Чем медленнее темп исполняемого произведения, тем выше оптимальное время реверберации. Отмечена также некоторая зависимость оптимального времени реверберации от частоты звука. С понижением частоты ниже 500 Гц и повышением выше 2000 Гц оптимальное время реверберации увеличивается.

Существует критический интервал времени между приходящими (основным и отраженным) звуками, когда они воспринимаются без разрыва. Если интервал времени меньше критического, явление отражения звуков воспринимается как ревер-

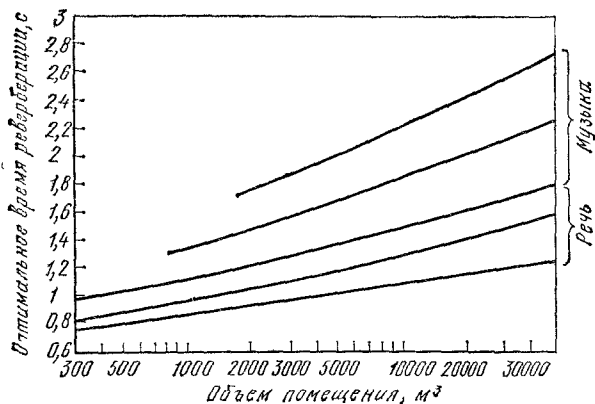


Рис. 1.32. Оптимальное время реверберации

берация, если больше — как эхо. Критический интервал в зависимости от характера звуков и их дискретности составляет 40...100 мс. Интервал времени появления отраженных звуков, воспринимаемых как эхо, заключен в пределах от одной десятой секунды до нескольких секунд или десятков секунд. В музыкальной практике часто прибегают к созданию искусственных реверберации и эха.

2. СЛУХОВОЕ ВОСПРИЯТИЕ ЗВУКОВ

2.1. ИНТЕНСИВНОСТЬ И УРОВНИ ГРОМКОСТИ

Громкость — это параметр звука, характеризующий субъективное восприятие слухом интенсивности звука. Интенсивность звука — энергия, переносимая звуковой волной через единицу поверхности в единицу времени.

Ухо способно воспринимать только те звуки, интенсивность которых выше порога слышимости, но меньше болевого порога ощущения.

За стандартный порог слышимости принимается при частоте 1000 Гц величина звукового давления p_0 , равная $2 \cdot 10^{-5}$ Па, или интенсивности $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м².

Порог болевого ощущения на той же частоте превышает порог слышимости примерно на 120 дБ (рис. 2.1). Пороги слышимости и болевого ощущения для различных частот звуков различны. Этим объясняется различное субъективное восприятие звуков различной частоты, но равной по величине интенсивности. Звуки равной интенсивности в диапазоне частот 1000...5000 Гц кажутся на слух более громкими, чем звуки других диапазонов частот.

Максимальное отношение звуковых давлений у порогов болевого ощущения и слышимости составляет порядка 10^7 , интенсивностей — 10^{14} , поэтому удобнее пользоваться не абсолютными, а относительными величинами.

Выраженное в децибелах отношение интенсивности I рассматриваемого звука к стандартной интенсивности I_0 , соответствующей порогу слышимости на частоте 1000 Гц и принимаемой за нулевой уровень, называют уровнем интенсивности звука:

$$N = 10 \lg (I/I_0). \quad (2.1)$$

Уровень интенсивности звука может быть также выражен как отношение данного звукового давления p к пороговому значению звукового давления p_0 :

$$N = 20 \lg (p/p_0). \quad (2.2)$$

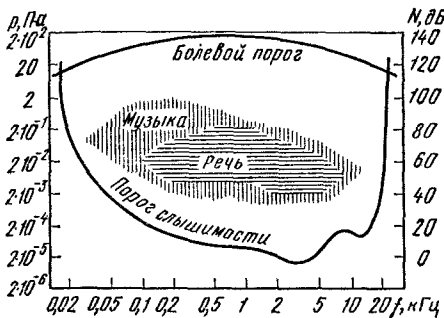


Рис. 2.1. Пороги слышимости и болевого ощущения

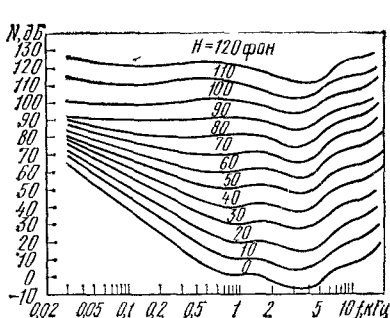


Рис. 2.2. Кривые равных уровней громкости

При одинаковой интенсивности громкость звуков различной частоты различна, т. е. на разных частотах одинаковую громкость могут иметь звуки разной интенсивности (рис. 2.2).

Под уровнем громкости понимают некоторую безразмерную величину громкости N , выраженную в десятичных логарифмах и равную по слуховому восприятию уровню интенсивности синусоидального звука частотой 1000 Гц.

$$N = 10 \lg (I_s / I_0), \quad (2.3)$$

где I_s — интенсивность звука частотой 1000 Гц, равного по громкости с рассматриваемым.

Уровень громкости измеряется в фонах. На частоте 1000 Гц количественная оценка в фонах и децибелах совпадает. Например, при уровне интенсивности синусоидального звука 30 дБ уровень громкости равен 30 фон (см. рис. 2.2). Но при частоте 100 Гц и уровне интенсивности 30 дБ звук не будет слышен. Чтобы при этой частоте получить звук с уровнем громкости 30 фон, необходимо уровень интенсивности его увеличить до 60 дБ. По мере повышения интенсивности звука кривые равной громкости спрямляются. Поэтому, чтобы сохранить естественным тембр звучания музыки и речи при увеличении громкости, необходимо внести соответствующую коррекцию в канал звукового тракта воспроизводящих систем. Громкость звука на слух увеличивается непропорционально увеличению уровня громкости. Чтобы слушатель ощутил удвоение громкости, при звуках малой интенсивности необходим меньший прирост интенсивности, чем при звуках большой интенсивности. На практике часто не используют оценку уровня громкости в фонах, а применяют другую относительную величину, показывающую, во сколько раз данный звук громче другого. Ее называют *относительной громкостью*, или просто *громкостью*. Она измеряется в сонах. Громкость звука 1 сон соответствует уровню громкости синусоидального звука 40 фон. Субъективному увеличению громкости

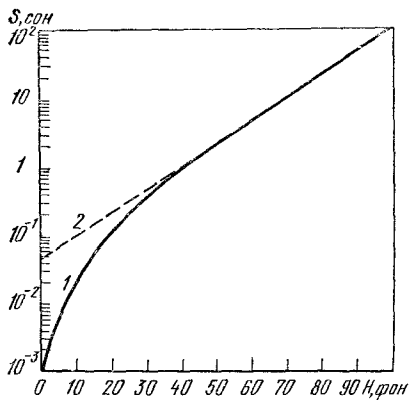


Рис. 2.3. Зависимость относительной громкости звука от уровня громкости

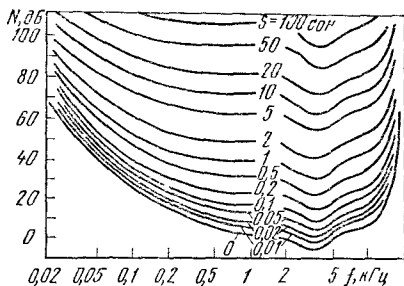


Рис. 2.4. Кривые равной относительной громкости

в два раза соответствует повышению ее на условной шкале на 1 сон

Для расчета громкости синусоидального звука может быть использована экспериментальная кривая 1 (рис. 2.3), выражающая зависимость громкости звука от уровня громкости. Для расчета громкости в сонах иногда пользуются эмпирической формулой $S = 2^{(N-40)/10}$, по которой построена прямая 2 (см. рис. 2.3). Заметное расхождение экспериментальной и расчетной зависимостей наблюдается при уровне громкости менее 30 фон.

Для расчета громкости можно также воспользоваться кривыми равной относительной громкости (рис. 2.4), аналогичными кривым равных уровней громкости (см. рис. 2.2). Применение кривых равной относительной громкости ограничивается случаями определения громкости одиночных синусоидальных звуков.

В музыкальной практике получила распространение следующая система обозначения громкости звука:

- ppp* — пиано-пианиссимо (совсем тихо);
- pp* — пианиссимо (очень тихо);
- p* — пиано (тихо);
- mp* — меццо пиано (умеренно тихо);
- mf* — меццо форте (умеренно громко);
- f* — форте (громко);
- ff* — фортиссимо (очень громко);
- fff* — форте-фортиссимо (совсем громко).

Каждая ступень соответствует увеличению уровня громкости примерно на 9—12 фон, а весь динамический диапазон уровней громкости составляет 70—80 фон. Точного изменения уровня громкости при переходе с одной ступени на другую указать нельзя, так как такая градация зависит от индивидуальных вкусов музыкантов, условий окружающей среды, уровня проникающего шума и т. д.

2.2. ЧАСТОТНЫЕ ГРУППЫ

Процесс субъективного восприятия звуков, состоящих из нескольких компонентов, усложняется по сравнению с процессом восприятия чистых тонов из-за нелинейности кривых равной громкости, маскирующего воздействия звуков, неравномерной чувствительности уха к приросту громкости при различных уровнях громкости и наличию частотных групп слуха.

Экспериментально установлено, что для слуха существуют некоторые *частотные полосы* или *группы*, называемые также *критическими*, внутри которых как бы суммируются интенсивности компонентов звука:

$$N = 10 \lg \sum_{k=1}^{\infty} (I_k/I_{0\text{cp}}), \quad (2.4)$$

где I_k — интенсивность k -го тона сложного звука; $I_{0\text{cp}}$ — интенсивность звука у порога слышимости для средней частоты критической полосы слуха.

По полученному значению уровня интенсивности по рис. 2.2 находят уровень громкости, после чего по рис. 2.3 определяют громкость сложного звука, лежащего в одной критической полосе слуха, при условии, что частотами не образуются ощутимые на слух биения, т. е. при разности частот тонов сложного звука более 10 Гц.

Критических полос слуха экспериментально определено 24 (табл. 2.1). Примыкая друг к другу, они не образуют разрыва в области слышимых частот. Границы полос весьма условны, так как средняя частота полосы f_{cp} может принимать любые значения. В этом смысле разделение области слышимых звуков на полосы является произвольным. Существует определенная зависимость ширины критической полосы слуха $\Delta f_{\text{кр}}$ от средней ее частоты (рис. 2.5).

Таблица 2.1. Низшие и средние частоты критических полос слуха

Номер частотной группы	f_{cp} , Гц	$\Delta f_{\text{кр}}$, Гц	$f_{\text{н}}$, Гц	Номер частотной группы	f_{cp} , Гц	$\Delta f_{\text{кр}}$, Гц	$f_{\text{н}}$, Гц
1	50	80	20	13	1 850	180	1 720
2	150	100	100	14	2 150	320	2 000
3	250	100	200	15	2 500	380	2 320
4	350	100	300	16	2 900	450	2 700
5	450	110	400	17	3 400	550	3 150
6	570	120	510	18	4 000	700	3 700
7	700	140	630	19	4 800	900	4 400
8	840	150	770	20	5 800	1 100	5 300
9	1 000	160	920	21	7 000	1 300	6 400
10	1 170	190	1 080	22	8 500	1 800	7 700
11	1 370	210	1 270	23	10 500	2 500	9 500
12	1 300	240	1 480	24	13 500	3 500	12 000

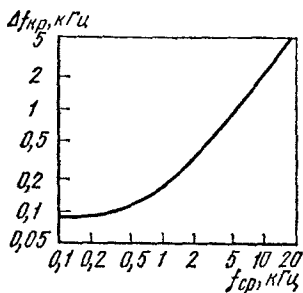


Рис. 2.5. Зависимость ширины критической полосы слуха от средней для данной полосы частоты

по фазе), то уменьшаться (если колебания находятся в противофазе), и уровень громкости находят для отдельных моментов времени по суммарной или разностной интенсивности.

Например, биения образованы двумя тонами, равными по амплитуде, при совпадении их по фазе интенсивность возрастает пропорционально квадрату звуковых давлений, т. е. в 4 раза. Уровень интенсивности возрастет при этом на $\Delta N = 20 \lg [(p_1 + p_2)/p_0] - 20 \lg (p_1/p_2) = 20 \lg 2 = 6$ дБ. При частоте 1000 Гц уровень громкости в данном случае возрастет на 6 фон, при более низких частотах, на которых кривые равных уровней громкости расположены плотнее, эта величина будет еще больше.

При смене фаз двух близких по частоте и равных по интенсивности звуков на противоположные суммарная интенсивность звука будет равна нулю.

Если частоты сложных звуков расположены в разных критических полосах более чем через одну, суммируются уже не интенсивности компонентов звука, а их громкости. Для определения общего уровня громкости в этом случае нужно по значениям уровней громкости отдельных тонов (они лежат в разных критических полосах) и кривой I (см. рис. 2.3) или из выражения (2.3) найти громкости звуков S_1, S_2 и т. д., а затем по суммарной громкости $S_{\text{общ}}$ по той же кривой I — общий уровень громкости.

Для определения общего уровня громкости можно воспользоваться соотношением (2.3). В этом случае

$$S_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^n S_i; \quad (2.5)$$

$$H_{\text{общ}} = 33 \lg S_{\text{общ}} + 40. \quad (2.6)$$

Для двух тонов равной интенсивности, не образующих ощутимых биений и лежащих в одной критической полосе слуха, в соответствии с выражением (2.1) общий уровень интенсивности возрастает на $\Delta N = 10 \lg [(I_1 + I_2)/I_{\text{оср}}] - 10 \lg (I_1/I_{\text{оср}}) = 10 \lg 2 = 3$ дБ. По кривым равных уровней громкости (см. рис. 2.2) находят уровень громкости, на который возрастет полученная в результате громкость звука.

При возникновении биений общий уровень интенсивности будет то возрастать (при совпадении колебаний

2.3. МАСКИРОВКА ЗВУКОВ

Маскировкой называется явление повышения порога слышимости тонов при наличии посторонних, так называемых маскирующих звуков.

Например, при маскировке звука белым шумом с уровнем интенсивности 25 дБ (рис. 2.6, *а*) тон частотой 1000 Гц с уровнем интенсивности 40 дБ уже слышен не будет.

При маскировке звука узкополосным шумом шириной в одну частотную группу (160 Гц) со средней частотой 1000 Гц и уровнями интенсивности 20, 40, 60, 80, 100 дБ (рис. 2.6, *б*) у порогов слышимости тона, полученных при этих уровнях интенсивности на средней частоте полосы шума, наблюдается четко выраженный максимум, уровень интенсивности в котором на 4 дБ ниже соответствующих уровней шума. Это объясняется, во-первых, неравномерностью интенсивности узкополосного шума и, во-вторых, способностью уха выделять чистый тон из шума. При больших интенсивностях шума спад кривых в сторону высоких частот более пологий, чем в сторону низких, что приводит к значительной маскировке высоких тонов по сравнению с маскировкой низких.

При маскировке звука чистым тоном частотой 1000 Гц с уровнями интенсивности 30, 50, 70 и 90 дБ (рис. 2.6, *в*) уровень интенсивности исследуемого тона, чтобы его услышать, необходимо повысить на 20 дБ (при уровне маскирующего тона 30 дБ) и на 60 дБ (при уровне маскирующего тона 90 дБ).

Если исследуемый тон маскировать сложным звуком, содержащим ряд гармоник в различных критических полосах, например звуком скрипки (рис. 2.7), положение порогов слышимости

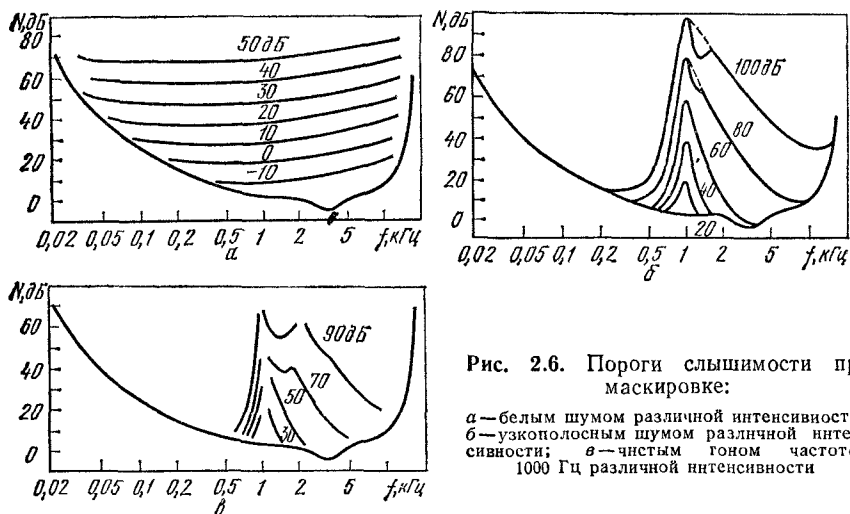


Рис. 2.6. Пороги слышимости при маскировке:

а — белым шумом различной интенсивности;
б — узкополосным шумом различной интенсивности;
в — чистым тоном частотой 1000 Гц различной интенсивности

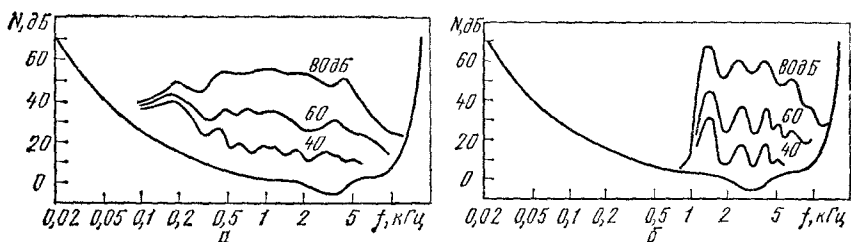


Рис. 2.7. Пороги слышимости тона при маскировке звуками скрипки различной интенсивности частотой:

а — 195 Гц; б — 1500 Гц

будет промежуточным между случаями маскировки белым шумом (см. рис. 2.6, а) и чистым тоном (см. рис. 2.6, в).

Маскирующему воздействию более подвержены тона, частоты которых выше частот маскирующих звуков, чем тона, частоты которых ниже частот маскирующих звуков.

При определении громкости звуков с учетом маскировки приходится прибегать к искусственным приемам. В качестве одного из них можно использовать расчет по трафарету [3].

Трафарет служит для определения громкости сложного звука по известным уровням интенсивности звуков в пределах одной критической полосы слуха (рис. 2.8, а).

По оси абсцисс на трафарете откладываются частота (сверху) и номер критических полос (снизу), по оси ординат — удельная громкость, т. е. громкость, приходящаяся на одну критическую полосу ($H' = S/24$) слева и общие громкость и уровень громкости справа. Порог слышимости звука совмещен с осью абсцисс.

Для определения по трафарету громкости сложного звука необходимо выполнить следующее (рис. 2.8, б):

а) определить интенсивности компонентов сложного звука, например путем прямых замеров;

б) определить уровни интенсивности звука для каждой критической полосы слуха по формуле (2.4). Разбивку компонентов звука на полосы можно выполнить по табл. 2.1;

в) нанести найденные значения уровней интенсивности в виде горизонтальных линий на трафарет для каждой критической полосы, используя при этом контуры кривых равных уровней интенсивности;

г) полученные горизонтальные линии соединить между собой с левой стороны вертикальными линиями по границам критических полос, с правой стороны — кривыми, параллельными пунктирным кривым;

д) определить площадь полученных фигур (или фигуры);

е) построить равновеликий по площади полученной фигуры прямоугольник с основанием в 24 полосы;

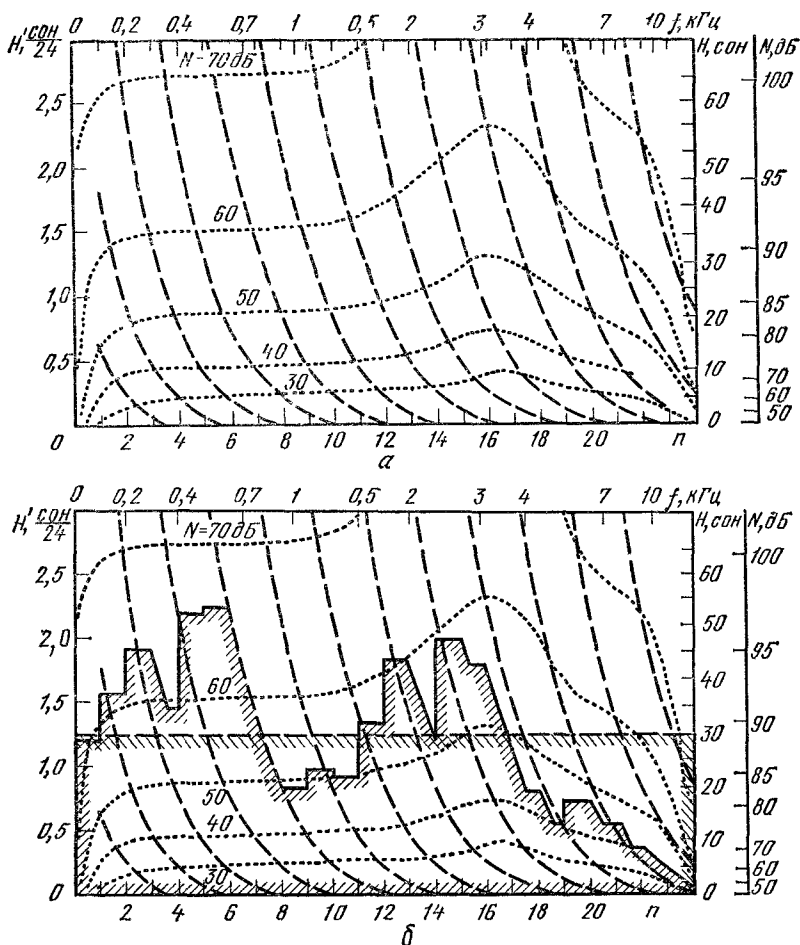


Рис. 2.8. Определение громкости сложного звука по трафарету:
 а — трафарет; б — пример расчета

ж) высота прямоугольника покажет значение громкости в тонах или уровня громкости в фонах для исходного сложного звука.

2.4. ГРАДАЦИЯ ЗВУКОВ И ИНТЕРВАЛОВ. СТРОИ

Градация звуков и интервалов. Расположение музыкальных звуков в порядке последовательного увеличения или понижения их высоты называют *звукорядом*, соответственно *восходящим* или *нисходящим*. Каждый отдельный звук звукоряда называют *ступенью*. Звуки, соответствующие белым клавишам фортепианной клавиатуры, называют *основными ступенями звукоряда*,

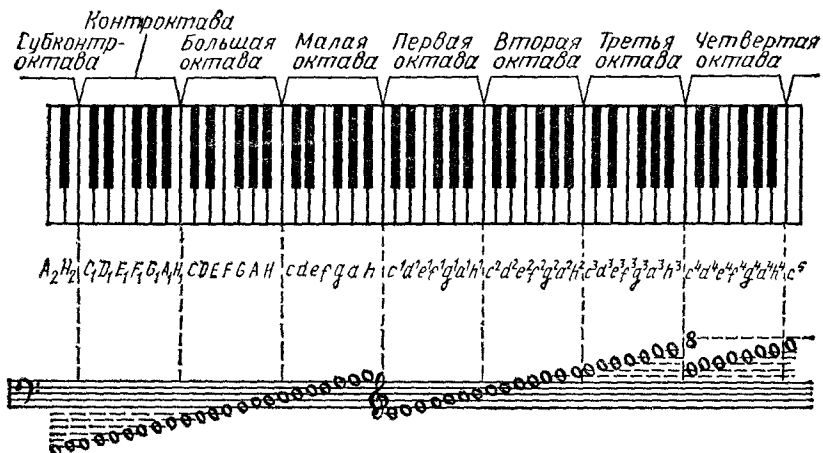


Рис. 2.9. Клавиатура фортепиано с буквенными и нотными обозначениями тонов

или *основными звуками*, черным клавишам — *производными* (рис. 2.9).

Музыкальный звукоряд, построенный только из основных звуков, называют *диатоническим*, а звукоряд, охватывающий все основные и дополнительные звуки, — *хроматическим*. Последовательность звуков, частоты которых кратны последовательному ряду натуральных чисел, называют *натуральным* звукорядом. Частичные тона (гармоники) сложных звуков представляют собой *натуральный* звукоряд.

Для записи звуков применяют особые знаки — ноты, расположенные в определенном порядке на *нотном стане*, или *нотном носце*. Обозначение высоты линеек нотного стана осуществляют с помощью *басового* и *скрипичного* ключа (см. рис. 2.9). Басовый ключ употребляется для записи низких звуков и указывает, что четвертая снизу линейка нотного стана соответствует тону *фа* малой октавы. Скрипичный ключ употребляется для записи высоких звуков и указывает, что вторая снизу линейка

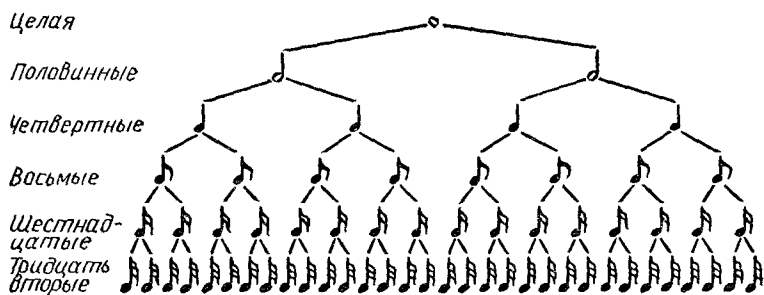


Рис. 2.10. Градация нот по длительности

соответствует тону *соль* первой октавы.

Для правильного воспроизведения нотного письма приняты специальные обозначения нот по длительности. Длительность звуков измеряется в долях, которые образуются от деления целой единицы длительности на целые числа 2, 4, 8, 16, 32 и т. д. (рис. 2.10). Длительность по времени долей музыкантами определяется весьма условно. Целую единицу длительности считают приблизительно равной 3—4 с.

При нотном письме иногда обозначают и длительность пауз. Для этой цели применяют те же доли, что и для обозначения длительности звуков (рис. 2.11). Точка, поставленная рядом с обозначением ноты или паузы, обозначает увеличение длительности

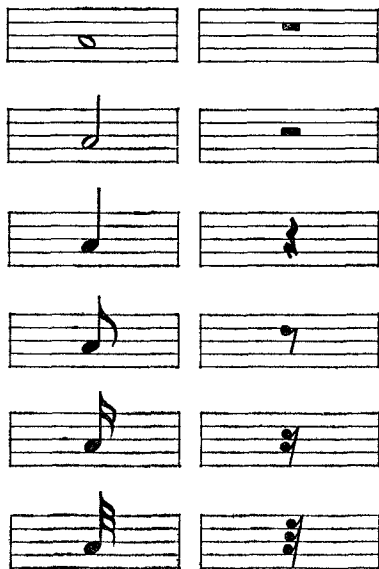
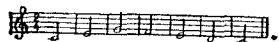


Рис. 2.11. Обозначение пауз, соответствующих по длительности звукам

звука (паузы) в полтора раза ($\dot{d} = d + \dot{d}$). Если две или несколько одинаковых по высоте нот соединены дугой (лигой), то они образуют слитный звук, длительность которого равна сумме длительностей залигованных нот ($\dot{d} \dot{d} \dot{d} = d + d + d$).

В музыке существуют ударные и неударные звуки. Первые отличаются большей громкостью и называются *сильными долями*, вторые — *слабыми долями*. Равномерное чередование сильных и слабых долей называют *метром*, а доли — *метрическими*. Отрезок времени от одной сильной доли до другой образует *такт*. Один такт от другого при нотном письме отделяют вертикальной чертой, которую ставят перед сильной долей. В начале нотной записи музыкального произведения рядом с ключом в виде дроби проставляется размер (например, $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{8}$ и т. д.). Знаменатель дроби (нижняя цифра) показывает длительность, которая принята в ритмической доле, верхняя — число ритмических долей в каждом такте



Высотное положение двух звуков образует *интервал*, представляющий собой расстояние между двумя ступенями звукоряда.

Таблица 2.2. Названия интервалов

Интервал	Количество ступеней звукоряда	Интервал	Количество ступеней звукоряда
Унисон (прима)	0	Малая нова	13
Малая секунда	1	Большая »	14
Большая »	2	Малая децима	15
Малая терция	3	Большая »	16
Большая »	4	Чистая ундецима	17
Чистая кварта	5	Увеличенная »	18
Увеличенная кварта	6	Чистая дуодецима	19
Чистая квинта	7	Малая терцедецима	20
Малая секста	8	Большая »	21
Большая »	9	Малая квартдецима	22
Малая септима	10	Большая »	23
Большая »	11	Квинтдецима	24
Октава	12		

Нижний звук интервала называют *основанием*, верхний — *вершиной*. В зависимости от количества ступеней интервалы имеют свои названия (табл. 2.2).

Одновременное звучание трех и более звуков различной высоты называют *аккордом*. В музыкальной практике чаще употребляются аккорды, звуки которых располагаются по терциям. Аккорды такого строения подразделяют на *трезвучия* (из трех звуков), *септаккорды* (из четырех звуков), *нонаккорды* (из пяти звуков). Нижний звук в этих аккордах называют *основным тоном*, следующие за ним звуки — соответственно терцией, квинтой, септимой, ноной, или терциевым тоном, квинтовым тоном и т. д. Эти названия сохраняют и в том случае, когда аккорд составлен не по терциям.

В каждом музыкальном произведении звуки слажены между собой определенными закономерностями, благодаря которым мелодия звучит выразительно, а один из звуков (*тоника*) — особенно твердо и устойчиво. Все остальные звуки оказываются привязанными (тяготеющими) к нему. Организация звуков вокруг устойчивого опорного звука называется *ладом*. Высотное положение лада называют *тональностью*. Наибольшее распространение получили *мажорный* и *минорный* лады. Мажорный лад соответствует бодрому, веселым, мужественным музыкальным произведениям. Минорный лад носит оттенок мягкости, грусти, печали.

Если расположить подряд все звуки лада, соответствующие белым клавишам, от *до* одной октавы до *до* следующей октавы, будет образована тональность *до мажор*, имеющая семь ступеней. Каждая ступень лада обозначается своим порядковым номером. Первая ступень лада (I) — *тоника*, пятая ступень лада (V) — *доминанта*, она находится на квинту вверх от то-

ники. Интервалы между ступенями мажорного лада составляют: тон — тон — полутон — тон — тон — тон — полутон, где интервалы между соседними белыми клавишами образуют интервал тон, а между соседними белой и черной клавишами — полутон.

Основное различие между мажорной и минорной тональностями заключается в неодинаковом относительном расположении полутонов в их звукорядах. Полутоны в минорном ладу находятся между второй и третьей, пятой и шестой ступенями. Если расположить все звуки, соответствующие белым клавишам, от *ля* одной октавы до *ля* следующей октавы, будет образована тональность *ля минор*. Интервалы между ступенями минорного лада составляют: тон — полутон — тон — тон — полутон — тон — тон.

Основные строи. Под *строем* музыкального инструмента понимают определенное соотношение ступеней звукоряда по

Таблица 2.3. Отношения частот чистого и равномерно-темперированного строев

Тон	Чистый строй		Равномерно-темперированный строй	
	Отношение частот	Интервал от исходной ноты, цент	Отношение частот	Интервал от исходной ноты, цент
1	2	3	4	5
<i>До</i>	1	0	1	0
<i>До-диез</i>	$25/24 = 1,041667$	71	$2^{1/12} = 1,059463$	100
<i>Ре-бемоль</i>	$16/15 = 1,066667$	112	$2^{1/12} = 1,059463$	100
<i>Ре</i>	$9/8 = 1,125$	204	$2^{1/6} = 1,122462$	200
<i>Ре-диез</i>	$75/64 = 1,171875$	275	$2^{1/4} = 1,189207$	300
<i>Ми-бемоль</i>	$6/5 = 1,2$	316	$2^{1/4} = 1,189207$	300
<i>Ми</i>	$5/4 = 1,25$	386	$2^{1/3} = 1,259921$	400
<i>Ми-диез</i>	$125/96 = 1,302083$	457	$2^{5/12} = 1,334839$	500
<i>Фа-бемоль</i>	$32/25 = 1,28$	427	$2^{1/3} = 1,259921$	400
<i>Фа</i>	$4/3 = 1,333333$	498	$2^{5/12} = 1,334839$	500
<i>Фа-диез</i>	$45/32 = 1,40625$	590	$2^{1/2} = 1,414213$	600
<i>Соль-бемоль</i>	$36/25 = 1,44$	631	$2^{1/2} = 1,414213$	600
<i>Соль</i>	$3/2 = 1,5$	702	$2^{7/12} = 1,498306$	700
<i>Соль-диез</i>	$25/16 = 1,5625$	773	$2^{2/3} = 1,5874$	800
<i>Ля-бемоль</i>	$8/5 = 1,6$	814	$2^{2/3} = 1,5874$	800
<i>Ля</i>	$5/3 = 1,666667$	884	$2^{3/4} = 1,681792$	900
<i>Ля-диез</i>	$225/128 = 1,757813$	977	$2^{5/3} = 1,781797$	1000
<i>Си-бемоль</i>	$9/5 = 1,8$	1018	$2^{5/6} = 1,781797$	1000
<i>Си</i>	$15/8 = 1,875$	1088	$2^{11/12} = 1,887748$	1100
<i>Си-диез</i>	$125/64 = 1,953125$	1159	$2 = 2$	1200
<i>До-бемоль</i>	$48/25 = 1,92$	1129	$2^{11/12} = 1,887748$	1100
<i>До</i> ¹	$2 = 2$	1200	$2 = 2$	1200

высоте звуков, выраженное количественно. При формировании музыкальной культуры различных народов создано много музыкальных строев. В современной музыке наибольшее распространение получили так называемые *чистый* и *равномерно-темперированный* строи. Чистый строй используется для настройки арф, скрипок и некоторых других инструментов, равномерно-темперированный — для настройки фортепиано, баянов, аккордеонов и большинства других инструментов.

В основе чистого строя лежит звукоряд, образованный интервалами, не имеющими биений. Для этого от отправной (исходной) ноты откладывают интервал квинты вверх и вниз. От каждой из этих нот откладывают пять ступеней гармонического ряда, а затем полученные ноты сводят в пределы одной октавы путем увеличения или понижения их частот в два раза. Достоинство такого строя — чистота звучания интервалов, недостаток — неравномерность ступеней звукоряда, что не позволяет осуществлять транспонирование произведений из одной тональности в другую при исполнении. В чистом строе частоты, например тон *до-диез* и *ре-бемоль*, не равны (табл. 2.3), поэтому в октаве требуется большое количество звуков, что делает непригодным этот строй для инструментов с фиксированной настройкой.

В основе равномерно-темперированного строя лежит равномерное деление высоты звуков в пределах одной октавы на 12 частей с постоянным отношением соседних звуков $k = 2^{1/12}$ (см. табл. 2.3). При этом интервалы образуются с биениями.

2.5. ВЫСОТА МУЗЫКАЛЬНЫХ ЗВУКОВ

Под *высотой* тона понимается субъективное восприятие частоты звука. Высота сложного звука определяется частотой основного тона. Отдельные музыкальные звуки могут иметь до 16 и более обертонов (например, звуки рояля).

Все музыкальные звуки в равномерно-темперированном строе разбиты на октавы и имеют буквенные обозначения (см. рис. 2.9), им соответствуют определенные частоты (табл. 2.4). Одним из удобств такого строя является логарифмический закон разбиения октав на составляющие тоны (полутоны), дающий возможность транспонирования произведений из одной тональности в другую без изменения отношения частот музыкальных интервалов (рис. 2.12). Некоторое отклонение частот гармоник натурального звукоряда от частот звуков равномерно-темперированного строя (табл. 2.5) на слух практически не ощущается.

Повысить или понизить тон на октаву — значит увеличить или уменьшить его частоту вдвое. Изменить частоту на n октав — значит получить отношение верхней f_v и нижней f_n ча-

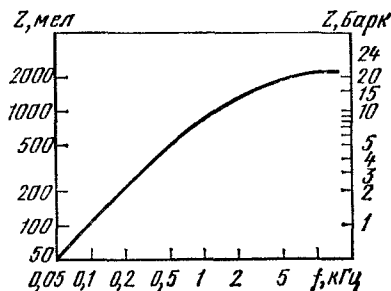
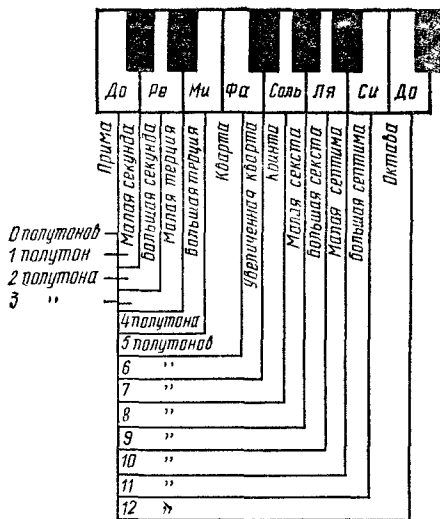


Рис. 2.13. Зависимость мелодической высоты тона от частоты

←
Рис. 2.12. Основные интервалы октавы

стот, равное 2^n , т. е. $f_v/f_n = 2^n$. Логарифм этого выражения дает число октав

$$n = \log_2(f_v/f_n). \quad (2.7)$$

Отношение частот равномерно-темперированного строя можно выразить в полутонах. Количество полутонов S_n для граничных частот f_v и f_n будет

$$S_n = 12 \log_2(f_v/f_n). \quad (2.8)$$

Интервальный коэффициент между соседними полутонами $k = 2^{1/12} \approx 1,0594631\dots$

В музыкальной практике при более точном определении высоты тона принято интервал между двумя полутонами условно делить на 100 равных в масштабе высоты частей, называемых *центами* (см. табл. 2.3).

$$S_c = 1200 \log_2(f_v/f_n). \quad (2.9)$$

Высота тона, выраженная через логарифм отношения частот, называется *гармонической высотой* или *относительной частотой*. При нотной записи звука принимается гармоническая высота тонов.

Субъективное ощущение удвоения высоты тона совпадает с фактическим удвоением частоты только при частотах ниже 500 Гц. При более высоких частотах удвоение высоты отстает от удвоения частоты. Так, изменение частоты от 500 до 10000 Гц, т. е. в 20 раз, субъективно воспринимается как увеличение высоты в 4,8 раза (рис. 2.13). Субъективно воспринимаемая высота тона получила название *мелодической*.

Таблица 2.4. Шкала частот рав

Тон	Субконтроктава		Контроктава		Большая октава		Малая октава	
	Буквенное обозначение	Частота, Гц	Буквенное обозначение	Частота, Гц	Буквенное обозначение	Частота, Гц	Буквенное обозначение	Частота, Гц
<i>До</i>	<i>C₂</i>	16,35	<i>C₁</i>	32,7	<i>C</i>	65,41	<i>c</i>	130,81
<i>До-диез (Ре-бемоль)</i>	<i>Cis₂</i>	17,32	<i>Cis₁</i>	34,65	<i>Cis</i>	69,3	<i>cis</i>	138,59
<i>Ре</i>	<i>D₂</i>	18,35	<i>D₁</i>	36,71	<i>D</i>	73,42	<i>d</i>	146,83
<i>Ре-диез (Ми-бемоль)</i>	<i>Dis₂</i>	19,45	<i>Dis₁</i>	38,89	<i>Dis</i>	77,78	<i>dis</i>	155,56
<i>Ми</i>	<i>E₂</i>	20,6	<i>E₁</i>	41,2	<i>E</i>	82,41	<i>e</i>	164,81
<i>Фа</i>	<i>F₂</i>	21,83	<i>F₁</i>	43,65	<i>F</i>	87,31	<i>f</i>	174,61
<i>Фа-диез (Соль-бемоль)</i>	<i>Fis₂</i>	23,12	<i>Fis₁</i>	46,25	<i>Fis</i>	92,5	<i>fis</i>	185
<i>Соль</i>	<i>G₂</i>	24,5	<i>G₁</i>	49	<i>G</i>	98	<i>g</i>	196
<i>Соль-диез (Ля-бемоль)</i>	<i>Gis₂</i>	25,96	<i>Gis₁</i>	51,91	<i>Gis</i>	103,83	<i>gis</i>	207,65
<i>Ля</i>	<i>A₂</i>	27,5	<i>A₁</i>	55	<i>A</i>	110	<i>a</i>	220
<i>Ля-диез (Си бемоль)</i>	<i>B₂</i>	29,14	<i>B₁</i>	58,27	<i>B</i>	116,54	<i>b</i>	233,08
<i>Си</i>	<i>H₂</i>	30,87	<i>H₁</i>	61,74	<i>H</i>	123,47	<i>h</i>	246,94

номерно-темперированного строя

Первая октава		Вторая октава		Третья октава		Четвертая октава		Пятая октава	
Буквенное обозначение	Частота, Гц	Буквенное обозначение	Частота, Гц	Буквенное обозначение	Частота, Гц	Буквенное обозначение	Частота, Гц	Буквенное обозначение	Частота, Гц
c^1	261,63	c^2	523,25	c^3	1046,5	c^4	2093	c^5	4186,01
cis^1	277,18	cis^2	554,37	cis^3	1108,73	cis^4	2217,46	cis^5	4434,92
d^1	293,66	d^2	587,33	d^3	1174,66	d^4	2349,32	d^5	4698,64
dis^1	311,13	dis^2	622,25	dis^3	1244,51	dis^4	2489,02	dis^5	4978,03
e^1	329,63	e^2	659,26	e^3	1318,51	e^4	2637,02	e^5	5274,04
f^1	349,23	f^2	698,46	f^3	1396,91	f^4	2793,83	f^5	5587,65
fis^1	369,99	fis^2	739,99	fis^3	1479,98	fis^4	2959,95	fis^5	5919,91
g^1	392	g^2	783,99	g^3	1567,98	g^4	3135,96	g^5	6271,93
gis^1	415,3	gis^2	830,61	gis^3	1661,22	gis^4	3322,44	gis^5	6644,87
a^1	440	a^2	880	a^3	1760	a^4	3520	a^5	7040
b^1	466,16	b^2	932,33	b^3	1864,66	b^4	3729,31	b^5	7458,62
h^1	493,88	h^2	987,77	h^3	1975,53	h^4	3951,07	h^5	7902,13

Таблица 2.5. Отклонение частот равномерно-темперированного строя от частот натурального звукоряда

Гармоника натурального звукоряда	Частота гармоника, Гц	Ближайший тон равномерно-темперированного строя	Частота тонов, Гц	Отклонение частот, Гц	Процент расхождения
1	55	Ля ₁	55	0	0
2	110	Ля	110	0	0
3	165	ми	164,81	-0,19	0,115
4	220	ля	220	0	0
5	275	до-диез ¹	277,18	1,82	0,662
6	330	ми ¹	329,63	-0,37	0,112
7	385	соль ¹	372	7	1,82
8	440	ля ¹	440	0	0
9	495	си ¹	493,88	-4,12	0,226
10	550	до-диез ²	554,37	4,37	0,795
11	605	ре-диез ²	622,25	17,75	2,935
12	660	ми ²	659,26	-0,74	0,112
13	715	фа ²	698,46	-16,54	2,32
14	770	соль ²	783,99	13,99	1,82
15	825	соль-диез ²	830,61	5,61	0,68
16	880	ля ²	880	0	0
17	935	ля-диез ²	932,33	-2,67	0,285
18	990	си ²	987,77	-2,23	0,226
19	1045	до ³	1046,5	1,5	0,147
20	1100	до-диез ³	1108,73	8,73	0,793
21	1155	ре ³	1174,66	19,66	1,7
22	1210	ре-диез ³	1244,51	34,51	2,85
23	1265	»	1244,51	-20,49	1,62
24	1320	ми ³	1318,51	-1,49	0,113
25	1375	фа ³	1396,91	+21,91	1,59
26	1430	»	1496,91	-33,09	2,38
27	1485	фа-диез ³	1479,98	-5,02	0,338
28	1540	соль ³	1567,98	+27,02	1,815
29	1595	»	1567,98	-27,02	1,76
30	1650	соль-диез ³	1661,22	+11,22	0,681
31	1705	»	1661,22	-33,78	1,98
32	1760	ля ³	1760	0	0

Для обозначения мелодической высоты в отличие от частоты и гармонической высоты используется единица измерения мел.

Существует связь между мелодической высотой и критической полосой слуха. Каждой полосе слуха соответствует изменение мелодической высоты на 100 мел, или на 1 Барк (1 Барк = 100 мел). Весь диапазон слышимых звуков в высотном выражении составляет 2400 мел, или 24 Барк.

2.6. ПОРОГИ АМПЛИТУДНОЙ И ЧАСТОТНОЙ РАЗЛИЧИМОСТИ МУЗЫКАЛЬНЫХ ЗВУКОВ

Опыт показывает, что биения в одних случаях оживляют звук, в других придают ему неприятный оттенок, в третьих остаются незамеченными. При модуляции звукового сигнала си-

нусоидальным тоном существует зависимость коэффициента минимально ощутимой модуляции m от частоты и уровня интенсивности тона (рис. 2.14) [3]. Под коэффициентом (глубиной) модуляции m в данном случае понимается отношение максимального изменения амплитуды звука Δr_m с изменением частоты модуляции к амплитуде звукового давления r_m , т. е. $m = \Delta r_m / r_m$.

Ухо наиболее чувствительно к амплитудной модуляции при частоте 2—8 Гц, причем экстремум наступает примерно при 4 Гц. При более высоких частотах чувствительность понижается (коэффициент модуляции растет), а при частотах модуляции более 70 Гц снова повышается.

Наиболее естественная музыкальная частота модуляции составляет 4—8 Гц (частота вибрато музыкальных звуков). При таких частотах вибрато приобретает своеобразную тембровую окраску, украшающую и оживляющую звук. При частотах 15—50 Гц амплитудное вибрато звучит неприятно и прослушивается как «шероховатость» тона. При частотах более 50 Гц начинают прослушиваться боковые составляющие тона, которые в рассматриваемом случае уже отстоят достаточно далеко от частоты 1000 Гц (см. рис. 2.14). Коэффициент воспринимаемой слухом амплитудной модуляции уменьшается с увеличением уровня интенсивности звука, причем эта тенденция сохраняется практически во всей области слышимых частот.

Изменение уровня интенсивности тона частоты 1000 Гц от 10 до 75 дБ приводит к уменьшению коэффициента модуляции в 10 раз (от 0,2 до 0,02) (рис. 2.15). При частоте 100 Гц коэффициент модуляции изменяется так же, но при увеличении уровня интенсивности с 35 до 90 дБ.

Глубина модуляции может увеличиваться до значительной величины, т. е. до $m = 1$. При дальнейшем увеличении модуляции (перемодуляции) будут слышны неприятные искажения звука. На практике коэффициент амплитудной модуляции редко превышает 0,5.

При малых уровнях интенсивности чувствительность уха к изменению частоты синусоидальных звуков меньше, чем при больших. Слышимость изменений модулируемого тона в значительной мере зависит от частоты этого тона и модулирующей частоты. С ростом частоты тона f дифференциальный порог $\Delta f / f$ становится мало зависимым от нее (рис. 2.16) [3].

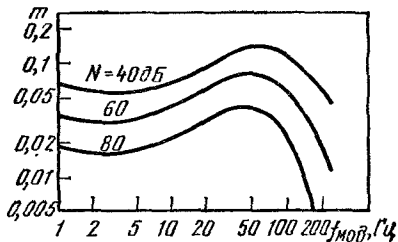


Рис. 2.14. Зависимость коэффициента минимально ощутимой модуляции тона частотой 1000 Гц от частоты модуляции при различных уровнях интенсивности звука

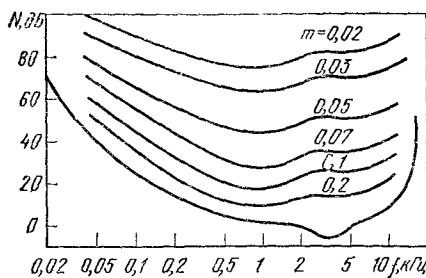


Рис. 2.15. Пороги слышимости амплитудной модуляции при частоте модуляции 4 Гц

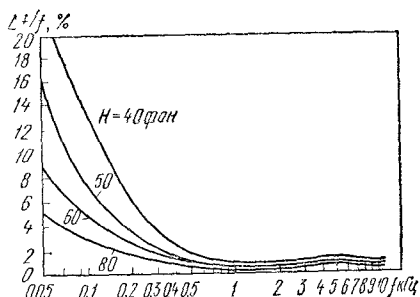


Рис. 2.16. Зависимость порогов ощущения девиации частоты $\Delta f/f$ от частоты тона при частоте модуляции 4 Гц

При увеличении частоты модулирующего сигнала чувствительность уха сначала несколько повышается (при частоте около 4 Гц — максимум), а затем падает. При частоте модуляции менее 4 Гц ухо воспринимает частотную (а равно и фазовую) модуляцию как «качание» звука, от 4 до 8 Гц — как музыкальное вибрато. Частота модуляции 10—13 Гц придает звуку некоторое подобие тремоло. Дальнейшее повышение модулирующей частоты примерно до 60 Гц при частоте тона 100 Гц придает звуку «шероховатость», хриплость. При этом различия в восприятии амплитудной и частотной модуляции практически не существует, если индекс частотной модуляции λ численно равен коэффициенту амплитудной модуляции m , причем λ и m меньше единицы. При большей частоте тона ощущение «шероховатости» наступает при больших частотах модуляции [3]. Модуляция перестает восприниматься, и начинают прослушиваться боковые частоты модулированного тона, когда они выходят за пределы критической полосы слуха, т. е. $\Delta f > 0,5\Delta f_{кр}$, ухо воспринимает модулированные колебания уже как сложный звук, содержащий несколько простых тонов.

2.7. ИНТЕРВАЛЫ И СЛОЖНЫЕ ЗВУКИ

Музыкальные звуки, как правило, характеризуются более или менее четко выраженными периодом колебаний, линейчатым спектром, а также громкостью, высотой и тембром. Почти все музыкальные звуки или их комбинации, в том числе и музыкальные созвучия, являются сложными звуками. Исследования по распознаванию гармонических и мелодических музыкальных интервалов* [4] показали, что даже квалифицирован-

* Гармонический интервал получают при одновременном прослушивании двух звуков, мелодический интервал — при последовательном прослушивании тех же звуков, причем интервал звуков равных высот в первом случае называют унисоном, во втором — прямой.

ные музыканты определяют интервалы первой октавы с точностью примерно 60 центов. В опытах по восприятию унисона обнаружены зоны слуха в пределах которых звуки распознаются как унисон (табл. 2.6).

Таблица 2.6. Зоны слуха, внутри которых звуки распознаются как унисон

Октава	Частота тона, Гц	Зона слуха	
		цент	Гц
Большая	90	200	10
Малая	150	100	7
Первая	400	30	6
Вторая	800	20	7
Третья	1200	15	9

Так как ухо воспринимает не одну частоту, а полосу (зону) частот, внутри которой звуки ощущаются совпадающими по высоте, унисон подразделяют на *физический* и *физиологический*. Под физическим понимают точное совпадение двух или нескольких звуков, под физиологическим — положение двух или нескольких звуков в одной звуковысотной зоне. И физический и физиологический унисон воспринимается как один звук определенной высоты. При слуховом восприятии физиологический унисон по сравнению с физическим имеет более приятную тембровую окраску и сопровождается биениями.

При изменении частоты одного из двух звуков, составляющих унисон, переход от физического унисона к физиологическому будет восприниматься сначала как один чистый звук, а затем как звук, сопровождаемый биениями. Высота такого звука воспринимается как средняя высота двух звуков, если их громкость примерно одинакова. При различной громкости звуков может наблюдаться некоторое едва заметное колебание частоты с частотой биений.

При достижении разницы частот двух звуков значений, превышающих зону слуха (см. табл. 2.6), наступает так называемое расщепление унисона на два отдельных звука с самостоятельно воспринимаемыми высотами, причем ощущение биений сохраняется. С увеличением числа биений они становятся менее заметными. Начиная с частоты $\Delta f \approx 30$ Гц звук воспринимается как хриплый, шероховатый.

При унисоне нескольких тонов зона слуха в зависимости от числа тонов может быть в 2—3 раза шире, чем обычно, например при унисоне скрипок или голосов хора, тогда внутри зоны слуха расщепления унисона не происходит.

Все музыкальные звуки в той или иной мере связаны между собой, так как у них близко совпадают некоторые обертоны

(рис. 2.17). Музыканты называют такие звуки *родственными*. Степень родства звуков зависит как от количества совпадающих обертонов, так и от их близости к основному тону. Чем больше обертонов двух звуков совпадает и чем ближе частоты этих обертонов к частоте основного тона, тем выше степень родства звуков. Например, звуки октавы $do^1 — do^2$, которые имеют общие тоны 523,25; 1046,5 Гц и др., звуки квинты $do^1 — соль^1$, которые имеют в равномерно-темперированном строе близкие по частоте обертоны: первый (частотой 784 Гц) от $соль^1$ и второй (784,9 Гц) от do^1 , третий (1568 Гц) от $соль^1$ и пятый (1569,8 Гц) от do^1 и т. д. Звуки, образующие интервалы октавы, квинты, кварты, большой и малой терции, большой и малой сексты, обладают достаточно большой степенью родства, их называют *непосредственно родственными*, или *консонирующими* (см. рис. 2.17). Звуки, образующие интервалы большой и малой секунды, большой и малой септимы, увеличенной кварты имеют весьма незначительную степень родства, их называют *диссонирующими*. Консонирующие интервалы звучат благозвучно, мягко, спокойно, а диссонирующие — неприятно, жестко, напряженно, несогласованно.

Если к диссонирующим интервалам присоединить дополнительный звук, например к большой секунде $do^1 — re^1$ добавить третий звук $соль^1$, степень родства увеличится. Так, звуки do^1 и $соль^1$ будут иметь близкие обертоны: первый (784 Гц) от $соль^1$ и второй (784,9 Гц) от do^1 , а звуки re^1 и $соль^1$ будут иметь близкие обертоны: второй (1176 Гц) от $соль^1$ и третий (1174,6 Гц) от re^1 . Созвучие $do^1 — соль^1 — re^1$ зазвучит более мягко и слитно. Родство звуков do^1 и re^1 называют в этом случае *опосредованным*.

При разнице в высоте звуков примерно 100 центов, что в первой октаве составляет около 30 Гц, наступает явление диссонанса, при разнице до 20 центов (около 5 Гц), а также более 250 центов (более 50 Гц) явный диссонанс не ощущается. При разнице в высоте тонов более 700 центов (более 130 Гц) созвучие воспринимается как явно консонирующее.

На ощущение диссонантности большое влияние оказывают биения между обертонами. Так, диссонирующий интервал большой септимы $do^1 — си^1$ имеет между основными тонами разницу 900 центов (примерно 232 Гц), т. е. разницу консонирующего созвучия, а интервал между основным тоном (494 Гц) и первым обертоном (523 Гц) — 100 центов (29 Гц), т. е. разницу диссонирующего созвучия. В результате интервал большой септимы $do^1 — си^1$ воспринимается как диссонирующий. Если этот интервал составить из чистых тонов do^1 (261,6 Гц) и $си^1$ (494 Гц), то диссонанс не обнаружится.

Диссонантность можно оценивать в соответствии с субъективными кривыми диссонантности Гельмгольца 1 и 2 (см. рис. 2.17). Наибольшее отклонение от прямой линии означает

большую степень диссонансности. При построении кривых степень диссонансности откладывается в условном масштабе и относительных единицах измерения. Пользуясь номограммой, можно определить диссонансность не только двух тонов, но и обертонов сложного звука.

2.8. КОМБИНАЦИОННЫЕ ТОНЫ

Комбинационными называют тоны, образуемые в результате сложения и вычитания частот исходных тонов. Они возникают как следствие нелинейных характеристик звукового тракта (звукоспроизводящей аппаратуры, среды, органов слуха). При одновременном звучании двух тонов и отсутствии ощущения их биений по мере увеличения громкости ухо услышит по крайней мере еще один дополнительный тон частотой, равной разности частот первых двух тонов. Например, при частотах двух исходных тонов 500 и 600 Гц и достаточной громкости ухо может различать тон частоты 100 Гц (600—500) и иногда 1100 Гц (600 + 500). Аналогичное явление наблюдается и при других частотах исходных тонов, например 200 и 300 Гц, 1000 и 1500 Гц и т. д.

Если созвучие, состоящее из двух тонов, подать на анализатор спектра, дополнительные тоны, возникающие в результате сложения или вычитания исходных тонов, не обнаружатся. Причина ощущения дополнительных тонов — нелинейность амплитудной характеристики слуха. Обычно ее представляют, ограничиваясь квадратичным и кубическим нелинейными членами уравнения из-за малости последующих, т. е.

$$p_2 = \alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_1^2 + \alpha_3 p_1^3, \quad (2.10)$$

где p_2 — звуковое давление на выходе слухового тракта; p_1 — звуковое давление, создаваемое в окружающей воздушной среде источниками звука; α_1 , α_2 , α_3 — постоянные коэффициенты, определяемые нелинейными свойствами слухового аппарата человека.

Достаточно точные значения этих коэффициентов не установлены. Рекомендуются следующие значения: $\alpha_1 = 1$; $\alpha_2 = = 0,00015$ 1/Па; $\alpha_3 = 0,000005$ 1/Па² [3].

Из уравнения (2.10) следует, что дополнительные тоны, обусловленные нелинейностью слуха, пропорциональны постоянным коэффициентам α_2 и α_3 . Аналогичные нелинейные процессы могут наблюдаться и в электроакустических каналах звуковых устройств. Чем больше значение коэффициентов α_2 и α_3 , тем выше степень нелинейности системы и тем больше амплитуды тонов, образуемых нелинейными составляющими уравнения (2.10). При $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$ система становится линейной и дополнительных тонов не образуется.

Если на ухо будет воздействовать звук, состоящий из двух чистых тонов, то

$$p_1 = p_I \sin \omega_I t + p_{II} \sin \omega_{II} t, \quad (2.11)$$

где p_1 — амплитуда звукового давления первого тона; ω_1 — круговая частота первого тона; p_{II} — амплитуда звукового давления второго тона; ω_{II} — круговая частота второго тона

В этом случае с учетом выражения (2.10) звуковое давление на выходе слухового тракта будет иметь целый ряд компонентов:

$$\begin{aligned}
 p = & \alpha_1 (p_1 \sin \omega_1 t + p_{II} \sin \omega_{II} t) + \alpha_2 (p_1 \sin \omega_1 t + p_{II} \sin \omega_{II} t)^2 + \\
 & + \alpha_3 (p_1 \sin \omega_1 t + p_{II} \sin \omega_{II} t)^3 = 0,5\alpha_2 (p_1^2 + p_{II}^2) + \\
 & + (\alpha_1 p_1 + 0,75\alpha_3 p_1^3 + 1,5\alpha_3 p_1 p_{II}^2) \sin \omega_1 t + (\alpha_1 p_{II} + 0,75\alpha_3 p_{II}^3 + \\
 & + 1,5\alpha_3 p_1^2 p_{II}) \sin \omega_{II} t - 0,5\alpha_2 p_1^2 \cos 2\omega_1 t - 0,5\alpha_2 p_{II}^2 \cos 2\omega_{II} t - \\
 & - 0,25\alpha_3 p_1^3 \sin 3\omega_1 t - 0,25\alpha_3 p_{II}^3 \sin 3\omega_{II} t + \alpha_2 p_1 p_{II} \cos (\omega_1 - \omega_{II}) t - \\
 & - \alpha_2 p_1 p_{II} \cos (\omega_1 + \omega_{II}) t - 0,75\alpha_3 p_1^2 p_{II} \sin (\omega_{II} - 2\omega_1) t - \\
 & - 0,75\alpha_3 p_1^2 p_{II} \sin (\omega_{II} + 2\omega_1) t - 0,75\alpha_3 p_1 p_{II}^2 \sin (\omega_1 - 2\omega_{II}) t - \\
 & - 0,75\alpha_3 p_1 p_{II}^2 \sin (\omega_1 + 2\omega_{II}) t. \quad (2.12)
 \end{aligned}$$

Таким образом, вследствие нелинейности слуха вместо двух простых тонов появляется еще целый ряд обертонов и тонов (комбинационные тоны), образуемых в результате сложения и вычитания исходных тонов или их обертонов.

Комбинационные тоны, получаемые путем вычитания частот исходных тонов или обертонов, называют *разностными*. Для рассмотренного случая это тоны с частотами $\omega_1 - \omega_{II}$, $\omega_{II} - 2\omega_1$ и $\omega_1 - 2\omega_{II}$.

Комбинационные тоны, образуемые путем сложения частот исходных тонов или их обертонов, называют *суммарными*. Ими будут комбинационные тоны с частотами колебаний $\omega_1 + \omega_{II}$, $\omega_{II} + 2\omega_1$ и $\omega_1 + 2\omega_{II}$.

Вследствие малости амплитуд отдельных комбинационных тонов, особенно при небольшой громкости исходных тонов, и из-за явления маскировки ухо различает в основном разностные комбинационные тоны (рис. 2.18). Из рисунка видно, что все суммарные комбинационные тоны и обертоны попали в зону маскировки и, следовательно, не будут услышаны. Разностные комбинационные тоны находятся в области слышимости.

Громкость комбинационных тонов, образуемых квадратичным нелинейным членом, пропорциональна не только постоянному коэффициенту α_2 , но и произведению амплитуд звуковых давлений исходных тонов p_1 , p_{II} . Она будет максимальна (α задано) при $p_1 = p_{II}$, поскольку в этом случае произведение амплитуд максимально. Это произведение определяет и скорость нарастания громкости комбинационных тонов. С ростом амплитуд звуковых давлений исходных тонов громкость комбинационных тонов, образуемых квадратичным нелинейным членом, растет значительно быстрее громкости исходных тонов. Этим

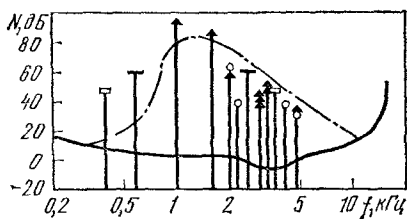


Рис. 2.18. Маскировка обертонов и комбинационных тонов, получаемых из двух исходных тонов с частотами 1000 и 1500 Гц и уровнями интенсивности 100 и 90 дБ

объясняется большая ошутимость комбинационных тонов при большей громкости исходных звуков. Кроме того, комбинационные тоны слышатся лучше, если их частоты находятся в области большей чувствительности уха (500... 3000 Гц).

Громкость комбинационных тонов, образуемых кубическим нелинейным членом, обычно воспринимается несколько меньше из-за малости коэффициента α_3 .

Однако с ростом амплитуд звуковых давлений исходных тонов она растет значительно быстрее громкости остальных комбинационных тонов.

Комбинационные тоны, возникающие в органе слуха человека, называют *субъективными*.

Комбинационные тоны, возникающие в электроакустических трактах звуковых сигналов, называют *объективными*. Один из способов борьбы с объективными комбинационными тонами — повышение линейности электроакустических трактов звуковоспроизводящих систем.

2.9. ФАЗОВЫЕ СООТНОШЕНИЯ ТОНОВ, ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ И АДАПТАЦИЯ СЛУХА

Как показывает опыт, фазовые соотношения тонов сложного звука не оказывают на его восприятие сколько-нибудь заметного влияния, если эти соотношения не изменяются во времени. Форма же звукового сигнала от соотношения фаз тонов может существенно изменяться (рис. 2.19). Несмотря на существенные различия форм сигналов ухо воспринимает их при постоянстве амплитуд гармоник как абсолютно идентичные сигналы. Однако форма сигнала имеет существенное значение для электроакустического тракта, так как различные амплитуды воспроизводимых сигналов требуют различных динамических диапазонов тракта.

Мгновенно появляющийся тон воспринимается органом слуха не мгновенно, а с некоторой задержкой. Процесс восприятия происходит с постепенным нарастанием по закону, близкому к экспоненциальному, причем постоянная времени нарастания составляет примерно 0,05—0,1 с (рис. 2.20). Кроме того, при мгновенном появлении тона ощущается характерный щелчок. Исследования показали, что если тон частотой 1 кГц будет нарастать не мгновенно, а с длительностью, называемой длительностью переходного процесса, более 7 мс щелчки будут вообще неслышимы (рис. 2.21). Под длительностью переходного про-

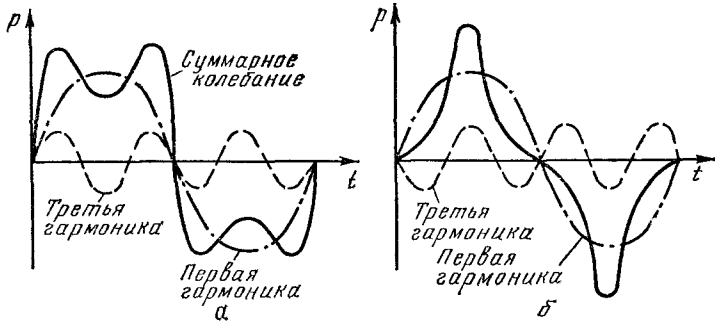


Рис. 2.19. Колебание, полученное в результате сложения двух гармоник:

а — при совпадении начальных фаз; б — при смещении начальных фаз на 180°

Рис. 2.20. Восприятие слухом тона при мгновенном его появлении

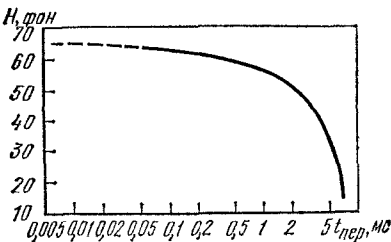
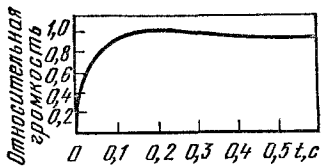


Рис. 2.21. Зависимость уровня громкости ощущаемого щелчка от длительности переходного процесса при частоте тона 1 кГц и уровне прочности 60 фон

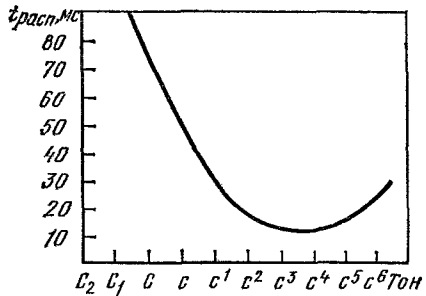


Рис. 2.22. Минимальное время распознавания высоты тона

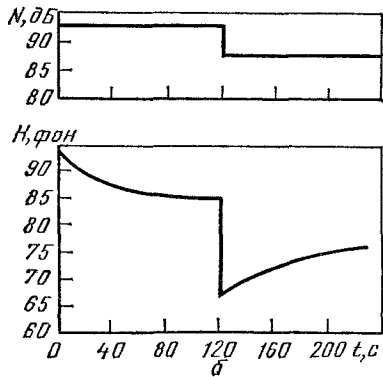
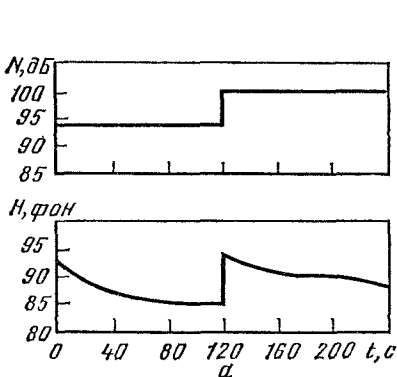


Рис. 2.23. Адаптация слуха при скачкообразном изменении уровня интенсивности звука:

а — притупление; б — обострение

цесса понимается время, равное трем постоянным времени нарастания тона. Уменьшение громкости щелчков начинает ощущаться, когда длительность переходного процесса нарастания тона будет более 0,4 мс (см. рис. 2.21). Аналогичное явление наблюдается и при резком прекращении звука. Для первой и более низких октав это время должно быть более 7 мс, для четвертой и пятой октав — несколько меньше.

При прослушивании звука достаточно малое время и сокращении времени каждого прослушивания, оказывается, что распознать высоту тона становится сначала трудно, а затем невозможно. Минимальное время звучания для распознавания высоты звука составляет приблизительно 80 мс в контроктаве, 30 мс в шестой октаве, а наименьшее время распознавания 13...18 мс соответствует второй, третьей и четвертой октавам, что приблизительно соответствует области максимальной чувствительности уха (рис. 2.22).

Важное свойство слуха — способность адаптации к изменяющейся звуковой ситуации. Процесс адаптации заключается в том, что при воздействии на орган слуха достаточно громкими звуками постепенно начинает притупляться, воспринимаемая их как менее громкие. Например, скачкообразное включение звука с частотой 1 кГц и уровнем интенсивности 94 дБ ухом воспринимается как увеличение уровня громкости на 94 фон (рис. 2.23, а). В результате притупления слуха уже через 2 мин ухо воспринимает этот звук как новый с уровнем громкости 85 фон. Повторное увеличение интенсивности звука скачком на 6 дБ ухо воспринимает как увеличение уровня громкости на 9 фон, после чего слух снова притупляется, т. е. уровень громкости звука опять снижается.

При снижении интенсивности звука наблюдается процесс обострения слуха (рис. 2.23, б). Понижение уровня интенсивности звука на 6 дБ воспринимается ухом как уменьшение уровня громкости на 19 фон. Однако уже через 2 мин в результате обострения слуха этот звук воспринимается как новый с уровнем громкости на 10 фон выше предыдущего.

Степень адаптации слуха зависит от уровня громкости звука. Чем выше уровень громкости, тем больше степень адаптации. При слишком высоких уровнях громкости наблюдается процесс насыщения.

2.10. БИНАУРАЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ

Способность слуха человека определять направление источника звука называется *бинауральным* (двуухим) эффектом.

В основе бинаурального эффекта лежат фазовые, громкостные и спектральные различия звуковых волн, воспринимаемых левым и правым ухом, что обусловлено расстоянием между ушами и экранирующим действием головы.

Если допустить, что форма головы мало отличается от сферы, радиус r которой в среднем составляет 9 см, то к левому уху, расположенному дальше от источника, звук придет позже, чем к правому (рис. 2.24). Разница во времени составит

$$\Delta t = \Delta X / c_0 = r(\theta + \sin \theta) / c_0, \quad (2.13)$$

где ΔX — разница в пути звуковой волны от источника до левого и правого уха; c_0 — скорость звука в воздухе ($c_0 \approx 340$ м/с); θ — угол между направлением головы и направлением распространения звуковой волны.

Разность фаз звуковых волн, достигающих левого и правого уха, с учетом выражения (2.13) можно представить в следующем виде:

$$\Delta \varphi = 2\pi r(\theta + \sin \theta) / (T c_0), \quad (2.14)$$

где T — период звуковой волны, с.

Если $\Delta t \geq T/2$, то $\Delta \varphi \geq \pi$ и теряется однозначность соответствия Δt и $\Delta \varphi$. В этом случае основной информацией о нахождении источника звука является разность громкости звуков, воспринимаемых левым и правым ухом. При изменении направления источника звука (в данном случае речь) изменяется и уровень громкости речи, воспринимаемой правым и левым ухом [5] (рис. 2.25). Существует определенная зависимость разности уровней звукового давления, достигающего левого и правого уха, от частоты звука. С увеличением частоты возрастает экранирующее действие головы для левого уха (рис. 2.26).

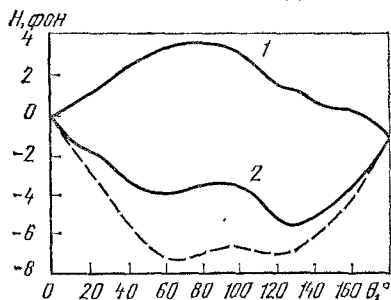


Рис. 2.25. Зависимость воспринимаемого уровня громкости звука от направления источника речи:

1 — правым ухом; 2 — левым ухом

Рис. 2.26. Зависимость разности звукового давления, достигающего левого и правого уха, от частоты звука при $\theta = 90^\circ$

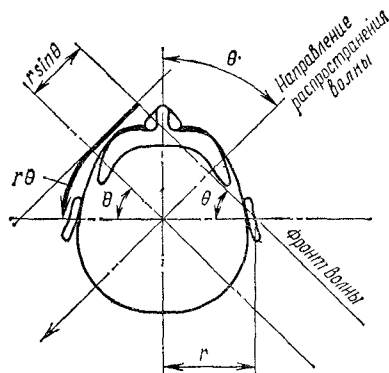


Рис. 2.24. Восприятие органами слуха звуковой волны (вид сверху)

Опыт показывает, что ухо обнаруживает изменение направления источника звука, когда оно составляет более 3° . Точность определяемого направления на неподвижный источник звука, как правило, не превышает 12° .

2.11. ТЕМБР ЗВУКОВ

Тембр — это субъективная характеристика качества звука, благодаря которой звуки одной и той же высоты и интенсивности можно отличить друг от друга.

Основными объективными параметрами, определяющими оценку тембра музыкантами, являются спектр и характер переходного процесса основного тона и обертонов. Кроме основных параметров звука, характеризующих его тембр, имеется ряд *дополнительных*. К ним относят реверберацию, вибрато, унисон, негармоничность обертонов, биения, расстояние до источника звука, нелинейность кривых равной громкости, нелинейность амплитудной характеристики слуха. На тембровое восприятие звука оказывают влияние условия его воспроизведения (вид исполняемого музыкального произведения, наличие посторонних шумов и т. д.), психологическое состояние слушателей (эмоциональный подъем или подавленность, предвзятое отношение к прослушиваемой музыке, музыканту или музыкальному инструменту), индивидуальные особенности слуха (различные у разных людей пороги слышимости и ощущения громкости и высоты звука) и музыкальный вкус слушателей (люди разных характеров и возрастов, а также различного эстетического воспитания по-разному воспринимают не только музыку, но и тембр звука).

Основные параметры тембра. *Спектр звука* определяется количеством и амплитудами входящих в него компонентов. Музыкальные звуки имеют, как правило, много компонентов. Форма звукового колебания зависит как от состава входящих в него компонентов, так и от фазовых соотношений между ними. Различие фаз гармоник приводит к различным формам звукового сигнала, но при прочих равных условиях — к одинаковым восприятиям тембра. Звук с негармоничными обертонами при постоянном спектральном составе имеет изменяющуюся во времени форму сигнала (например, звук фортепиано).

Формы звуковых сигналов музыкальных инструментов различны (рис. 2.27). Различным формам звуковых колебаний соответствуют различные спектры (рис. 2.28). Однако форма звукового сигнала зависит и от интенсивности звуков (рис. 2.29), спектр звука (например, для рояля) — от силы удара по клавише (рис. 2.30). Для музыкальных инструментов характерно также наличие большего числа обертонов для более низких тонов. Кроме того, спектральный состав звуков, как правило, изменяется по мере их затухания и вследствие других причин,

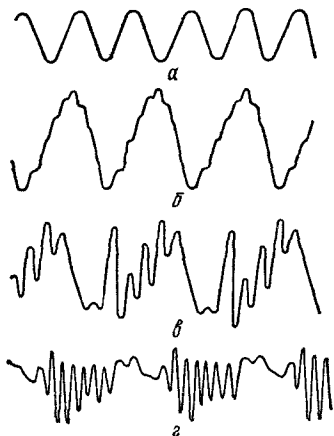
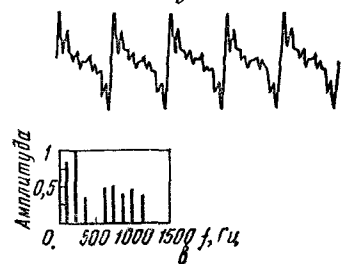
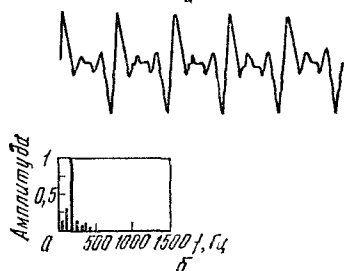
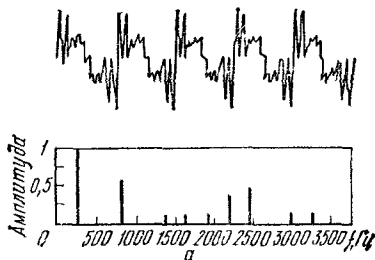


Рис. 2.27. Осциллограмма колебаний:
 а—камергона; б—скрипки; в—гобая; г—кларнета

→
 Рис. 2.28. Осциллограмма и спектр звуков:

а—кларнета; б—виолончельной органной трубы; в—тромбонной органной трубы



поэтому приведенные спектры звуков музыкальных инструментов носят качественный характер (рис. 2.31).

Для спектров струнных инструментов характерна зависимость количества обертонов от высоты тона, причем по мере перехода от низких тонов к высоким спектры обедняются обертонами. Для спектров щипковых, а также смычковых инструментов характерна зависимость от места возбуждения струны.

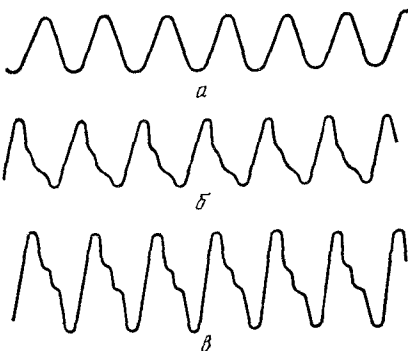


Рис. 2.29. Осциллограмма звуков флейты различной интенсивности:
 а—пиано; б—меццо форте; в—форте

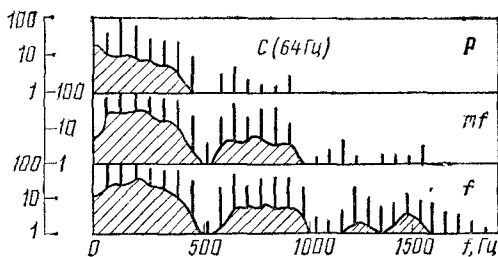
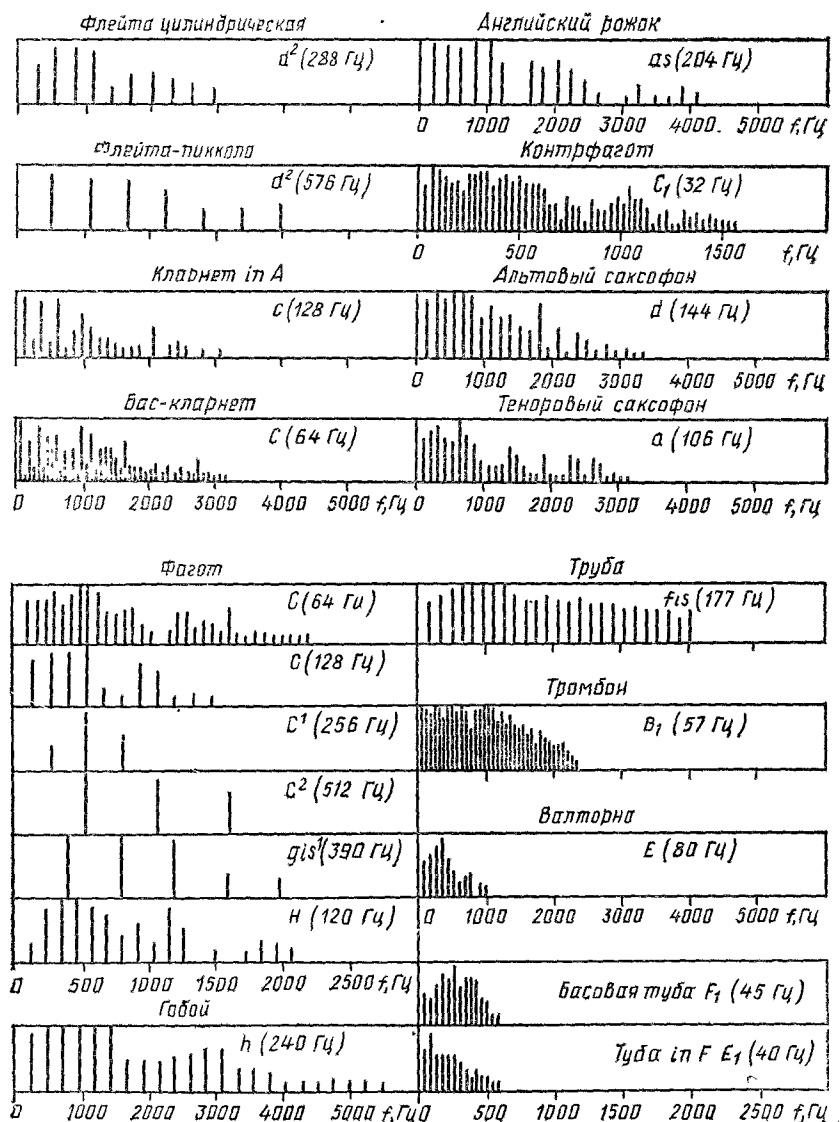


Рис. 2.30. Зависимость спектра звука рояля от силы удара по клавише

Например, при возбуждении струны арфы у ее конца создается спектр звука, богатый обертонами, равномерно убывающими по амплитуде с увеличением их частот. При возбуждении струны в середине в спектре звука практически отсутствуют нечетные обертоны (см. рис. 2.31). Духовые инструменты в большинстве имеют относительно протяжные спектры. У кларнета спектр звука беднее нечетными обертонами. Бедны обертонами и



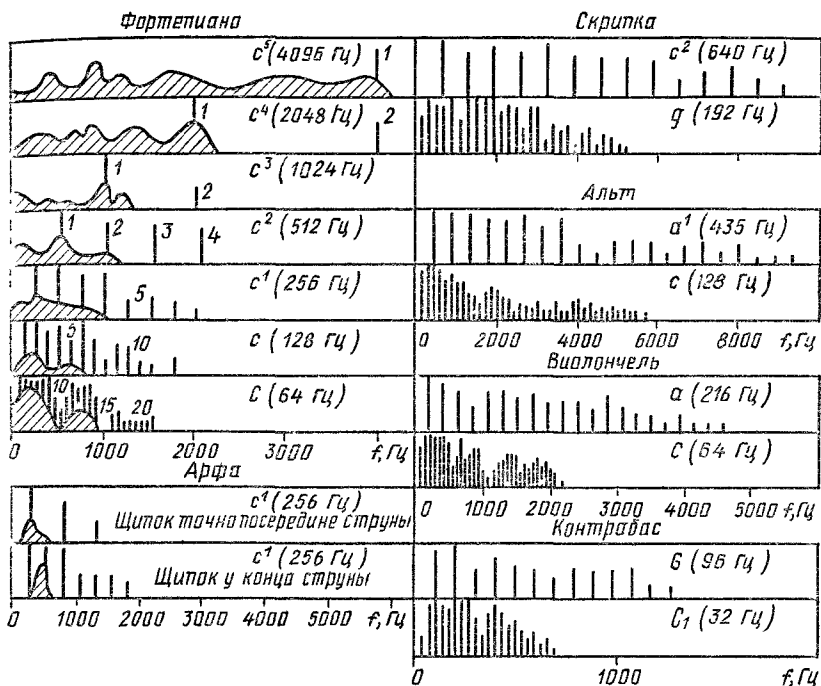


Рис. 2.31. Спектры звуков музыкальных инструментов

спектры звуков флейты. Спектры ударных инструментов отличаются наличием значительных шумовых компонентов.

Переходные процессы музыкальных звуков следует рассматривать отдельно для каждого частичного тона, поскольку тембр звука в той или иной мере зависит от характера нарастания и затухания каждого компонента (рис. 2.32). Изменение временных соотношений переходных процессов компонентов (рис. 2.33), приводит к изменению тембра.

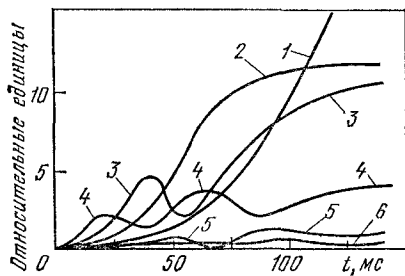


Рис. 2.32. Процесс нарастания звука скрипки (цифры у кривых — номера частичных тонов)

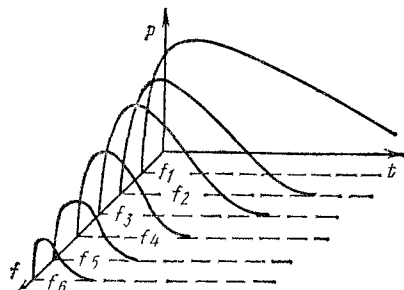


Рис. 2.33. Характер преходных процессов компонентов звуков струнных (кроме смычковых) музыкальных инструментов

В переходных процессах звуков музыкальных инструментов в общем случае (без выделения переходных процессов частичных тонов) различают три стадии: *начальную (атаку), среднюю (основную) и конечную (глушение)*. В зависимости от вида инструмента характер и продолжительность каждой стадии могут быть различными (табл. 2.7).

Таблица 2.7. Приблизительное время протекания различных стадий переходных процессов

Инструменты	Атака, мс	Средняя постоянная времени затухания, с	Глушение, с
Фортепиано	0,5...3	0,05...2	0,2...1
Щипковые	1...5	0,02...1	0,2...1
Смычковые	30...120	—	0,15...0,5
Язычковые	10...200	—	0,1...0,5
Духовые медные	20...100	—	0,05...0,5
Орган	50...1000	—	0,2...2
Ударные			
барабан	0,4...15	0,03...0,3	—
ксилофон	0,4...4	0,03...0,25	—

Переходный процесс звука можно рассматривать как частный случай амплитудной модуляции. При такой модуляции возникают дополнительные боковые составляющие спектра даже для синусоидального сигнала. Чем сложнее формы модулирующего и модулируемого колебаний, тем более сложным становится спектр всего колебательного процесса. В момент атаки в результате усложнения спектра звук приобретает характерную окраску, специфическую для данного вида инструмента.

Дополнительные параметры звука, влияющие на тембр. *Расстояние до источника звука* влияет на воспринимаемую громкость и спектр, поскольку поглощение воздухом высокочастотных компонентов происходит более интенсивно, чем средне- и особенно низкочастотных.

Реверберация изменяет тембр звука, так как затягиваются переходные процессы. При слишком малом времени реверберации тембру свойственны оттенки сухости, безжизненности. Музыка становится невыразительной, от исполнителя требуется большая громкость. Слишком большое время реверберации делает звук бубнящим, неразборчивым. Звуки наплывают друг на друга. Наилучшим тембровым условиям отвечает некоторое оптимальное время реверберации (см. п. 1.7). Реверберация также влияет на тембр звука, так как отражение звука в помещении для различных частот различно. В результате спектры исходного и отраженного звуков неодинаковы, что накладывает свой отпечаток на тембр.

Вибрато оживляет звук, увеличивая его полетность (способность быть услышанным на более далеком расстоянии) и различимость. Наиболее приятное ощущение вызывает частотное вибрато (частотой примерно от 5 до 7 Гц). Вибрато несколько скрадывает неточность настройки, диссонансные явления и комбинационные искажения. Однако слишком длительное использование вибрато делает звук назойливым, раздражающим.

Унисон физиологический (см. п. 2.7) придает звуку весьма приятный тембровый оттенок, который субъективно характеризуется как одухотворенность, жизненность, выразительность. Оживление звука за счет биений унисонной природы происходит при негармоничности обертонов музыкальных инструментов. Разновидностью унисона является розлив в язычковых инструментах. Унисон физиологический, как и вибрато, увеличивает полетность и различимость звука и скрадывает в некоторых пределах диссонансные явления и комбинационные искажения. Если же частота биений слишком велика (выходит за рамки физиологического унисона), тембр приобретает оттенок шероховатости и диссонантности.

Нелинейность кривых равной громкости приводит к тому, что звук с одним и тем же числом и уровнем компонентов может восприниматься как богатый обертонами в басовом регистре, обедненный — в среднем и бедный — в высоком. Положение усугубляется маскирующим действием слуха (см. п. 2.4). Неповторяемость областей слышимости и кривых равной громкости у различных людей из-за индивидуальности слуха и возрастных изменений приводит к тому, что звуки с одинаковым спектром они слышат и воспринимают по-разному.

Нелинейность амплитудной характеристики слуха приводит к субъективному ощущению комбинационных тонов. Слух воспринимает тоны, не существующие в спектре исходного звука, т. е. субъективные комбинационные тоны. Восприятие этих тонов в значительной мере зависит от интенсивности звука, но слишком интенсивные звуки вызывают неприятные субъективные искажения тембра.

Субъективное определение тембровых качеств. Термины, используемые музыкантами для оценки качества тембра музыкальных инструментов, весьма многочисленны и неоднозначны. В терминологии музыкантов наиболее распространены следующие: сочный, полный, мягкий, металлический, пронзительный, бочковатый, бархатистый, гнусавый, матовый, резкий, тусклый, глубокий, серебристый, светлый, яркий, хрустальный, шероховатый, трескучий, сухой и т. д. Эти оценки в силу их субъективности музыканты понимают по-разному, из-за чего один и тот же тембр в терминологии может иметь различные названия.

Для удобства использования терминологии музыкантов делались неоднократные попытки отыскать для отдельных терминов соответствующие объективные характеристики [6—9]. Приво-

чины подъема или спада яркость, матовость, тусклость тембра. Подъем в области частот 2500...3000 Гц придает звуку полетность.

5. Подъем огибающей спектра в области частот от 3000...3200 до 5000...7000 Гц придает тембру резкость (один или несколько значительных подъемов на частотах примерно 4000 или 6000 Гц), пронзительность, металличность (относительно крутой подъем на частоте около 4500 Гц), серебристость (сравнительно плавный подъем на частоте 3500 Гц) и звонкость, хрустальность (подъем на частоте 3000 Гц). В этой области частот положительное влияние на тембр оказывает плавное уменьшение интенсивности излучения, начиная примерно с 4000...5000 Гц.

6. При отсутствии или недостатке обертонов (особенно в нижнем регистре) тембр звука оценивается как неокрашенный, тусклый, пустой.

7. При почти плоской характеристике спектра в области частот от 500...600 до 6000...6500 Гц с некоторым незначительным прогибом в средней части тембр оценивается как жидкий, зажатый.

8. Ослабление первых гармоник и усиление гармоник (обертонов), начиная с шестой, увеличивает резкость тембра, делает его трескучим с признаками диссонансности.

9. Подъем второй и четвертой гармоник усиливает яркость тембра.

10. Обертоны, попадающие в области частот выше 8000 Гц, вследствие маскировки звука и пониженной чувствительности слуха в этой области, как правило, неслышны. Они оказывают влияние на тембр только при достаточной их интенсивности (тарелки, кастаньеты).

11. Присутствие в спектре звуков скрипки низкого по частоте основного тона 220...257 Гц является признаком глубокого тембра. Если основной тон спектра излучения приближается к частотам 280...290 Гц, глубина тембра уменьшается.

12. Тембр скрипки поверхностный, если основной тон лежит в области частот 300 Гц или несколько более.

13. Три нижние гармонические форманты спектра придают тембру сочность, причем у скрипок вторая форманта всегда, а третья почти всегда сильнее первой (у гитар первая форманта почти всегда сильнее второй и третьей).

14. Слабость первых трех гармонических формант придает звуку бочковатость. При этом обычно при бочковатости тембра проявляется слабость излучения в области частот 600...800 Гц. При бочковатости тембра гитар наблюдается почти полное отсутствие второй гармонической форманты (440 Гц) или второй и третьей одновременно. Отсутствие третьей форманты может остаться незамеченным даже у хороших концертных гитар.

15. Пик спектров скрипок на частотах 1500...2200 Гц придает их тембру гнусавость.

16. Плавность спада спектра скрипки в форме полуэллипса приблизительно на частоте от 1000 до 10 000 Гц — признак бархатистости тембра.

17. Изрезанность и значительные провалы амплитудно-частотной характеристики излучения скрипки в зоне частот от 1000 до 10 000 Гц — признак зажатого, узкого тембра.

18. Слабое излучение на частоте 2000 ... 6000 Гц и его полное отсутствие в области частот выше 7000 Гц — признак тусклого тембра.

3. КЛАССИФИКАЦИЯ МУЗЫКАЛЬНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ. АКУСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕМЕНТОВ СТРУННЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

3.1. КЛАССИФИКАЦИЯ МУЗЫКАЛЬНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

В музыкальной практике используются различные виды музыкальных инструментов. Каждый вид инструмента имеет свою историю, связанную с эволюцией музыкальной культуры народов.

Совершенствование музыкальных инструментов, изобретение новых их моделей способствовало развитию музыкальной культуры. Количество конструкций музыкальных инструментов составляет несколько сотен. Конструкция инструмента придает ему индивидуальные особенности, определяющие его тембровые и игровые возможности. Исходя из этих возможностей, различные инструменты используют для получения только им присущих музыкальных звуков или музыкально-эстетических оттенков исполняемой музыки. Однако самые разнообразные конструкции инструментов объединяет обязательное наличие элементов, обеспечивающих образование и распространение музыкальных звуков в окружающей среде. Эти элементы положены в основу классификации инструментов, например по видам звучащих тел: струнные (фортепиано, арфы, гитары, скрипки), язычковые (аккордеоны, баяны, гармони), духовые (саксофоны, кларнеты, флейты, органы), перепоночные (барабан, литавры), пластиночные (ксилофоны, маримбы, металлофоны), прочие (угольники, маракасы, кастаньеты), электронные (электроорганы, ударно-ритмические) (рис. 3.1).

Струнные инструменты подразделяют на клавишные (пианино, рояли), щипковые (гитары, мандолины, домры, балалайки, арфы), смычковые (скрипки, альты, виолончели, контрабасы). Язычковые инструменты можно поделить на инструменты с камерами переменного объема (аккордеоны, баяны, гармони), инструменты с камерами постоянного объема (фисгармонии с

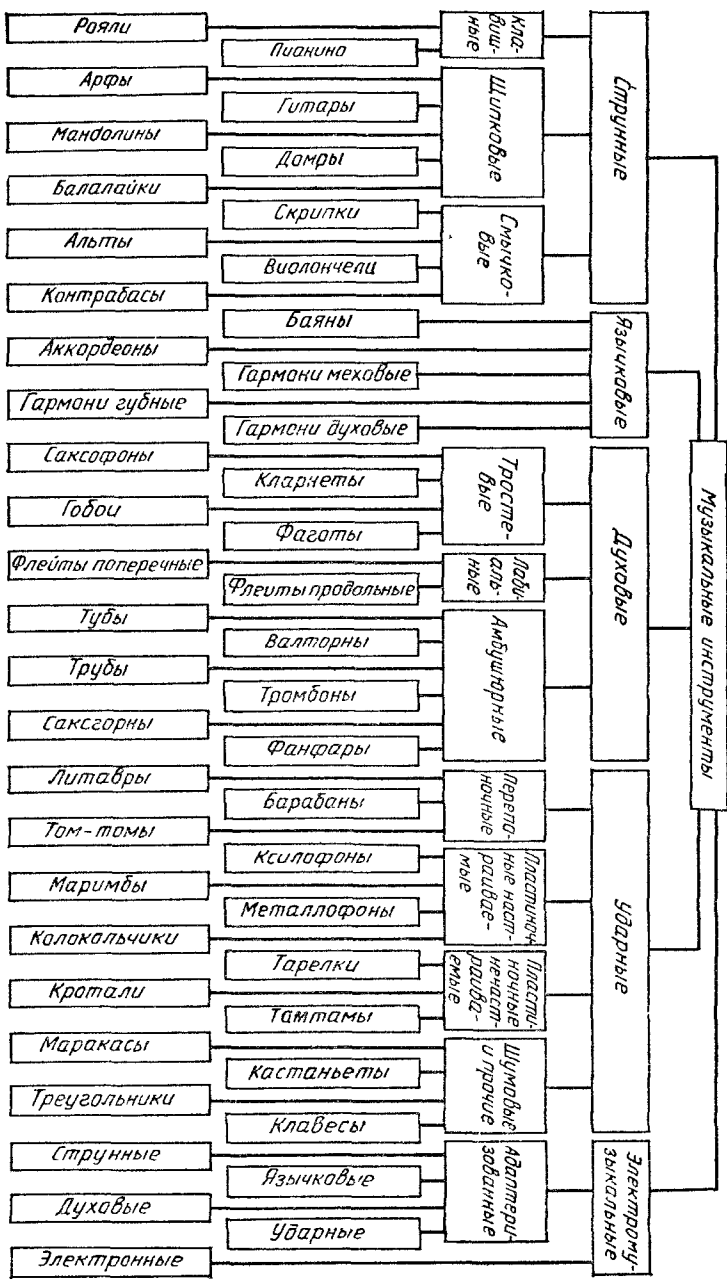


Рис. 3.1. Классификация музыкальных инструментов

электроприводом), инструменты без специальных камер (губные гармони, духовые гармони).

Духовые инструменты делятся на лабиальные (флейты продольные и поперечные), амбушюрные (трубы, валторны, тубы), тростевые (саксофоны, кларнеты, фаготы).

Перепоночные и пластиночные инструменты объединяют в группу ударных.

Среди электронных инструментов можно выделить клавишные (электроорганы, электропианино, синтезаторы), кнопочно-клавишные (электробаяны, электроаккордеоны), эфирные (терменвоксы), ударно-ритмические автоматы (отдельные или встроенные в другие инструменты).

Самостоятельную группу представляют адаптированные электромузыкальные инструменты

Среди национальных музыкальных инструментов выделяют также струнные, язычковые, духовые, перепоночные и пластиночные. Акустический аппарат национальных инструментов не представляет принципиальных отличий от классических традиционных инструментов.

3.2. ДРЕВЕСИНА ДЕК

Дека струнного музыкального инструмента служит для создания оптимальных условий передачи энергии колеблющейся струны окружающему воздушному пространству. В зависимости от качества материала и геометрических (конструктивных) параметров она оказывает огромное влияние на тембр звука инструмента.

Качество материала деки определяется по его излучательной способности, т. е. способности наилучшим образом передавать энергию колеблющейся струны воздушному пространству и потерям энергии в материале на внутреннее трение. Опыт показывает, что наиболее подходящим материалом для дек является древесина. Исследование ее параметров в нашей стране наиболее полно выполнено в НИИМПе [10, 11].

Мощность, которая тратится внешней силой на поддержание колебаний деревянной доски (деки), может быть выражена [12]

$$P_k = F_0^2(r_1 + r_2)/[(q/\omega - m\omega)^2 + (r_1 + r_2)^2], \quad (3.1)$$

где F_0 — амплитуда действующей на деревянную доску силы; r_1 — коэффициент внутреннего трения (сопротивления) материала, r_2 — коэффициент трения (сопротивления) излучения, q — коэффициент упругости (упругость) материала, m — масса доски, ω — круговая частота действующей силы.

Излучаемая мощность

$$P_n = F_0^2 r_2 / [(q/\omega - m\omega)^2 + (r_1 + r_2)^2]. \quad (3.2)$$

Коэффициент полезного действия излучающей древесины (доля полученной колебательной энергии, расходуемая на излучение)

$$\eta = P_{\text{н}}/P_{\text{к}} = r_2/(r_1 + r_2). \quad (3.3)$$

Чем меньше потери на внутреннее трение, тем выше коэффициент полезного действия (КПД) при излучении, т. е. лучшей будет та древесина, которая имеет меньшее r_1 и большее r_2 . Практически $r_1 \gg r_2$, для лучшей древесины КПД не превышает нескольких процентов.

Внутренние потери энергии в древесине однозначно связаны с логарифмическим декрементом ее собственных колебаний [см. уравнение (1.16)]:

$$\theta = \ln(A_1/A_2), \quad (3.4)$$

где A_1 — амплитуда первого отсчитываемого колебания; A_2 — амплитуда последующего колебания

Логарифмический декремент может быть выражен также зависимостью

$$\theta = \delta_2 T_0 = \pi r_2 / (\omega_0 m) = (\pi / \sqrt{3}) (f_2 - f_1) / f_0, \quad (3.5)$$

где $\delta_2 = r_2 / (2m)$ — коэффициент затухания, $T_0 = 2\pi / \omega_0$ — период собственных колебаний, f_1 и f_2 — крайние частоты амплитудно-частотной характеристики собственного резонанса доски, соответствующие половине максимального подъема характеристики; f_0 — резонансная частота.

Учитывая, что собственная частота колеблющейся доски $\omega_0 = \sqrt{q/m}$, выражение (3.5) можно представить в виде

$$\theta = \pi r_2 / \sqrt{qm}. \quad (3.6)$$

Таким образом, потери колебательной энергии в доске будут тем меньше, чем меньше коэффициент трения r_2 и чем больше коэффициент упругости материала q и масса доски m

Логарифмический декремент затухания для различных пород древесины в среднем составляет: для ели — 0,023; для сосны — 0,025, для дуба — 0,033; для клена — 0,028. Декремент затухания для стальных струн 0,0004; стальных камертонов 0,0001. С увеличением частоты колебаний декремент затухания несколько возрастает (рис. 3.2). При температуре 20...30°C декремент затухания немного меньше, чем для других температур.

Излучательную способность древесины принято характеризовать *акустической постоянной* (константой)

$$K_a = \sqrt{E/\rho^3} = c/\rho, \quad (3.7)$$

где $E = c^2\rho$ — модуль упругости (модуль Юнга); c — скорость звука в древесине; ρ — плотность древесины

У древесины акустические качества тем выше, чем больше акустическая постоянная. Наиболее подходящие материалы для

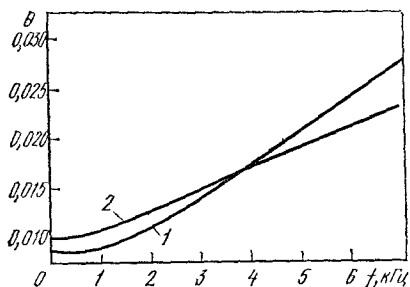


Рис. 3.2. Зависимость логарифмического декремента затухания от частоты:

1—для ели; 2—для клена

Наибольшие преимущества имеются у ели. При высокой акустической постоянной у ели относительно мало пороков, достаточная толщина стволов, запасы ее в нашей стране велики. В настоящее время деки делают почти исключительно из ели, и лишь в странах, не имеющих ее запасов, иногда применяют сосну. Исключение из этого правила составляют нижние деки (донья) смычковых инструментов.

Таблица 3.1. Характеристики древесины

Древесина	Плотность ρ , кг/м ³	Модуль упругости E , МПа	Акустическая постоянная K_a , м ³ /(кг·с)
Хвойных пород			
ель	390...450	1000...1450	11,5...13
сосна	352...660	440...2120	5,2...14
пихта сибирская	350...420	580...650	8,9...11,9
» кавказская	380...520	1080...1580	10,6...14
кедр сибирский	340...450	720...940	10,2...13,5
лиственница	490...780	850...1200	4,3...8,5
Лиственных пород			
береза	550...700	800...2000	6,6...8,5
ясень	590...900	1340...1790	4,9...7,9
бук	590...800	1060...1780	5,9...7,2
клен	700	1600	7,2
дуб	610...760	830...1610	6...6,2

Примечание. Приведенные данные соответствуют влажности древесины около 10%.

Доски, предназначенные для изготовления дек, проходят тщательный отбор. Отбраковка их производится при наличии сучков, косослоя (наклона волокон и слоев), несоответствии требуемым размерам ширины годичных слоев (0,5...5 мм). Большое влияние на качество древесины оказывает наличие косослоя, полученного в результате неправильной распиловки (табл. 3.2).

Таблица 3.2. Влияние косослоя древесины на ее акустические качества

Угол наклона °	Изменение акустической постоянной, %, при наклоне волокон в направлении		Угол наклона, °	Изменение акустической постоянной, %, при наклоне волокон в направлении	
	тангенциальном	радиальном		тангенциальном	радиальном
0	100	100	10	81,9	79,7
2	98,9	98,9	15	68,6	65,7
4	95,1	95,5	20	57,6	55,9
6	92	91,3	30	42,3	43,1
8	87,3	86	40	33,1	34,3

Нанесение на древесину лаковых покрытий также в некоторой степени оказывает отрицательное влияние на ее акустические свойства.

3.3. СТРУНЫ

Струна — источник звуковых колебаний струнных музыкальных инструментов. Она представляет собой относительно тонкую гибкую нить с равномерно распределенной линейной плотностью, сильно натянутую между двумя опорами. Качество струн музыкальных инструментов определяется их акустическими, физико-механическими и игровыми параметрами. Эти параметры связаны между собой и зависят от исходных материалов, конструкции струн и технологии их изготовления.

Акустические параметры струн. Под акустическими параметрами струн понимают частоту колебаний, спектральный состав, характер затухания, негармоничность обертонов.

Для оценки акустических параметров струны прибегают к некоторым допущениям. Предполагают, что струна не имеет жесткости, плотность струны равномерна по длине, колебания возбужденной струны происходят с относительно малой амплитудой в одной плоскости. Тогда уравнение колебания закрепленной на концах струны в среде без трения можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = \frac{F \partial^2 a}{\rho s \partial (\Delta L)^2}, \quad (3.8)$$

где a — отклонение струны от положения равновесия в данный момент времени; F — сила натяжения струны; ρ — плотность материала струны; s — площадь сечения струны; ΔL — текущая координата рабочей части струны (расстояние от конца струны до рассматриваемой точки с отклонением a).

Решение дифференциального уравнения имеет вид

$$a = \frac{2hL^2}{\pi^2 \Delta L_0 (L - \Delta L_0)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin \frac{\pi n \Delta L_0}{L} \sin \frac{\pi n \Delta L}{L} \cos n \omega_0 t, \quad (3.9)$$

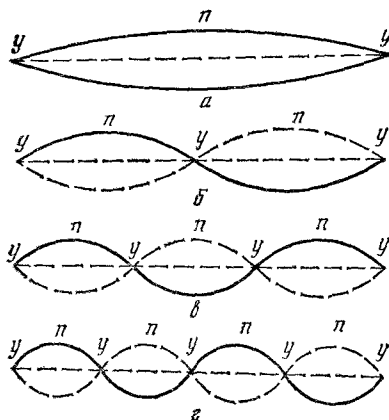


Рис. 3.3. Компоненты колебания струны:

a — основной тон (первая гармоника); *б* — вторая гармоника; *в* — третья гармоника; *г* — четвертая гармоника; *y* — узлы; *n* — пучности

где h — максимальное отклонение струны в точке возбуждения, находящейся на расстоянии ΔL_0 от конца рабочей части струны; n — порядковый номер гармоники, ω_0 — круговая частота собственных колебаний струны (для первой гармоники $\omega_0 = 2\pi f_0$).

Из уравнения (3.9) следует, что струна будет колебаться по сложному закону. Колебание будет складываться из бесконечного ряда гармоник, убывающих по амплитуде обратно пропорционально квадратам номеров гармоник (рис. 3.3). Амплитуды гармоник пропорциональны начальному отклонению струны h . В зависимости от места возбуждения струны из колебательного процесса могут исключаться те или иные гармонические составляющие.

Пример 1. Пусть струна возбуждена посередине ($\Delta L_0 = 0,5L$), тогда $\sin(\pi n \Delta L_0 / L) = \sin[\pi n (0,5L) / L] = \sin(\pi n / 2)$. При четных n $\sin(\pi n / 2) = 0$, т. е. в колебании будут отсутствовать все четные гармоники.

Пример 2. Пусть $\Delta L_0 / L = 1/3$, тогда $\sin(\pi n \Delta L_0 / L) = \sin(\pi n / 3)$. В этом случае в колебательном процессе будут отсутствовать все гармоники, кратные трем.

Круговая частота основного тона колеблющейся струны может быть выражена соотношением

$$\omega_0 = (\pi/L) \sqrt{F/\rho s} = (\pi/L) \sqrt{\sigma/\rho} = (\pi/L) v_c, \quad (3.10)$$

где σ — напряжение натянутой струны; v_c — скорость перемещения звуковой волны по струне.

Частоты колебания гармоник

$$\omega_{0n} = n\omega_0. \quad (3.11)$$

Для рассмотренной идеальной струны процесс свободных колебаний в среде с вязким трением, пропорциональным скорости, опишется уравнением

$$\frac{\partial^2 a}{\partial t^2} + \frac{2\partial a}{\tau \partial t} = \frac{F \partial^2 a}{\rho s \partial (\Delta L)^2}, \quad (3.12)$$

где τ — постоянная времени колебания струны.

Решение этого уравнения примет вид

$$a = \frac{2hL^2 e^{-t/\tau}}{\pi \Delta L_0 (L - \Delta L_0)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sqrt{1 + 1/(\omega_n \tau)^2} \sin \frac{\pi n \Delta L_0}{L} \times \\ \times \sin \frac{\pi n \Delta L}{L} \sin(\omega_n t + \varphi_n), \quad (3.13)$$

где $\omega_n = 2\pi f_n$ — круговая частота колебания n -й гармоники; f_n — частота колебания n -й гармоники; $\varphi_n = \text{arctg } \omega_n \tau$ — начальная фаза колебания n -й гармоники.

Процесс колебания струны в данном случае затухающий. Чем больше постоянная времени колебаний, тем длительнее процесс затухания колебаний струны. Круговые частоты компонентов затухающего колебания описываются уравнением

$$\begin{aligned} \omega_n &= \sqrt{(\pi n/L)^2 F/(\rho S) - 1/\tau} = \\ &= \sqrt{(n\omega_0)^2 - 1/\tau} = n\omega_0 \sqrt{1 - 1/(n\omega_0\tau)^2}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

где ω_0 — круговая частота основного тона без учета трения.

Как видно из соотношения (3.14), частоты компонентов затухающего колебания струны не имеют кратных отношений (негармоничны). Негармоничность тем больше, чем быстрее затухает струна, т. е. чем меньше постоянная времени колебания. Отсюда следует, что

$$\omega_n < n\omega_0. \quad (3.15)$$

Амплитуды компонентов затухающего колебания тем меньше, чем выше их номер n . Спектральный состав колебания зависит от места возбуждения струны, места наблюдения колебаний и начального отклонения струны от положения покоя. Зависимость относительной негармоничности обертонов затухающей струны от номера компоненты при круговой частоте колебаний основного тона $\omega_0 = 500$ рад/с для различных значений постоянной времени показана на рис. 3.4. Относительная негармоничность обертонов построена по формуле

$$\delta_1 = \Delta f_n / (nf_0) = (\omega_n - n\omega_0) / (n\omega_0) = \sqrt{1 - 1/(n\omega_0\tau)^2} - 1, \quad (3.16)$$

где $\Delta f_n = (\omega_n - n\omega_0) / (2\pi)$ — абсолютное отклонение частоты от гармонической (кратной целому числу, равному номеру компонента); f_0 — частота основного тона без учета трения

Негармоничность обертонов (в центах) определяют по формуле

$$\Delta_1 = 1200 \log_2 [\omega_n / (n\omega_0)] = 600 \log_2 [1 - 1/(n\omega_0\tau)^2]. \quad (3.17)$$

Как показывает опыт, высокочастотные компоненты затухающей струны имеют постоянные времени колебания, зависящие от номера компонента. Чем выше номер компонента, тем меньше постоянная времени. С учетом этого выражение (3.13)

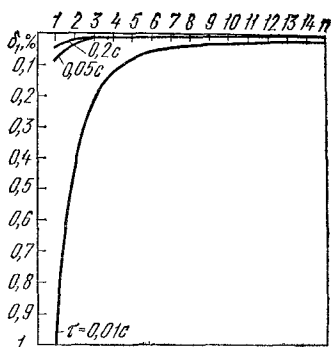


Рис. 3.4. Зависимость относительной негармоничности обертонов колебания струны от номера компонента при круговой частоте колебаний основного тона 500 рад/с для различных значений постоянной времени

можно представить в виде

$$a = \frac{2hL^2}{\pi\Delta L_0(L - \Delta L_0)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-t/\tau_n} \sqrt{1 + 1/(\omega_n\tau_n)^2} \times \\ \times \sin \frac{\pi n\Delta L_0}{L} \sin \frac{\pi n\Delta L}{L} \sin(\omega_n t + \varphi_n), \quad (3.18)$$

где τ_n — постоянная времени колебаний n -го компонента.

Жесткость струны при изгибе определяют как $K_c = EJ$, где E — модуль продольной упругости материала струны; J — осевой момент инерции сечения струны ($J = \pi d^4/64$); d — диаметр струны.

Колебания струны, обладающей жесткостью в среде без трения, опишутся уравнением

$$EJ \frac{\partial^4 a}{\partial (\Delta L)^4} + \rho s \frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = F \frac{\partial^2 a}{\partial (\Delta L)^2}, \quad (3.19)$$

где a — отклонение струны в рассматриваемой точке от положения равновесия в данный момент времени; ΔL — расстояние от конца рабочей части струны до рассматриваемой колеблющейся точки.

Решение этого уравнения позволяет оценить влияние жесткости струны на негармоничность обертонов. Частота колебаний струны может быть получена из уравнения (3.19):

$$\omega_n = n\omega_0 \sqrt{1 + \pi^2 n^2 EJ/(L^2 F)}, \quad (3.20)$$

где ω_n — круговая частота n -го компонента колебания; ω_0 — круговая частота основного тона из выражения (3.10); L — длина рабочей части струны.

Из выражения (3.20) следует, что

$$\omega_n > n\omega_0. \quad (3.21)$$

Негармоничность обертонов, порождаемых жесткостью струны, выражается формулой

$$\delta_2 = \Delta f_n/(nf_0) = (\omega_n - n\omega_0)/(n\omega_0) = \sqrt{1 + \pi^2 n^2 EJ/(L^2 F)} - 1. \quad (3.22)$$

Негармоничность обертонов (в центах) определяют по формуле

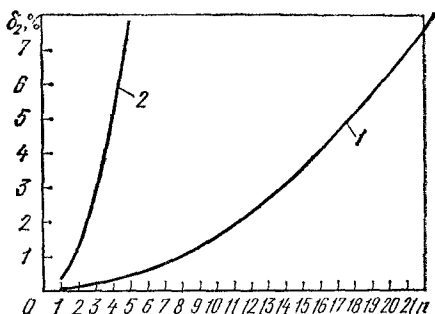
$$\Delta_2 = 1200 \log_2 [\omega_n/(n\omega_0)] = 600 \log_2 [1 + \pi^2 n^2 EJ/(L^2 F)]. \quad (3.23)$$

Негармоничность обертонов струн, порождаемая жесткостью, тем больше, чем больше номер компонента колеблющейся струны, жесткость при изгибе струны и меньше ее длина и усилие натяжения (рис. 3.5).

Энергия колеблющейся струны при неподвижных опорах не может передаваться деке, а следовательно, излучение колебаний в окружающее пространство осуществляется только струной. Из-за пренебрежимо малой (по сравнению с декой) поверхности струны передаваемая ею окружающему пространству

Рис. 3.5. Зависимость относительной негармоничности обертонов колебания, определяемой жесткостью струны, от номера компонента для гладкой струны фортепиано:

1 — длиной $L=904$ мм, диаметром $d=1,07$ мм при силе натяжения $F=650$ Н и модуле продольной упругости струнной проволоки $E=2 \cdot 10^{11}$ Па; 2 — длиной $L=52$ мм, диаметром $d=0,775$ мм при усилии натяжения $F=717$ Н и том же модуле упругости



энергия в единицу времени (мощность) будет ничтожна. Поэтому условие нормальной работы струнного инструмента — колебание опоры (штега, подставки), связанной с декой.

Колебательные движения опоры приводят не только к оттоку энергии в деке, но и к изменению частоты колебаний струны (рис. 3.6). Условия передачи энергии от струны деке определяются в основном их волновыми сопротивлениями. Чем меньше волновое сопротивление деки W_d при неизменном волновом сопротивлении струны W_c , тем быстрее энергия струны будет передана деке, т. е. тем скорее струна прекратит колебания. Неравномерность сопротивления деки в зависимости от частоты колебаний струны влияет на время затухания компонентов ее колебания. Механическое сопротивление струны при ее возбуждении равно удвоенному волновому:

$$z = F_0/v_{c0} = 2W_c = 2\sqrt{F\rho_L} = 2S\sqrt{\sigma\rho}, \quad (3.24)$$

где F_0 — сила внешнего воздействия на струну; v_{c0} — амплитуда скорости движения струны в точке возбуждения; W_c — волновое сопротивление струны; F — усилие натяжения струны ($F = \sigma s$); ρ_L — линейная плотность струны ($\rho_L = \rho s$); s — площадь сечения струны.

Скорость движения волн по струне v_c представляет собой сумму синусоидальных составляющих скорости, амплитуды которых пропорциональны амплитудам составляющих сил F_0 .

При колебании струны, закрепленной на неподвижных опорах, по ее длине укладывается целое число полуволн (рис. 3.6, а). Частоты компонентов колебания определяются в зависимости от принятых допущений из соотношений (3.10), (3.14), (3.20). Если же одна из опор движется так, что неподвижная точка струны оказывается для n -го компонента колебания

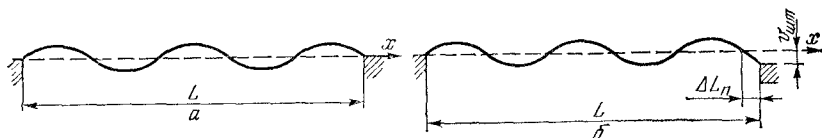


Рис. 3.6. Характер колебания струны: а — при жестких опорах; б — при одной подвижной опоре

смещенной на расстояние ΔL_n (рис. 3.6, б) относительно точки закрепления струны, частоту ω'_n определяют по формуле

$$\omega'_n = \omega_n L / (L - \Delta L_n). \quad (3.25)$$

Смещение неподвижной точки струны ΔL_n возможно в том случае, если имеется реактивная составляющая сопротивления опоры. При чисто реактивном сопротивлении опоры относительное смещение неподвижной точки можно выразить через соотношение [6]:

$$\Delta L_n / L = W_{cn} / (\pi n x_{mn}), \quad (3.26)$$

где W_{cn} — волновое сопротивление струны для n -го компонента колебания; x_{mn} — реактивное механическое сопротивление опоры для n -го компонента колебания.

Используя соотношение $L / (L - \Delta L_n) \approx 1 + \Delta L_n / L = 1 + W_{cn} / (\pi n x_{mn})$, преобразуем формулу (3.25). Частота собственных колебаний струны

$$\omega'_n = \omega_n [1 + W_{cn} / (\pi n x_{mn})]. \quad (3.27)$$

Следовательно, подвижность опоры вносит дополнительную негармоничность обертонов в колебания струны. Эта негармоничность тем больше, чем больше волновое сопротивление струны и меньше номер компонента колебания и реактивное сопротивление опоры. Чтобы уменьшить негармоничность обертонов колебания струны, вызванную подвижностью опоры, необходимо уменьшить волновое сопротивление струны и (или) повысить реактивное сопротивление подвижной опоры.

Учитывая комплексное механическое сопротивление (импеданс) опоры, преобразуем выражение (3.27) следующим образом:

$$\omega'_n = \omega_n [1 + W_{cn} x_{mn} / (\pi n |z_{mn}|^2)], \quad (3.28)$$

где $z_{mn} = \sqrt{r_{mn}^2 + x_{mn}^2}$ — комплексное сопротивление (импеданс) опоры, т. е. подставки (штега) и деки вместе взятых для n -го компонента колебания; r_{mn} — активное механическое сопротивление опоры для n -го компонента колебания.

Подвижность опоры приводит к повышению частоты компонентов (синусоидальных составляющих) колебаний струны:

$$\omega'_n > \omega_n \geq n\omega_1. \quad (3.29)$$

Относительная негармоничность компонентов колебания струны, вызванная подвижностью опоры,

$$\delta_3 = (\omega'_n - \omega_n) / \omega_n = W_{cn} x_{mn} / (\pi n |z_{mn}|^2). \quad (3.30)$$

Негармоничность компонентов колебания (в центах) определяется по формуле

$$\Delta_3 = 1200 \log_2 [1 + W_{cn} x_{mn} / (\pi n |z_{mn}|^2)]. \quad (3.31)$$

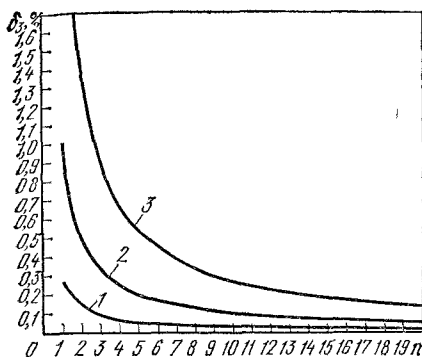


Рис. 3.7. Зависимость относительной негармоничности обертонов колебания струны при подвижной опоре от номера компонента:

$$1 - W_{cn} = 5 \text{ Н} \cdot \text{с/м}, \quad x_{mn}/|z_{mn}|^2 = 1.7 \cdot 10^{-3} \text{ м/(Н} \cdot \text{с)}; \quad 2 - W_{cn} = 5 \text{ Н} \cdot \text{с/м}, \quad x_{mn}/|z_{mn}|^2 = 6.28 \cdot 10^{-3} \text{ м/(Н} \cdot \text{с)}$$

$$3 - W_{cn} = 5 \text{ Н} \cdot \text{с/м}, \quad x_{mn}/|z_{mn}|^2 = 17 \cdot 10^{-3} \text{ м/(Н} \cdot \text{с)}$$

С уменьшением комплексного сопротивления и увеличением реактивной составляющей сопротивления опоры негармоничность увеличивается (рис. 3.7). При сопоставлении рис. 3.4, 3.5 и 3.7 можно убедиться, что негармоничности, вызванные трением в среде (затуханием колебаний), жесткостью струны и подвижностью опоры, имеют различный характер. Результирующая кривая негармоничности, вызванной всеми этими причинами, будет во всех случаях плавной.

Все музыкальные (и не только музыкальные) звуки имеют негармоничные обертоны. Негармоничность вносит некоторые флуктуации в колебательный процесс, что приводит к оживлению, привлекательности звука, если величина негармоничности лежит в некоторых определенных пределах (для соседних обертонов) от 0,1 до 0,35 %. Если негармоничность меньше, звук может оказаться назойливым, зажатым, надоедливым, выше — в звуке начинают ощущаться комбинационные тоны, возникающие в связи с появлением биений между компонентами звукового колебания.

Неравномерность распределения плотности (массы) вдоль струны приводит к перераспределению мест узлов и пучностей на струне и, как следствие, к смещению частот обертонов.

Изменение длины струны в процессе колебания может оказывать заметное влияние на величину негармоничности обертонов при больших радиусах закругления опоры в местах крепления струны (рис. 3.8). При верхнем крайнем отклонении струны длина ее увеличивается и частоты обертонов понижаются, при нижнем — длина ее уменьшается и частоты обертонов повышаются.

Овальность сечения струны приводит к изменению ее жесткости в зависимости от плоскости колебания. В реальных

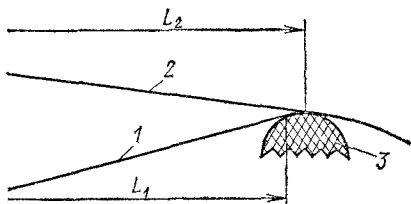


Рис. 3.8. Изменение длины струны при большом радиусе закругления опоры:

1 — крайнее нижнее положение струны (длиной L_1); 2 — крайнее верхнее положение струны (длиной L_2); 3 — опора

условиях струна изменяет плоскость в процессе колебания, поэтому с изменением жесткости изменяется и негармоничность обертонов.

Неравномерность частотной зависимости реакции опоры (волнового сопротивления) приводит к подтягиванию частот обертонов колебания струны к частотам резонансов деки, что вносит некоторую дополнительную негармоничность обертонов, причем это явление тем сильнее, чем острее резонанс деки и ниже ее волновое сопротивление на частоте резонанса. Если волновое сопротивление струны много меньше волнового сопротивления деки, явление подтягивания частоты уменьшается.

Декремент затухания колебаний струны при наличии подвижной опоры возрастает от значения $\theta_{оп}$ до величины $\theta_n = \theta_{оп} + \theta_{дн}$, где $\theta_{дн} = r_{мн} W_{сн} / (n |z_{мн}|^2)$ — вносимый опорой дополнительный декремент затухания для n -го компонента колебания струны [6].

Активное механическое сопротивление опоры $r_{мн}$ обусловлено наличием потерь, связанных с расходом энергии колеблющейся струны на трение в опоре, деке и на излучение звуковой волны. Оно приводит к уменьшению постоянных времени компонентов колебания (частичных тонов) струны τ_n . В соответствии с выражением (1.16) постоянная времени может быть представлена в виде

$$\tau_n = T_n / \theta_n = T / (n \theta_n), \quad (3.32)$$

где T_n — период колебания n -го компонента; T — период колебания основного тона

Подставив в уравнение (3.32) выражения для θ_n и $\theta_{дн}$, получим

$$\tau_n = T / [n (\theta_{оп} + \theta_{дн})] = T |z_{мн}|^2 / (n \theta_{оп} |z_{мн}|^2 + r_{мн} W_{сн}). \quad (3.33)$$

Выражение (3.33) показывает, что каждый компонент затухающего колебания [см. формулу (3.18)] будет иметь свою постоянную времени, причем чем выше номер компонента, тем быстрее затухают его колебания. В случаях, когда $W_{сн} r_{мн} \ll \ll \theta_n |z_{мн}|^2$, выражение (3.33) примет вид

$$\tau_n \approx T / (n \theta_{оп}) = T Q_n / (\pi n), \quad (3.34)$$

где Q_n — эквивалентная добротность колебательной системы струны — дека для n -го компонента колебания струны

В этом случае постоянная времени колебания струны обратно пропорциональна номеру компонента колебания (предполагается, что Q_n равна для всех компонентов колебания).

В случаях, когда $W_{сн} r_{мн} \gg \theta_{оп} |z_{мн}|^2$, скорость затухания всех компонентов колебания струны примерно одинакова:

$$\tau_n \approx T |z_{мн}|^2 / (W_{сн} r_{мн}). \quad (3.35)$$

Здесь предполагается, что z_{mn} и r_{mn} постоянны для всех компонентов колебания.

Для практически реализуемых музыкальных инструментов величина $W_{сн}r_{mn}$ соизмерима с величиной $\theta_{оп}|z_{mn}|^2$, следовательно, постоянная времени компонентов колебания струны уменьшается с увеличением номера компонента, но в несколько меньшей мере, чем это вытекает из выражения (3 34).

Жесткость струны не только существенно влияет на негармоничность обертонов, но в значительной мере определяет амплитуды их колебаний. Более жесткие струны хуже менее жестких возбуждаются на частотах обертонов. Это является следствием их большей сопротивляемости изгибу на повышенных частотах, поскольку при меньших длинах волн и больших амплитудах колебаний на этих частотах требуются большие изгибы струны. Кроме того, каждый обертон требует дополнительного натяжения струны за счет изгибов при постоянном расстоянии между опорами струны. Толстые (более жесткие) струны сопротивляются растяжению и изгибу больше, чем тонкие, поэтому толстые струны обедняются обертонами больше, чем тонкие. Затухание обертонов струны может также возрастать за счет внутреннего трения струны. При недостатке обертонов и их быстром затухании струна звучит глухо

Большое значение для акустических параметров струны имеют *место и характер возбуждения*. Большая поверхность касания струны возбуждающим телом (мягким предметом большого радиуса, например широким и мягким молотком фортепиано или пальцем руки в случае щипкового инструмента) ведет к задержке возбуждения высоких частот (обертонов) и уменьшению амплитуд их колебаний. Поверхность и время касания струны могут быть настолько большими, что станут мешать возбуждению обертонов высоких частот. Когда время касания струны возбуждающим телом оказывается больше периода колебаний обертонов, оно для этих обертонов становится и демпфирующим элементом (гасителем колебаний).

Свойство возбуждающего тела влиять на состав обертонов струны используется при интонировке фортепиано. Путем увеличения или уменьшения жесткости молотков добиваются ровности тембра.

Туго натянутые струны при прочих равных условиях имеют меньшее время касания, поэтому они звучат более ярко. При возбуждении струны смычком на тембр звука влияют давление и скорость движения смычка.

Корпус (дека) инструмента излучает лишь те колебания, которые ему передаются возбужденной струной или формируются в результате их взаимодействия. Передача энергии от струны деке тем более значительна, чем больше масса струны, усилие ее натяжения и амплитуда колебаний. Способность корпуса (деки) воспринимать колебания струны определяется

подвижностью одной из опор струны, связанной с декой, и способностью деки резонировать в области частот излучаемых тонов. На резонансных частотах подвижность опоры наибольшая. Если частичный тон колебания струны совпадает с частотой резонанса, энергия колебаний на этой частоте наиболее интенсивно передается от струны деке и излучается в окружающее пространство. Тон, совпадающий с резонансной частотой струны, при прочих равных условиях будет затухать быстрее. Волновое сопротивление колебательной системы на частоте резонанса относительно мало. На частотах, не совпадающих с частотами резонанса опоры с декой, значительная часть энергии колебаний струны отражается от опоры и незначительно раскачивает деку, поэтому излучение на этой частоте будет ослаблено. Волновое сопротивление в этом случае велико. Близкое по частоте совпадение резонансных частот корпуса и собственных частот колебаний струн может привести к образованию так называемых волчьих тонов.

Конструктивные, игровые и физико-механические параметры струн. Под *конструктивными* параметрами струн понимают их конструкцию, геометрические размеры и используемые материалы. Под *игровыми* параметрами (качествами) имеются в виду эксплуатационные удобства струн (гладкость поверхности, диаметр, гибкость, теплопроводность при возбуждении пальцами руки). Под *физико-механическими* параметрами понимаются плотность материалов струн, жесткость (модуль продольной упругости, момент инерции поперечного сечения), масса, прочность, удлинение под действием нагрузки, способность сохранять неизменными параметры длительное время. Игровые и физико-механические качества струн предопределяются их конструктивными параметрами.

Применяемые в музыкальных инструментах струны могут быть *металлическими, синтетическими или жильными* (из кишок животных). Струны выполняют *гладкими* (монокоричными) или *обвитыми*. Навивка струн позволяет при сравнительно малой их жесткости понизить частоту колебаний (рис. 3.9). Гладкая струна представляет собой монокоричную полированную проволоку, моноволокно или жилу. Для увеличения массы (понижения частоты собственных колебаний) струны при сохранении относительно малой жесткости и уменьшения тем самым негармоничности обертонов на гладкую струну (кери) накладывают навивки: одинарную круглую (рис. 3.9, а), одинарную плоскую (рис. 3.9, б), двойную круглую (рис. 3.9, в), двойную с наружной плоской (рис. 3.9, г). Иногда с целью большего уменьшения жесткости струны применяют многожильный кери (рис. 3.9, д). Для плотного прилегания навивки к кери между ними в некоторых случаях делают прокладку из искусственного или натурального шелка или синтетических волокон.

Для навивки струн применяют медную, алюминиевую, ла-

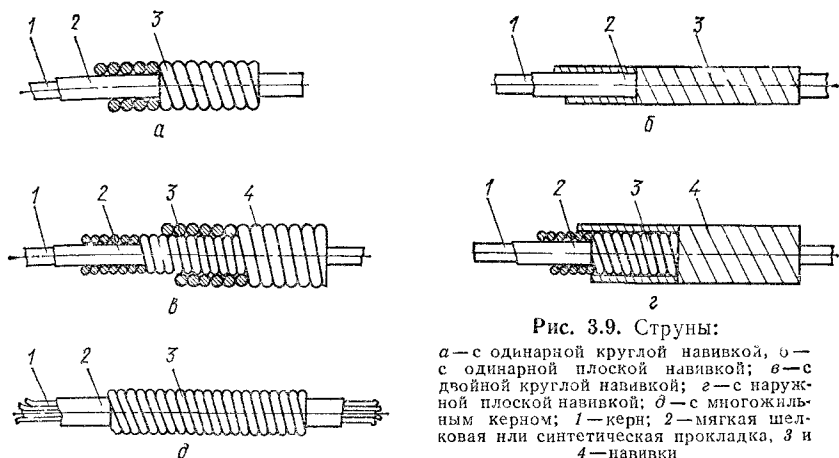


Рис. 3.9. Струны:

а — с одинарной круглой навивкой, б — с одинарной плоской навивкой; в — с двойной круглой навивкой; г — с наружной плоской навивкой; д — с многожильным керном; 1 — керн; 2 — мягкая шелковая или синтетическая прокладка, 3 и 4 — навивки

тунную, серебряную (или из сплавов серебра с другими металлами), нейзильберовую проволоку круглого или близкого к прямоугольному сечения (табл. 3.3).

Овальность металлических и синтетических струн (разность между наибольшим и наименьшим диаметрами одного сечения, перпендикулярного продольной оси), как правило, не превышает 0,005 мм. Разброс диаметров жильных струн оценивают по наибольшим отклонениям на участке длиной 0,5 м. Он обычно не превышает 0,04 мм.

Физико-механические параметры струн, изготовленных из различных материалов, неодинаковы (табл. 3.4). Именно эти параметры определяют акустические свойства струн.

Модуль продольной упругости характеризует жесткость струны при изгибе [см. уравнение (3.19)].

Плотность (для обвитых струн средняя плотность) материала струны определяется ее массой. Чем больше масса струны, тем большая энергия требуется для ее возбуждения и тем больше колебательной энергии она может запасти. При равных диаметрах и длинах струн для сохранения неизменной частоты колебаний необходимо изменять усилие натяжения пропорционально изменению плотности материала.

Временное сопротивление разрыву характеризует величину напряжения в струне в момент ее разрыва. Напряжение струны не остается постоянным и изменяется в процессе ее релаксации, настройки и в момент возбуждения. Практически напряжение струн в статическом режиме создают равным 35...50 % величины временного сопротивления разрыву.

Относительное удлинение при разрыве характеризует способность струны сохранять неизменной частоту при больших и малых амплитудах колебаний и вследствие релаксации. Это объясняется тем, что внутреннее напряжение струны, способной

Таблица 3.3. Материалы, применяемые для производства различных видов струн

Струны или их элементы	Наименование материала
<p>Необитые струны и керны обвитых струн пианино роялей балалаек, гитар, электрогитар, мандолин, домр, банджо скрипок</p>	<p>Проволока стальная струнная (ГОСТ 15598—70) Проволока стальная струнная (ГОСТ 15598—70), канаты стальные (ГОСТ 3062—80), леска капроновая и анидное волокно Проволока стальная струнная (ГОСТ 15598—70), канаты стальные (ГОСТ 3062—80), моноволокно полиэфирное лавсан</p>
<p>Навивка для струн пианино и роялей балалаек, гитар, электрогитар, мандолин, домр, банджо</p>	<p>Проволока медная круглая электротехническая марки ММ (ГОСТ 2112—79) Проволока медная круглая электротехническая марки ММ (ГОСТ 2112—79), проволока медная посеребренная, проволока латунная круглая марки Л63 (ГОСТ 1066—80), проволока из серебра и его сплавов (ГОСТ 7222—75), проволока из никеля и кремнистого никеля нормальной точности (ГОСТ 2179—75), проволока неизильберовая (ГОСТ 5220—78), проволока из углеродистой конструкционной стали марок 08кп и 10 (ГОСТ 17305—71), проволока стальная низкоуглеродистая общего назначения (ГОСТ 3282—74), проволока из марганцевого никеля (ГОСТ 1049—74), проволока из магнитомягких сплавов марок 46Н и 79НМ, леска капроновая технического назначения</p>
<p>скрипок</p>	<p>Проволока алюминиевая круглая электротехническая марок АМ и АПТ (ГОСТ 6132—79), проволока из серебра и его сплавов (ГОСТ 7222—75), проволока из высоколегированной коррозионно- и жаростойкой стали марки 12Х18Н19Т (ГОСТ 18143—72), проволока медная электротехническая марки ММ (ГОСТ 2112—79), а также проволока обмоточные константановые и марганциновые Нить капроновая ($T = 29$ текс) для кордной ткани, нить изоляционная шелковая (ГОСТ 1086—74), нить капроновая в бобинах для трикотажной промышленности (ГОСТ 7054—76)</p>
<p>Прокладки для струн балалаек, гитар, электрогитар, мандолин, домр, банджо, скрипок</p>	

к большому удлинению, меньше изменяется при возбуждении или в процессе релаксации. Происходит существенная компенсация эффекта повышения частоты за счет изменения внутреннего напряжения ввиду понижения частоты за счет увеличения ее длины при больших амплитудах колебания. Для увеличения относительного удлинения струны гладкие струны или керны обвитых струн иногда подвергают волнистой деформации (рис. 3.10), пропуская их через специальные гибочные устройства.

Таблица 3.4. Основные физико-механические параметры гладких струн (средние значения)

Струны	Модуль продольной упругости E, МПа	Плотность ρ , кг/м ³	Временное сопротивление при разрыве σ_p , МПа	Относительное удлинение при разрыве $\Delta L/L_p$, %
Металлические из высокоуглеродистой стали	(2...2,1) 10 ⁵	7850	2250...2800	3...7
Синтетические	(0,4...1,2) 10 ⁴	1000...1200	300...450	18...40
Жильные	0,7 · 10 ⁴	1250...1400	150...350	14...20

Предел упругости — прочностная характеристика материала струны. При напряжениях, превышающих предел упругости, струна приобретает остаточную деформацию (вытягивается), при этом изменяются ее физико-механические параметры, а следовательно, и акустические качества. Струна может стать непригодной для использования. Напряжение предела упругости составляет примерно 70 % напряжения временного сопротивления разрыву.

Неравномерность диаметра, плотности и жесткости струн способствует появлению дополнительной негармоничности обертонов за счет смещения узлов и пучностей колеблющейся струны. Уменьшение этих неравномерностей способствует повышению качества струн.

Релаксация — неизбежное для струнных музыкальных инструментов явление, обусловленное деформациями, возникающими в струнах и инструменте после натяжения струн. Это явление сопровождается уменьшением напряжений в струнах с течением времени [12] (рис. 3.11). Для фортепиано такой процесс может продолжаться 20...50 сут и более. В процессе релаксации напряжение металлических струн уменьшается на 2,5...6 %, синтетических и жильных на 10...40 %. В связи с этим настройку струн фортепиано приходится производить в несколько приемов, что позволяет не достигать предела упругости струн и повысить точность настройки фортепиано. Такой прием ускоряет релаксацию струн и корпуса инструмента.

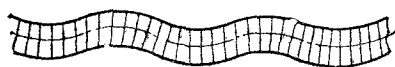


Рис. 3.10 Струна, подвергнутая деформации в целях увеличения относительного удлинения

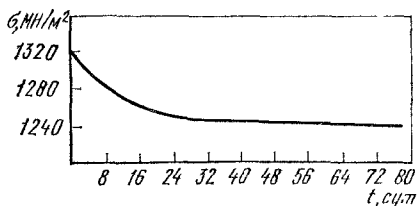


Рис. 3.11. Релаксация струн пианино

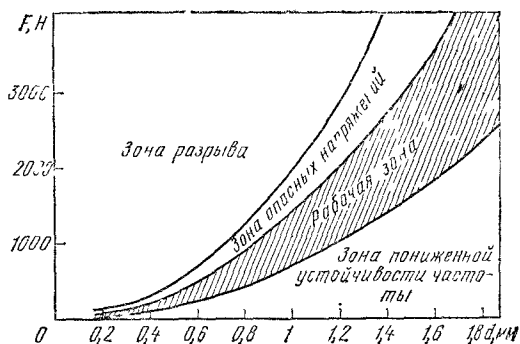


Рис. 3.12. Зависимость допустимых усилий натяжения стальных струн от диаметров их ядер

Струны способны сохранять параметры неизменными в течение длительного времени, что определяется их коррозионной и износостойкостью, постоянством свойств материала.

Металлические струны очень износостойки, но они подвержены коррозии при повышенной влажности воздуха, в этом заключается их основной недостаток.

Синтетические и жильные струны не подвержены коррозии, но они менее износостойки (особенно жильные), меньше запасают энергии при возбуждении (тихо звучат), подвержены изменению физико-механических параметров за счет изменения в течение времени свойств исходного материала. Жильные струны гигроскопичны, что приводит к существенному изменению их физико-механических и акустических свойств при колебаниях влажности воздуха. Повышенная влажность уменьшает упругость струны, в результате чего струна может стать непригодной для использования. Поэтому наибольшая влажность струны должна превышать 2 %.

Расчет натяжения струны. Правильный выбор усилий натяжения струн предопределяет безотказность их работы в музыкальном инструменте и оптимальные качества звучания. Усилие натяжения определяется допустимым напряжением струны. В практических расчетах его принимают равным 0,35...0,5 временного сопротивления разрыву σ_p и 0,6...0,8 предела упругости.

Сила натяжения струны $F = \sigma s$, где σ — напряжение струны [$\sigma = (0,35...0,5)\sigma_p$]; s — площадь сечения струны (ядра).

Выбор усилий натяжения струн по их диаметрам и диаметров струн по требуемым усилиям натяжения можно производить по специальным графикам (рис. 3.12). Выбираемые параметры должны соответствовать рабочей зоне, в зоне опасных напряжений могут возникать необратимые удлинения струн. Усилия натяжения зоны разрыва вызывают обрыв струн. В связи с незначительными усилиями натяжений струн в зоне пониженной устойчивости частоты при воздействии внешних факторов (изменение температуры, влажности, приложение неодинаковых

усилий возбуждения) могут существенно изменяться частоты колебаний струн. Увеличение усилий натяжения повышает стабильность частоты.

Для расчета усилия натяжения струны при известных частоте основного тона f , длине рабочей части L , плотности материала ρ , площади поперечного сечения s и диаметра d пользуются формулой (3.10), из которой следует

$$F = 4f^2 L^2 \rho s = \pi d^2 f^2 L^2 \rho. \quad (3.36)$$

Учитывая, что масса рабочей части струны $m_c = L \rho s$, выражение (3.36) можно представить в следующем виде:

$$F = 4f^2 L m_c. \quad (3.37)$$

Для обвитой струны с одним слоем навивки круглого сечения масса рабочей части струны может быть выражена зависимостью

$$m_c = \pi L [d^2 \rho + \pi d_1 \rho_1 (d + d_1)] / 4, \quad (3.38)$$

где d , ρ — диаметр и плотность материала керна; d_1 , ρ_1 — диаметр и плотность материала навивки

Таблица 3.5. Время затухания колебаний струн

Струны	Тон (октава)	Время, за которое интенсивность звука уменьшается на 30 дБ
Синтетические гитарные для шести-струнной гитары	<i>Ми</i>	17,3...26,3
	<i>Ля</i>	17...22,3
	<i>ре</i>	19,7...15
Металлические гитарные для шести-струнной гитары	<i>соль</i>	3,9...13,7
	<i>си</i>	3,7...7,7
	<i>ми¹</i>	2,7...7
	<i>ре</i>	17,3...27
То же для семиструнной гитары	<i>Соль</i>	28...49
	<i>Си</i>	16,5...32
	<i>ре</i>	12,7...22
	<i>соль</i>	11,7...13,7
	<i>си</i>	7,3...7,7
	<i>ре¹</i>	5,1...7
	<i>соль</i>	4...8
Жильные скрипичные	<i>ре¹</i>	2,9...6
	<i>ля¹</i>	3...6
	<i>ми²</i>	3,2...7
	Контроктава	51...92
Пианино	Большая октава	26...70
	Малая октава	18,3...36
	Первая »	9...19
	Вторая »	9,5...9,8
	Третья »	1,7...3,8
	Четвертая »	1...1,8

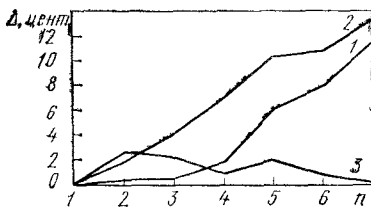


Рис. 3.13. Усредненные значения негармоничности обертонов гитарных синтетических струн, полученные при измерениях на монохорде (цифры у кривых — номера струн)

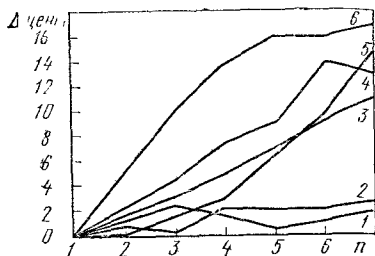


Рис. 3.14. Усредненные значения негармоничности обертонов металлических гитарных струн, полученные при измерениях на монохорде (цифры у кривых — номера струн)

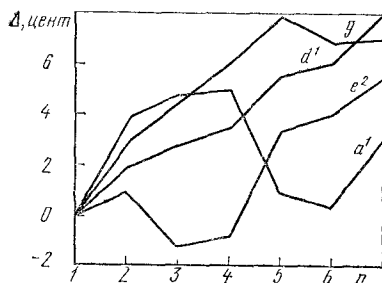


Рис. 3.15. Усредненные значения негармоничности обертонов скрипичных струн, полученные при измерениях на монохорде

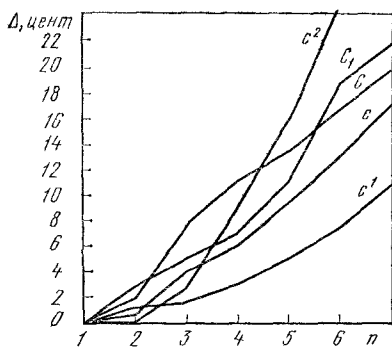


Рис. 3.16. Усредненные значения негармоничности обертонов струн фортепиано, полученные при измерениях на монохорде

Для обвитой струны с двумя навивками круглого сечения масса рабочей части струны

$$m_c = \pi L [d^2 \rho + \pi d_1 \rho_1 (d + d_1) + \pi d_2 \rho_2 (d + 2d_1 + d_2)] / 4, \quad (3.39)$$

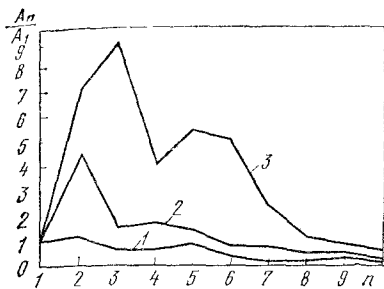
где d_2 , ρ_2 — диаметр и плотность материала второй навивки.

Для обвитой струны с одним слоем навивки прямоугольного сечения масса рабочей части струны рассчитывается по формуле

$$m_c = \pi L [d^2 \rho + 4b_1 (d + b_1) \rho_1] / 4, \quad (3.40)$$

где b_1 — толщина навиваемой на струну ленты.

Некоторые данные экспериментальных исследований параметров струн. Исследования показали [13, 14], что характеристики струн имеют существенный разброс, который зависит от



←
Рис. 3.17. Огибающая спектров колебаний гитарной струны:
1 — ми¹ (329,63 Гц), 2 — соль (196 Гц), 3 — ми (82,41 Гц)

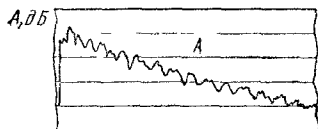
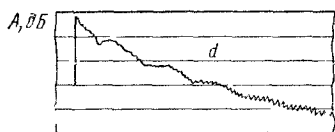
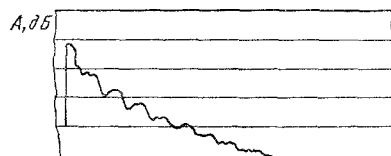
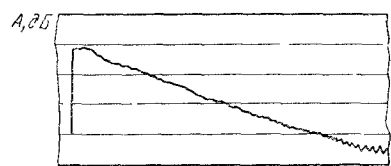
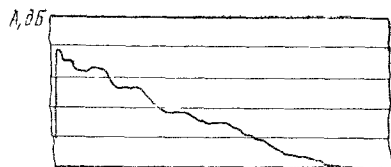
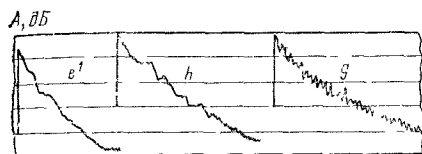


Рис. 3.18. Затухание колебаний гитарных струн

Рис. 3.19. Затухание колебаний однотипных скрипичных струн производства различных предприятий

технологии изготовления, используемых материалов, конструкции и геометрических параметров струн. Некоторые экспериментально полученные характеристики по результатам проверки 4—6 комплектов струн приведены в табл. 3.5 и 3.6. Зависимости негармоничности обертонов от номера частичного

Таблица 3.6. Усилия натяжения струн гитар

Струны	Тон	Частота, Гц	Усилие натяжения, Н
Металлические	ре ¹	293,66	102
	ре	146,83	106
	Ре	73,42	92
Синтетические	ре ¹	293,66	76
	ре	146,83	79
	Ре	73,42	68

тона для синтетических и металлических струн гитар показаны на рис. 3.13 и 3.14, скрипок — на рис. 3.15, пианино — на рис. 3.16. Огибающие спектров гитарных струн представлены на рис. 3.17. Результаты получены при исследовании струн на специальном стенде. Примеры затухания колебаний струн гитар показаны на рис. 3.18, скрипок — на рис. 3.19.

4. ФОРТЕПИАНО (ПИАНИНО И РОЯЛИ)

4.1. УСТРОЙСТВО

Фортепиано — наиболее распространенные универсального назначения клавишно-струнные музыкальные инструменты. Благодаря специальному клавишному механизму в фортепиано осуществляется возбуждение струн ударом молотка, что создает большие возможности для дозирования интенсивности звука. Фортепиано имеет равномерно-темперированный двенадцатиступенный строй. Фортепиано широко применяют в учебных целях, концертной деятельности, для домашнего музицирования. Для них написано самое большое количество музыкальных произведений различных жанров.

Фортепиано имеет две разновидности — пианино и рояли. Они отличаются друг от друга расположением струн, размерами и конструкцией клавишных механизмов; техника игры на обоих инструментах одинакова.

У *пианино* струны расположены вертикально, благодаря чему оно компактно размещается в помещении. К опорной конструкции пианино (футору) 5 (рис. 4.1) приклеена дека 1. Для жесткости конструкции используется металлическая рама 2, которая крепится к футору 5 с помощью специальных болтов. Струны 3 крепятся к вибрелям (колкам) 8, помещенным в коловой доске (вирбельбанке) 4, и к металлической раме 2. С помощью специальных брусков (штегов) струны 3 связаны с декой 1 и передают ей колебательные движения. Клавиатура пианино 13 предназначена для передачи удара руки пианиста механике 10. Задняя доска 6, крышка 7, нижний щит 18, цокольный пол 21 являются элементами конструктивного и декоративного оформления пианино. Педали 20 служат для отключения демпферов механики 10 (левая) и изменения максимального расстояния между молотками механики и струнами 3 (правая) с целью регулирования в некоторых пределах общей интенсивности звука. В некоторых конструкциях пианино используется третья (средняя) педаль, или специальный рычаг, для включения модератора (устройства приглушения звука).

Различные модели пианино могут отличаться также диапазоном звучания и длиной струн. Обычно диапазон пианино составляет $7^{1/12}$ октавы (от *ля* субконтроктавы до *ля* четвертой

октавы) или $7\frac{1}{4}$ октавы (от ля субконтроктавы до до пятой октавы). В зависимости от модели высота пианино может быть от 95 (малые) до 130 см и более (большие).

У рояля струны расположены горизонтально. Длина струн зависит от конструкции и высоты извлекаемого звука. Благодаря различной длине струн рояль имеет своеобразную крыловидную форму. Габариты рояля требуют значительно большей площади для его размещения. В зависимости от длины рояля подразделяют на *миньон* (1,1...1,5 м), *кабинетный* (1,5...1,9 м), *салонный* (1,9...2,5 м), *концертный* (2,5...3 м). Диапазон звучания рояля обычно — $7\frac{1}{12}$ (ля субконтроктавы — ля четвертой октавы) или $7\frac{1}{4}$ октавы (ля субконтроктавы — до пятой октавы).

Струны рояля 21 (рис. 4.2) укреплены между вирбелями, помещенными в вирбельбанк, и металлической рамой 22, связанной болгами с опорной конструкцией (футором) 17. Посредством специальных брусков (штегов) 19 колебания струн 21 передаются деке 20, укрепленной на футоре 17. Клавиатура рояля предназначена для передачи удара руки музыканта механике 25. Крышки 9 и 11 корпуса рояля и другие детали являются элементами конструктивного и декоративного оформления рояля. Педаль 1 служат для тех целей, что и педаль пианино. Педальный шток 26 связывает педаль 1 с механикой рояля 25.

В звукообразовании участвует большинство конструктивных корпус, педальный механизм, чугунная рама). Основные же элементов фортепиано (клавишный механизм, струны, дека, элементы акустического аппарата фортепиано — дека, струны и клавишный механизм.

4.2. ДЕКА

Дека фортепиано представляет собой деревянный *резонансный щит* с приклеенными к нему *рипками* (ребрами жесткости из древесины хвойных пород) с одной стороны и *штегами*

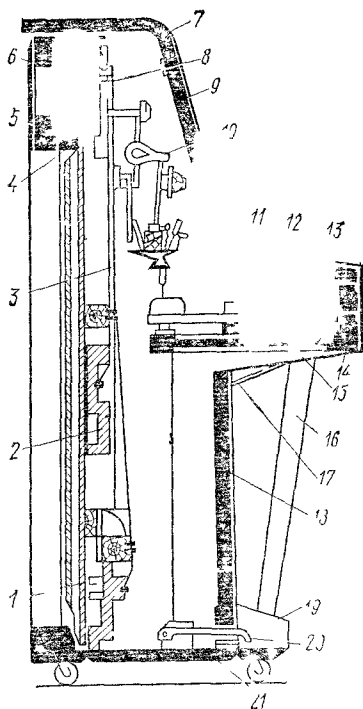


Рис. 4.1. Пианино

1 — дека, 2 — металлическая рама; 3 — струны; 4 — вирбельбанк; 5 — футор, 6 — задняя доска; 7 — крышка, 8 — вирбети (колки), 9 — верхний щит; 10 — механика, 11 — карниз клавиатуры; 12 — клавиш, 13 — клавиатура, 14 — шток клавиатуры; 15 — оачка; 16 — козась, 17 — замок нижнего щита, 18 — нижний щит, 19 — ножка, 20 — педаль, 21 — цокольный пол

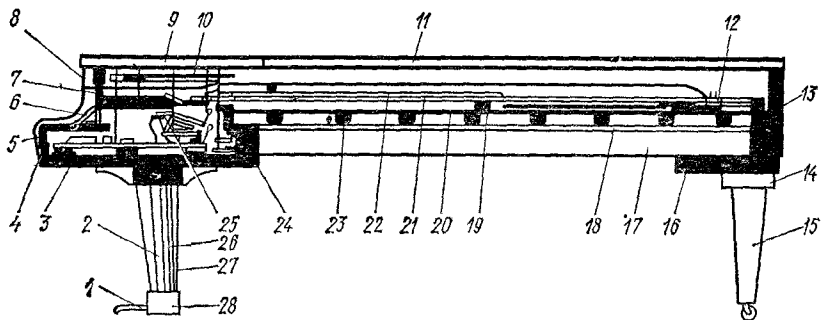


Рис. 4.2. Рояль:

1—педали; 2—колонки pedalной лиры; 3—штульрама; 4—гайтельлейстик; 5—клап; 6—фербаум; 7—ригель; 8—замочный брусок; 9—передняя крышка; 10—шюпитр; 11—задняя крышка; 12—басовый штег, 13—стенка корпуса, 14—фусклец; 15—ножка; 16—полит задней ножки; 17—футор; 18—брусок обкладки футора; 19—штег; 20—дека, 21—струны; 22—металлическая рама; 23—рипки, 24—средник футора, 25—клавишная механика; 26—pedальный шток; 27—упорная палка; 28—pedальная корэбка

(деревянными брусками твердолиственных пород) с другой. Резонансный щит склеивают из отдельных досок резонансной древесины (см. 3.2), располагаемых обычно в направлении диагонали щита. Рипки к щиту приклеивают по возможности перпендикулярно направлению досок. Толщина резонансного щита пианино в большинстве случаев составляет 8...9 мм, рояля — 9...10 мм. Требуемую прочность щиту обеспечивают штеги и рипки. Передача энергии деке осуществляется через штеги (басовый и дискантовый), на которые опираются струны. Дека приклеивается к футору (жесткой опорной раме).

Функциональное назначение деки как составной части акустического аппарата фортепиано — обеспечить оптимальные условия передачи энергии колебаний струн окружающей воздушной среде. Кроме того, дека выполняет основную роль в формировании тембра фортепиано и оказывает большое влияние на длительность затухания звуков.

Механоакустические характеристики. Основные конструктивные параметры дек определены эмпирически. Надежной теории для практического расчета колебательного процесса дек на сегодня нет. Однако при некоторой идеализации деки оценить характер колебательного процесса в ней возможно; это проделано, например, А. В. Римским-Корсаковым [6].

Деку представляют в виде однородной эллиптической пластины, закрепленной по периметру на идеальных неподвижных опорах. Колеблющиеся струны вызывают колебания деки, перпендикулярные ее плоскости. Механическое сопротивление струны при ударе молотка соответствует удвоенному волно-

$$R_m = 2W_c = F_0/v_{c0}, \quad (4.1)$$

где $W_c = \sqrt{F_0 \rho_L} = s \sqrt{\sigma \rho}$ — волновое сопротивление струны, кг/с; $F_0 = \sigma s$ — усилие натяжения струны, Н; σ — растягивающее напряжение в струне, Па; $\rho_L = s \rho$ — линейная плотность струны, кг/м; ρ — плотность материала струны, кг/м³; s — поперечное сечение струны, м²; F_0 — возбуждающая струну сила, Н; v_{co} — мгновенная скорость движения струны в точке ее возбуждения, м/с.

Волновое сопротивление идеализированной деки W_d можно принять равным волновому сопротивлению пластины [6]:

$$W_d = 8 \sqrt{N \rho_s h_d} = 8 h_d^2 \sqrt{E \rho_s / [12 (1 - \sigma_p^2)]}, \quad (4.2)$$

где $N = E h_d^3 / [12 (1 - \sigma_p^2)]$ — цилиндрическая жесткость деки на изгиб; ρ_s — плотность материала деки; h_d — толщина деки; E — модуль упругости; σ_p — коэффициент Пуассона.

Уравнение (4.2) при расчете даст тем более верный результат, чем ближе дека по своим параметрам к пластине и чем меньше влияние отраженных от краев деки волн в точке приложения сил. Реальная дека из-за влияния отраженных волн имеет большое количество резонансных частот, поэтому ее волновое сопротивление резко зависит от частоты колебаний. Предположим, что дека представляет собой возбуждаемую в центре, зажатую со всех сторон круглую пластину, тогда на резонансных частотах сопротивление деки активно и его приближенно можно принять [15]

$$R_{\max} = (2\pi/\theta_s) \sqrt{W_d^3 / (M f_n)}; \quad (4.3)$$

$$R_{\min} = [\theta_s / (2\pi)] \sqrt{M W_d f_n}, \quad (4.4)$$

где θ_s — эквивалентный логарифмический декремент затухания на резонансной частоте [см. формулу (3.4)], учитывающий влияние струн; M — масса деки; f_n — частота n -го резонанса деки.

Отраженные от краев деки колебания образуют стоячие волны. Формулой (4.3) пользуются в случае, когда стоячие волны образуют в точке возбуждения деки узел; возбуждение ее в этой точке приводит к наибольшему потреблению энергии. Формулой (4.4) пользуются в случае, когда в точке возбуждения деки отраженные волны образуют пучность.

Резонанс при сопротивлении R_{\max} иногда называют *антирезонансом*. Излучение энергии декой в этом случае минимально. В зависимости от частоты возбуждения дека может в одной и той же точке иметь резонанс или антирезонанс (узел или пучность).

Величину, обратную сопротивлению, называют *податливостью*. Среднее значение податливости можно выразить соотношением

$$1/W_d = 1/\sqrt{R_{\min} R_{\max}}. \quad (4.5)$$

В общем случае податливость деки

$$R_M / z_M^2 = R_M / (R_M^2 + x_M^2), \quad (4.6)$$



Рис. 4.3. Зависимость декремента затухания деки от частоты

среды, в которой находится дека. Для различных инструментов логарифмический декремент затухания дек лежит в пределах 0,05...0,12 [6] (рис. 4.3). Декремент максимален, если инструмент находится на открытом воздухе. Скорость затухания звука в общем случае в помещении меньше, чем на открытом воздухе, что объясняется влиянием отраженных волн. Оно сказывается на тембре звука инструмента и делает его в некоторой мере зависимым от акустической среды, в которой находится инструмент.

Зависимость декремента затухания деки от частоты, полученная экспериментально, показана на рис. 4.3 [15]. Точками отмечены частоты, на которых производились замеры.

Колебательная способность деки может быть оценена через ее добротность:

$$Q = \pi / \theta_0 = \pi E_0 / E_p, \quad (4.7)$$

где E_0 — полная энергия колебаний деки; E_p — энергия, расходуемая на внутренние активные потери (трение).

Для реальных дек эта величина может достигать нескольких десятков и даже сотен; она зависит от частоты. Чем выше добротность деки, тем больше колебательной энергии она может запасти и тем больше времени требуется для ее возбуждения. Это приводит к тому, что при совпадении частот возбуждения с резонансными (но не антирезонансными) время нарастания и спада колебаний, а также их амплитуды становятся значительно больше (рис. 4.4). На частотах антирезонансов время нарастания и амплитуды колебаний минимальны. При не слишком большом несовпадении частот возбуж-

где R_m — активная составляющая сопротивления деки; x_m — реактивная составляющая сопротивления деки; z_m — комплексное сопротивление деки.

Податливость деки лежит в пределах $1/R_{\max} - 1/R_{\min}$.

Величины эквивалентного логарифмического декремента затухания θ_0 и волнового сопротивления W_d зависят от акустической

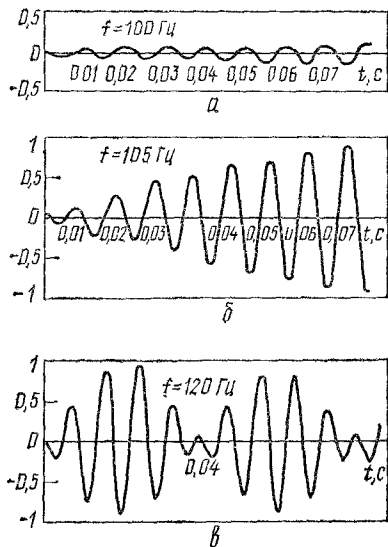
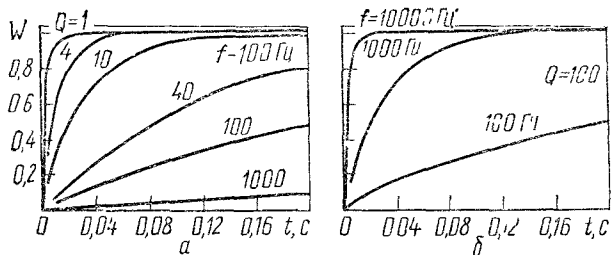


Рис. 4.4. Колебания деки при добротности колебательной системы $Q = 100$ с частотой резонанса $f_n = 100$ Гц при частоте возбуждения f :

а — 100 Гц; б — 105 Гц; в — 120 Гц

Рис. 4.5. Изменение времени нарастания колебаний: а — при частоте возбуждения деки $f=100$ Гц; б — при добротности деки $Q=100$



дающей силы с собственной частотой колебательной системы появляются биения. Причем частота биений равна разнице собственной и возбуждающей частот. Зависимости нарастания колебаний от времени при различных добротностях колебательной системы, выраженные через отношения выходного сигнала к входному $W(t)$, приведены на рис. 4.5. Время установления t_y амплитуды колебаний системы, равной 0,95 максимальной амплитуды, для случая совпадения собственной и возбуждающей частот можно приблизительно определить из соотношения

$$t_y \approx Q/f_n. \quad (4.8)$$

Механическое сопротивление деки на частотах, меньших наиболее низкой собственной частоты, растет с уменьшением частоты возбуждающей силы. С повышением частоты сопротивление деки будет падать и достигнет первого минимума на резонансной частоте [см. формулу (4.4)]. Дальнейшее повышение частоты вызовет увеличение сопротивления деки до максимума [см. формулу (4.3)], а затем снова будет наблюдаться спад и т. д. (рис. 4.6). Спады и увеличения сопротивления гайкой идеальной деки будут ограничиваться снизу и сверху кривыми $y_1 = f_n^{1/2}$, $y_2 = f_n^{-1/2}$. Для деки $M = 5$ кг, $Q = 26$ и $W_d = 3 \cdot 10^3$ Н·с/м, отношение $R_{max}/R_{min} = 1000$.

Рассмотрен случай идеальной деки, возбуждаемой в центре [6]. В реальных деках места возбуждения располагаются на штегах и довольно близко подходят к краям дек. Частотные характеристики реальных дек при несимметричном возбуждении значительно сложнее частотной характеристики идеальной деки (рис. 4.6). Когда между точкой возбуждения и краем деки умещается меньше $1/4$ длины волны, сопротивление деки будет в $1/[1 - (l/l_1)^2]^2$ раз больше, чем при возбуждении в центре. Здесь l — расстояние от центра деки до точки ее возбуждения; l_1 — расстояние от центра деки до края.

Например, при $l/l_1 = 0,9$ сопротивление деки возрастает почти в 28 раз, поэтому ее податливость для басовых струн весьма мала. Этим вызвана необходимость применения в фортепиано мостиков, на которые крепятся басовые штеги (рис. 4.7).

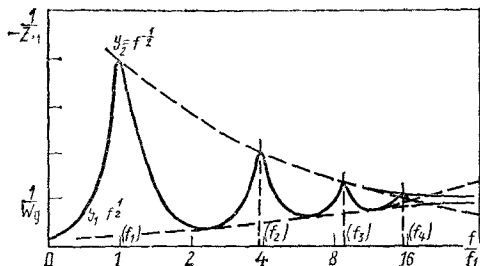


Рис. 4.6. Зависимость податливости идеальной деки от относительной частоты

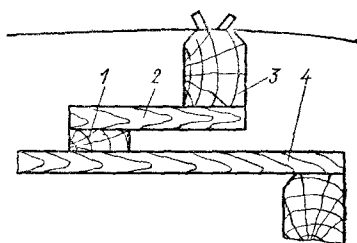


Рис. 4.7. Крепление басового штега:

1—лейстик; 2—мостик басового штега; 3—басовый штег; 4—дека

Мостик басового штега как бы уменьшает величину l и увеличивает тем самым податливость деки.

Излучение деки. При анализе излучения дек фортепиано можно считать линейные размеры синфазно колеблющихся ее частей больше половины длины размеров звуковых волн в воздухе, а сопротивление излучения на единицу поверхности деки равным волновому сопротивлению воздуха [6]. Это значит, что в непосредственной близости от поверхности деки должно соблюдаться такое соотношение между скоростью поверхности деки и звуковым давлением, как и в плоской волне:

$$p = \rho_0 c_0 v, \quad (4.9)$$

где v — скорость частиц воздушной среды в непосредственной близости от деки, м/с.

Интенсивность звука [см. формулу (1.98)] соответственно опишется уравнением

$$I = \rho_0 c_0 v_m^2 / 2, \quad (4.10)$$

где v_m — амплитуда скорости частиц воздушной среды в непосредственной близости к деке.

Можно считать, что каждый малый участок деки, в пределах которого амплитуда колебаний приблизительно одинакова, создает такое же звуковое давление, как и в плоской волне. Отсюда следует, что достаточно малый участок деки площадью ΔS_d излучает колебания, звуковая мощность которых

$$\Delta P = \rho_0 c_0 v_{0m}^2 \Delta S_d / 2, \quad (4.11)$$

где v_{0m} — амплитуда скорости частиц воздушной среды, создаваемая малым участком деки.

Выражение (4.11) с учетом принятых допущений можно представить в виде [6]

$$\Delta P = (\rho_0 c_0 / \rho_s h_d) (\Delta S_d \rho_s h_d v_{0m}^2 / 2), \quad (4.12)$$

где $\rho_3 h_d$ — масса, приходящаяся на единицу поверхности деки; $\Delta S_d \rho_3 h_d$ — масса излучающего участка.

$$\Delta E_d = \Delta S_d \rho_3 h_d v_{0m}^2 / 2, \quad (4.13)$$

где ΔE_d — энергия колеблющегося участка деки ΔS_d .

Излучаемую всей декой звуковую мощность можно выразить через соотношение

$$P_d = \rho_3 c_0 E_d / (\rho_3 h_d), \quad (4.14)$$

где E_d — колебательная энергия, запасенная в деке.

При отсутствии притока энергии в деку амплитуда ее колебаний уменьшалась бы за один период T в $e^{-\theta_3}$, раз, а запас энергии снизился пропорционально изменению квадрата амплитуды $e^{-2\theta_3}$, т. е. на величину $\Delta E_T = E_d (1 - e^{-2\theta_3})$. Тогда за единицу времени расход мощности [6; 15]

$$P_T = \Delta E_T / T = E_d f_n (1 - e^{-2\theta_3}), \quad (4.15)$$

где $f_n = 1/T$.

Следовательно, чтобы амплитуда колебаний деки не ослабевала, к ней необходимо подвести дополнительную колебательную мощность, которая бы точно восполняла расходуемую ею энергию. Такая мощность может поступать от возбужденной струны. Воздействуя на штег с силой $F_n \sin \omega_n t$, струна в точке соприкосновения со штегом раскачивает его со скоростью колебаний $v_{шт} \sin(\omega_n t + \varphi)$. Подводимая к штегу мощность от струны

$$\begin{aligned} P_c &= F_n \sin \omega_n t v_{шт} \sin(\omega_n t + \varphi) = \\ &= F_n v_{шт} (\sin^2 \omega_n t \cos \varphi + \sin \omega_n t \cos \omega_n t \sin \varphi), \end{aligned} \quad (4.16)$$

где φ — сдвиг по фазе между прикладываемой силой и скоростью движения штега (деки) в точке приложения силы.

Учитывая соотношения $v_{шт} = F_n / z_m = F_n / \sqrt{R_m^2 + x_m^2}$; $v_{шт} = F_n \cos \varphi / R_m$; $v_{шт} = F_n \sin \varphi / x_m$, выражение (4.15) можно преобразовать так:

$$P_c = F_n^2 [R_m (1 - \cos 2\omega_n t) + x_m \sin 2\omega_n t] / [2 (R_m^2 + x_m^2)]. \quad (4.17)$$

Средняя за период эффективная (активная) составляющая мощности, передаваемая струной деке,

$$P_c = F_n^2 R_m (1 - \cos 2\omega_n t) / [2 (R_m^2 + x_m^2)]. \quad (4.18)$$

Эта мощность всегда положительна и в течение периода с двойной частотой изменяется от 0 до $F_n^2 R_m / (R_m^2 + x_m^2)$. На частоте резонанса деки $x_m = 0$. Тогда передаваемая струной деке мощность с учетом выражений (4.3) и (4.4) для резонансов ((резонанса и антирезонанса) будет

$$\begin{aligned} P_{\max} &= F_n^2 (1 - \cos 2\omega_n t) / (2R_{m \text{ in}}); \\ P_{\min} &= F_n^2 (1 - \cos 2\omega_n t) / (2R_{m \text{ x}}). \end{aligned} \quad (4.19)$$

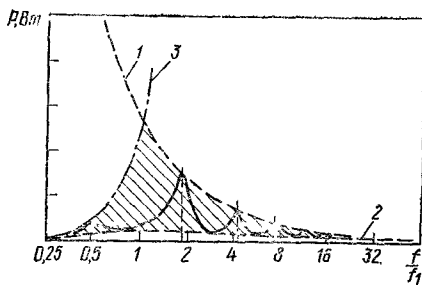


Рис. 4.8. Амплитудно-частотная характеристика идеализированной деки

и мощность, передаваемую струной деке. С учетом выражений (4.20) получим:

для случая максимальной звуковой мощности, излучаемой декой (резонанс),

$$E_d f_n (1 - e^{-2\theta_0}) = F_n^2 / (2R_{\min}); \quad (4.21)$$

для случая минимальной звуковой мощности, получаемой декой (антирезонанс),

$$E_d f_n (1 - e^{-2\theta_0}) = F_n^2 / (2R_{\max}). \quad (4.22)$$

Путем подстановки выражений (4.21), (4.22), (4.3) и (4.4) в формулу (4.14) после несложных преобразований получим следующие соотношения для звуковой мощности, излучаемой декой:

$$P_{d \max} = \pi \rho_0 c_0 s F_n^2 f_n^{-3/2} (M^3 W_d)^{-1/2} / [\theta_0 (1 - e^{-2\theta_0})]; \quad (4.23)$$

$$P_{d \min} = \rho_0 c_0 s \theta_0 F_n f_n^{-1/2} (M W_d^3)^{-1/2} / [4\pi (1 - e^{-2\theta_0})], \quad (4.24)$$

где $M = \rho_s h_d s$ — масса деки; s — полная площадь деки.

По уравнениям (4.23), (4.24) построены соответственно кривые 1 и 2 (рис. 4.8).

На частотах f , меньших частоты первого резонанса деки f_1 , т. е. при $f/f_1 < 1$, длина волны колебаний деки λ_d становится больше длины волны колебаний той же частоты в воздухе λ_v . Мощность, излучаемую декой на этих частотах, приближенно можно подсчитать как мощность, излучаемую малыми излучателями [6]. Для этого воспользуемся формулой для плоского поршневого излучателя без экрана [16]

$$P_d = 256s^2 P_{d \max} / (27\lambda_v^4 \sqrt{1 + \alpha^2}), \quad (4.25)$$

где $\alpha = 2\pi(f_1 - f)/(0.5f)$.

Исходя из соотношения (4.25) построена кривая 3 (см. рис. 4.8). В ограниченную кривыми 1, 2 и 3 область укладываются частотные характеристики излучения деки.

Учитывая, что $\cos 2\omega_n t$ имеет среднее за период значение, равное нулю, выражения (4.19) принимают вид

$$P_{\max} = F_n^2 / (2R_{\min});$$

$$P_{\min} = F_n^2 / (2R_{\max}). \quad (4.20)$$

При условии выполнения энергии колеблющейся струной приравняем мощность, излучаемую декой [см. уравнение (4.15)], и мощность, переда-

Излучательная способность деки определяется коэффициентом полезного действия

$$\eta = P_d / P_{\max}. \quad (4.26)$$

Учитывая соотношения (4.20) и (4.21), получим выражение для колебательной энергии деки

$$E_d = P_{\max} / [f_n (1 - e^{-2\theta_s})]. \quad (4.27)$$

Используя выражения (4.27) и (4.14), формулу (4.26) можно представить в виде

$$\eta = \rho_0 c_0 / [\rho_s h_d f_n (1 - e^{-2\theta_s})]. \quad (4.28)$$

Через уравнение скорости звука в деке [6]

$$c_d = \left(2\pi f_n \sqrt{\frac{N}{\rho_s h_d}} \right)^{1/2} \quad (4.29)$$

найдем толщину деки

$$h_d = \sqrt{3} c_d^2 \sqrt{\rho_s (1 - \sigma^2) / E} / (\pi f_n). \quad (4.30)$$

Коэффициент Пуассона σ здесь равен нулю (изменением размеров деки в колебательном режиме пренебрегают). Тогда выражение для КПД деки с учетом выражения (3.7) примет вид

$$\eta = \frac{\pi \rho_0 c_0 \sqrt{E / \rho_s^3}}{c_d^2 (1 - e^{-2\theta_s}) \sqrt{3}} = \frac{\pi \rho_0 c_0}{\rho_s c_d (1 - e^{-2\theta_s}) \sqrt{3}}. \quad (4.31)$$

Принимая во внимание соотношения (3.5) и (1.18) и учитывая, что $1 - e^{-2\theta_s} \approx 2\theta_s$, формулу (4.31) можно записать так:

$$\eta = \rho_0 c_0 f_0 / [2 \rho_s c_d (f_2 - f_1)] = \rho_0 c_0 Q_d / (2 \sqrt{3} \rho_s c_d), \quad (4.32)$$

где Q_d — добротность деки на резонансной частоте f_0 ; f_2 — частота второго резонанса.

Коэффициент полезного действия деки

$$K_d = 2 \sqrt{E / \rho_s^3} / (1 - e^{-2\theta_s}) = \sqrt{E / \rho_s^3} / \theta_s = c_d / (\theta_s \rho_s) = K_d / \theta_s. \quad (4.33)$$

Акустическая постоянная K_a принята для оценки излучательной способности материала деки [см. формулу (3.7)]. Логарифмический декремент заглушения θ_s влияет на колебательную способность деки [см. выражение (3.6)]. Чем выше θ_s , тем больше внутренние потери в деке, меньше добротность, а следовательно, и возможности деки как колебательной системы. С увеличением частоты колебаний деки декремент несколько возрастает (рис. 4.9), растет также и скорость звука (рис. 4.10).

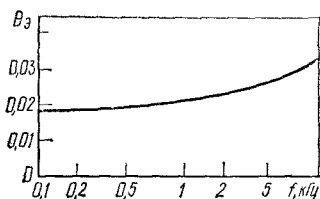


Рис. 4.9. Зависимость декремента затухания от частоты

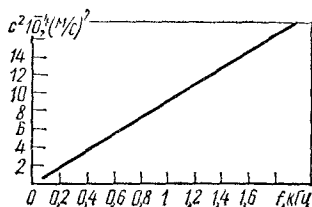


Рис. 4.10. Зависимость квадрата скорости звука в древесине ели от частоты

Достаточными и исчерпывающими параметрами, характеризующими качество материала и деки, являются добротность Q_d , скорость звука в деке c_d и плотность материала ρ_s . Исходя из этого можно использовать понятие *коэффициента качества*

$$K_0 = Q_d / (\rho_s c_d). \quad (4.34)$$

Материал деки и дека будут по излучательной и колебательной способности тем лучше, чем больше K_0 .

Для дек музыкальных инструментов сейчас подбирают древесину по акустической постоянной. Чем она выше, тем более ценят резонансную древесину. Однако для дек лучших инструментов необходимо подбирать древесину и по наименьшему декременту затухания или коэффициенту качества.

Экспериментальные амплитудно-частотные характеристики излучения дек приведены на рис. 4.11 [17]. Измерения сделаны в гулком помещении при медленно изменяющейся частоте раскачивающей силы. Экспериментальные характеристики отличаются от идеальной теоретической, поскольку при анализе не были учтены рипки, штеги и идеализирована форма деки. Однако общий характер излучения деки (крутой спад к низким частотам и плавный к высоким) идентичен. У реальных дек значительно больше всплесков и спадов излучения, благодаря которым амплитуды отдельных обертонов звука инструмента не имеют строгой закономерности и характер их распределения изменяется при переходе от низких частот к высоким. Кроме того, одни из обертонов могут приходиться на всплески излучения, другие — на провалы.

Общий спад излучения деки в сторону низких и высоких частот приводит к уменьшению амплитуд колебаний основного тона и первых обертонов в области басовых (низких) звуков и к существенному уменьшению амплитуд обертонов в области дисканта (высоких частот). Поэтому для лучшего воспроизведения низких звуков и получения насыщенного тембра рояля деку делают достаточно большой. Это приводит к смещению первого резонанса деки в область низких частот [см. уравнения (4.23), (4.25)]. Для получения яркого тембра необходимо повы-

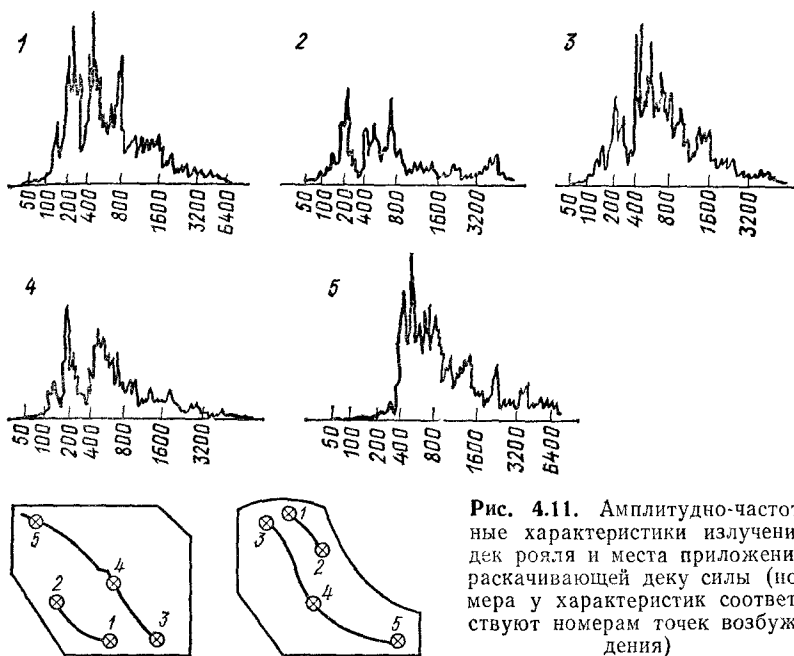


Рис. 4.11. Амплитудно-частотные характеристики излучения деки рояля и места приложения раскачивающей деку силы (номера у характеристик соответствуют номерам точек возбуждения)

шенное излучение деки в дискантовом регистре. Этого в некоторой мере можно добиться уменьшением ее толщины под дискантовой частью штега, что приведет к увеличению податливости деки в области высоких частот.

Таким образом, правильный подбор материала дает возможность повысить излучательную способность деки, а правильно выбранные геометрические (конструктивные) размеры позволят обеспечить оптимальную амплитудно-частотную характеристику излучения.

Большое влияние на характер звука инструмента может оказывать жесткость крепления деки к футору. При толстой деке и недостаточно жестком ее креплении большое количество энергии теряется на раскачку крепящих элементов и опорной конструкции.

4.3. СТРУННАЯ ОДЕЖДА

Под *струнной одеждой* фортепиано понимают комплект струн, закрепленных на опорной конструкции фортепиано. Струнная одежда характеризуется мензурой, т. е. такими ее параметрами, как длина рабочей части струны, число струнных хоров, частота колебаний струн, диаметры кернов и навивок, число навивок, место удара молоточка по струне, точки опор струн на металлической (или другой) раме и штегах.

Таблица 4.1. Ориентировочная характеристика струнной одежды фортепиано по количеству струн

Вид фортепиано	Количество тонов		
	общее	в которых используются гладкие струны	в которых используются струны с навивкой
Рояль			
концертный	88	17...19	71...69
салонный	88	20...23	68...65
кабинетный	85...88	24...28	61...60
Пианино			
большое	85...88	26...30	59...58
малое	85...88	30...32	55...56

Ориентировочные характеристики струнной одежды различных видов фортепиано даны в табл. 4.1.

В табл. 4.2, 4.3, 4.4 приведены параметры, характеризующие мензуры струн пианино моделей 104, 110 и Л-120 соответственно. Параметры мензуры струн рояля модели 180 приведены в табл. 4.5.

Для гладких струн и кернов обвитых струн используется стальная струнная проволока (ГОСТ 15598—70), для навивок обвитых струн — медная круглая электротехническая проволока марки ММ (ГОСТ 2112—79).

Мензура струн выбирается исходя из условий получения требуемых частот колебаний струны, допустимости механических нагрузок на струны и опорные конструкции и условий нормальной передачи энергии колебаний струн штегам и деке.

Длина струн фортепиано зависит в основном от габаритов инструмента. При ориентировочном расчете мензуры фортепиано одно из условий — относительно равномерное нагружение опорной конструкции. При этом пользуются соотношением (3.37)

$$F = 4f^2 L m_c \approx \text{const},$$

где F — усилие натяжения струны; f — требуемая частота колебаний струны; L — длина рабочей части струны; m_c — масса рабочей части струны.

Из соотношения (3.36) следует, что для понижения частоты на октаву при прочих равных условиях необходимо длину струны увеличить вдвое. Следовательно, при диапазоне звучания инструмента 7 полных октав длина струны самого низкочастотного полутона должна быть больше длины струны самого высокочастотного полутона почти в 130 раз. Исходя из конструктивных возможностей (выбора места удара молотка по струне, определенной ширины поверхности касания молотком струны, необходимости передачи струне требуемого запаса энергии ударом по ней молотка клавишного механизма) и опыта кон-

струирования фортепиано длину самой короткой струны принимают 52...60 мм. Тогда самая длинная струна инструмента должна бы иметь 6,2...7,6 м. Естественно, инструменты со струнами таких размеров были бы громоздки, конструктивно сложны и неудобны в эксплуатации. Поэтому для уменьшения длины струн часть их (17...28 струн рояля и 26...32 струны пианино) делают обвитыми (см. табл. 4.1). Необвитые (гладкие) струны после предварительной планировки увеличивают по длине с уменьшением частоты на октаву не в два, а в меньшее число раз. Для этого по планировке струн определяют длину рабочей части самой низкочастотной необвитой струны. Она равна, м: 0,843 для пианино модели 104 (см. табл. 4.2), 0,885 для пианино модели 110 (см. табл. 4.3), 0,904 для пианино модели Л-120 (см. табл. 4.4), 1,081 для рояля модели 180 (см. табл. 4.5).

Уменьшение длины рабочей части струны при сохранении требуемой частоты колебаний достигается в основном за счет изменения диаметра струнной проволоки. При этом с понижением частоты на октаву измерение длины струны определяется уравнением [см. формулу (3.36)]

$$L_0/L = (f/f_0)^k = 2^k, \quad (4.35)$$

где L_0 — длина рабочей части струны при понижении частоты на октаву; L — длина рабочей части струны исходной частоты; f — исходная частота; f_0 — частота, уменьшенная на октаву по сравнению с исходной; k — показатель степени, учитывающий изменение длины струны в число раз меньше двух при понижении частоты на октаву (показатель мензуры гладких струн).

При этом предполагается выполнение условия постоянства усилия натяжения струн. Из соотношения (4.35) вытекает:

$$k = \log_2(L_0/L) \approx 1,443 \ln(L_0/L). \quad (4.36)$$

Для современных фортепиано показатель мензуры гладких струн k обычно лежит в пределах 0,85...0,93. Для струн соседних полутонов изменение длины с понижением частоты находится из соотношения

$$L_2/L_1 = 2^{k/12}, \quad (4.37)$$

где L_2 — длина рабочей части струны соседнего с исходным полутона пониженной частоты; L_1 — длина рабочей части струны исходной частоты.

Длина любой из гладких струн выражается соотношением

$$L_N = 2^{k(N-1)/12} L_1, \quad (4.38)$$

где N — порядковый номер хора, если первым считать хор с наименьшими длинами струн L_1 .

Диаметры необвитых струн [см. уравнение (3.36)] можно найти из соотношения

$$L_0 d_0 / (L_1 d_1) = f_1 / f_0 = 2, \quad (4.39)$$

где d_0 — диаметр струны с уменьшенной на октаву частотой; d_1 — диаметр исходной струны.

Таблица 4.2. Мензура струн пианино модели 104

Номер хора	Тон	Частота колебаний, Гц	Количество струн в хоре	Диаметр, мм			Длина части струны, мм		Усилие натяжения, Н		Место удара молотка	
				керна	первой навивки	второй навивки	рабочей	обвитой	струны	хора струн	расстояние до верхней опоры, мм	отношение длины рабочей части струны к расстоянию до верхней опоры
1	Ля ₂	27,5	1	1,5	1,12	1,8	1120	1080	1148,5	1148,5	137	8,18
2	Ля-диез ₂	29,14	1	1,5	1,12	1,6	1117	1077	1147	1147	137,5	8,12
3	Си ₂	30,87	1	1,4	0,95	1,6	1113	1073	1121	1121	138	8,07
4	До ₁	32,7	1	1,4	0,95	1,5	1109	1069	1174	1174	138,5	8,01
5	До-диез ₁	34,65	1	1,35	0,85	1,5	1105	1065	1207	1207	138,5	7,98
6	Ре ₁	36,71	1	1,35	0,85	1,3	1110,5	1060,5	1173	1173	138,5	7,94
7	Ре-диез ₁	38,89	1	1,3	0,71	1,3	1095,5	1055,5	1157	1157	138	7,94
8	Ми ₁	41,2	1	1,3	0,71	1,2	1090	1050	1191	1191	138	7,89
9	Фа ₁	43,65	1	1,3	1,7	—	1085	1045	1118	1118	137,5	7,89
10	Фа-диез ₁	46,25	1	1,225	1,7	—	1079,5	1039,5	1202	1202	137,5	7,85
11	Соль ₁	49	1	1,225	1,5	—	1073	1033	1115	1115	136,5	7,86
12	Соль-диез ₁	51,91	1	1,225	1,4	—	1067	1027	1124	1124	136	7,84
13	Ля ₁	55	1	1,175	1,4	—	1060,5	1020,5	1215	1215	135,5	7,83
14	Ля-диез ₁	58,27	2	1,175	1,25	—	1054,5	1014,5	1154	2308	134	7,87
15	Си ₁	61,74	2	1,125	1,13	—	1047	1007	1085	2170	133,5	7,84
16	До	65,41	2	1,125	1,06	—	1039	999	1103	2206	132,5	7,84
17	До-диез	69,3	2	1,125	1	—	1030,5	990,5	1131	2262	131	7,87
18	Ре	73,42	2	1,075	0,95	—	1022	982	1132	2264	130	7,86
19	Ре-диез	77,78	2	1,075	0,85	—	1013	973	1089	2178	128,5	7,88
20	Ми	82,41	2	1,075	0,8	—	1004	964	1117	2234	127,5	7,87
21	Фа	87,31	2	1,05	0,75	—	995,5	955,5	1121	2242	126	7,9
22	Фа-диез	92,5	2	1,05	0,71	—	987	947	1162	2324	125	7,9
23	Соль	98	2	1	0,64	—	977	937	1091	2182	123	7,94
24	Соль-диез	103,83	2	1	0,6	—	967	927	1119	2238	122	7,93
25	Ля	110	2	1	0,56	—	958	918	1146	2292	120,5	7,95
26	Ля-диез	116,54	2	0,95	0,5	—	948	908	1068	2136	119	7,97
27	Си	123,47	2	0,95	0,45	—	938	898	1060	2120	117,5	7,98

28 до	130,81	2	0,925	0,4	—	928	888	1015	2030	116	8
29 до-диез	138,59	2	0,9	0,355	—	917	877	972	1944	114	8,04
30 ре	146,83	2	0,85	0,3	—	869,5	829,5	800	1600	100	8,7
31 ре-диез	155,56	2	0,85	0,25	—	856,5	816,5	760	1520	101,5	8,44
32 ми	164,81	3	1,175	—	—	843	—	668,9	2006,7	101	8,35
33 фа	174,61	3	1,125	—	—	828	—	725,6	2176,8	99,5	8,32
34 фа-диез	185	3	1,125	—	—	811	—	725,9	2157,7	97	8,36
35 соль	196	3	1,05	—	—	791	—	763,5	2290,5	93,5	8,46
36 соль-диез	207,65	3	1,05	—	—	771	—	710,4	2131,2	89,5	8,61
37 ля	220	3	1	—	—	750	—	753,4	2260,2	86	8,72
38 ля-диез	233,08	3	1	—	—	726	—	717,8	2153,4	82	8,85
39 си	246,94	3	0,975	—	—	701	—	714,9	2144,7	78	8,99
40 до ¹	261,63	3	0,975	—	—	674	—	741,9	2225,7	74,5	9,05
41 до-диез ¹	277,18	3	0,975	—	—	645	—	762,6	2287,8	71	9,08
42 ре ¹	293,66	3	0,975	—	—	614	—	775,4	2326,2	68	9,03
43 ре-диез ¹	311,13	3	0,95	—	—	582	—	742,7	2228,1	64,5	9,02
44 ми ¹	329,63	3	0,95	—	—	552	—	749,1	2249,7	61,5	8,98
45 фа ¹	349,23	3	0,925	—	—	524	—	719,1	2157,3	58,5	8,96
46 фа-диез ¹	369,99	3	0,925	—	—	496	—	723,2	2169,6	55,5	8,94
47 соль ¹	392	3	0,925	—	—	470	—	728,6	2186,7	53	8,87
48 со ль-диез ¹	415,3	3	0,925	—	—	446	—	736,7	2210,1	50	8,92
49 ля ¹	440	3	0,900	—	—	423	—	704,2	2112,6	47,5	8,93
50 ля-диез ¹	466,16	3	0,900	—	—	402	—	713,9	2141,7	45	8,93
51 си ¹	493,88	3	0,900	—	—	383	—	727,4	2182,2	42,5	9,01
52 до ²	523,25	3	0,875	—	—	364	—	737,5	2212,5	40	9,1
53 до-диез ²	554,37	3	0,875	—	—	346	—	706,9	2120,7	38	9,11
54 ре ²	587,33	3	0,875	—	—	330	—	720,9	2162,7	36	9,17
55 ре-диез ²	622,25	3	0,875	—	—	314	—	733,6	2200,8	34	9,24
56 ми ²	659,26	3	0,875	—	—	290	—	746,6	2239,8	32	9,34
57 фа ²	698,46	3	0,925	—	—	262	—	719,1	2157,3	26,2	10
58 фа-диез ²	739,99	3	0,925	—	—	250	—	735	2205	24,9	10,04
59 соль ²	783,99	3	0,925	—	—	237	—	741,4	2224,2	23,1	10,26
60 соль-диез ²	830,61	3	0,925	—	—	225	—	750	2250	21,6	10,42
61 ля ²	880	3	0,9	—	—	214	—	721	2163	20,2	10,59
62 ля-диез ²	922,33	3	0,9	—	—	204	—	735,4	2206,2	19	10,74
63 си ²	987,77	3	0,9	—	—	194	—	746,5	2239,5	17,6	11,02
64 до ³	1046,5	3	0,9	—	—	496	—	762	2286	16,6	11,14
65 до-диез ³	1108,7	3	0,875	—	—	470	—	723,4	2170,2	15,6	11,22
66 ре ³	1174,7	3	0,9	—	—	185	—	762	2192,1	14,7	11,29

Номер хора	Тон	Частота колебаний, Гц	Количество струн в хоре	Диаметр, мм			Длина части струны, мм		Усилие натяжения, Н		Место удара молотка	
				керна	первой навивки	второй навивки	рабочей	обвитой	струны	хора струн	расстояние до верхней опоры мм	отношение длины рабочей части струны к расстоянию до верхней опоры
67	ре-диез ³	1244,5	3	0,875	—	—	158	—	734	2202	13,8	11,45
68	ми ³	1318,5	3	0,875	—	—	150	—	756,6	2269,8	12,9	11,63
69	фа ³	1396,9	3	0,85	—	—	143	—	723,6	2170,8	12,1	11,82
70	фа-диез ³	1480	3	0,85	—	—	136	—	734,7	2204,1	11,3	12,04
71	соль ³	1568	3	0,825	—	—	130	—	709,8	2129,4	10,5	12,38
72	соль-диез ³	1661,2	3	0,825	—	—	123	—	713,2	2139,6	9,7	12,68
73	ля ³	1760	3	0,825	—	—	117	—	724,4	2173,2	9	13
74	ля-диез ³	1864,64	3	0,825	—	—	111	—	731,8	2195,4	8,4	13,21
75	си ³	1975,5	3	0,825	—	—	105	—	735	2205	7,8	13,46
76	до ⁴	2093	3	0,825	—	—	100	—	748,3	2244,9	7,2	13,89
77	до-диез ⁴	2217,5	3	0,8	—	—	95	—	712,9	2138,7	6,6	14,39
78	ре ⁴	2349,3	3	0,8	—	—	90	—	718,1	2154,3	6	15
79	ре-диез ⁴	2489	3	0,8	—	—	86	—	736	2208	5,6	15,36
80	ми ⁴	2637	3	0,8	—	—	82	—	751,1	2253,3	5,1	16,08
81	фа ⁴	2793,8	3	0,8	—	—	77,5	—	753	2259	4,6	16,85
82	фа-диез ⁴	2960	3	0,8	—	—	74	—	758,6	2275,8	4,2	17,62
83	соль ⁴	3136	3	0,775	—	—	70	—	725,4	2179,2	3,8	18,46
84	соль-диез ⁴	3322,4	3	0,775	—	—	66,5	—	735,9	2207,7	3,5	19
85	ля ⁴	3520	3	0,775	—	—	63,5	—	752	2256	3,1	20,48
86	ля-диез ⁴	3729,3	3	0,775	—	—	60	—	754,7	2264,1	2,8	21,43
87	си ⁴	3961,1	3	0,775	—	—	57	—	764,6	2293,8	2,6	21,92
88	до ⁵	4186	3	0,775	—	—	54	—	787,9	2363,7	2,5	21,6

Таблица 4.3. Мензура струн пианино модели 110

Номер хора	Тон	Частота колебаний, Гц	Количество струн в хоре	Диаметр, мм			Длина части струны, мм		Усилие натяжения, Н		Место удара молотка	
				керна	первой навивки	второй навивки	рабочей	обвитой	струны	хора струн	расстояние до верхней опоры, мм	отношение длины рабочей части струны к расстоянию до верхней опоры
1	Ля ₂	27,5	1	1,4	0,95	1,8	1162	1122	1092	1092	136	8,54
2	Ля-диез ₂	29,14	1	1,4	0,85	1,7	1159	1119	1084	1084	137	8,45
3	Си ₂	30,87	1	1,35	0,8	1,6	1156	1116	1083	1083	137,5	8,4
4	До ₁	32,7	1	1,35	0,71	1,53	1152,5	1152,5	1086	1086	137,5	8,38
5	До-диез ₁	34,65	1	1,3	0,6	1,5	1148	1148	1077	1077	138	8,31
6	Ре ₁	36,71	1	1,3	0,56	1,4	1143,2	1143,5	1082	1082	138	8,28
7	Ре-диез ₁	38,89	1	1,3	0,45	1,3	1139	1099	1020	1020	138	8,25
8	Ми ₁	41,2	1	1,225	0,4	1,2	1133,5	1093,5	964	964	137,5	8,24
9	Фа ₁	43,65	1	1,225	1,5	—	1128	1088	977	977	137,5	8,2
10	Фа-диез ₁	46,25	1	1,175	1,4	—	1123	1083	963	963	136,5	8,22
11	Соль ₁	49	1	1,15	1,35	—	1117	1077	1004	1004	136,5	8,18
12	Соль-диез ₁	51,91	1	1,15	1,25	—	1110,5	1070,5	1002	1002	136	8,16
13	Ля ₁	55	1	1,1	1,18	—	1104	1064	999	999	135,5	8,17
14	Ля-диез ₁	58,27	2	1,1	1,1	—	1098	1058	1010	2020	134	8,19
15	Си ₁	61,74	2	1,075	1	—	1091,5	1051,5	975	1950	133	8,2
16	До	65,41	2	1,05	0,95	—	1083	1043	992	1984	132	8,2
17	До-диез	69,3	2	1	0,9	—	1073,5	1033,5	985	1970	131	8,19
18	Ре	73,42	2	1	0,8	—	1065,5	1025,5	942	1884	130	8,13
19	Ре-диез	77,78	2	1	0,75	—	1056,5	1016,5	962	1624	128	8,25
20	Ми	82,41	2	0,975	0,71	—	1048,5	1008,5	977	1954	127	8,25
21	Фа	87,31	2	0,975	0,64	—	1040	1000	959	1918	125	8,32
22	Фа-диез	92,5	2	0,95	0,6	—	1030,5	990,5	962	1924	124,5	8,27
23	Соль	98	2	0,95	0,56	—	1021	981	984	1968	123	8,3
24	Соль-диез	103,83	2	0,925	0,5	—	1011	971	939	1878	121	8,35
25	Ля	110	2	0,9	0,45	—	1001,5	961,5	906	1812	120	8,33

Номер хора	Тон	Частота колебаний, Гц	Количество струн в хоре	Диаметр, мм			Длина части струны, мм		Усилие натяжения, Н		Место удара молотка	
				керна	первой навивки	второй навивки	рабочей	обвитой	струны	хора струн	расстояние до верхней опоры, мм	отношение длины рабочей части струны к расстоянию до верхней опоры
26	Ля-диез	116,54	2	0,9	0,4	—	992	952	893	1786	118	8,4
27	Си	123,47	2	0,9	0,355	—	981,5	941,5	884	1768	116	8,46
28	до	130,81	2	0,875	0,355	—	971	931	940	1880	114	8,51
29	до-диез	138,59	2	0,875	0,3	—	961	921	900	1800	112,5	8,54
30	ре	146,83	2	0,85	0,3	—	906,5	866,5	870	1740	103	8,8
31	ре-диез	155,56	2	0,85	0,25	—	897,5	857,5	835	1670	104	8,62
32	ми	164,81	3	1,175	—	—	885	—	737,2	2211,5	104,5	8,46
33	фа	174,61	3	1,1	—	—	873	—	705	2115	103,5	8,43
34	фа-диез	185	3	1,1	—	—	855,5	—	760	2280	101	8,47
35	соль	196	3	1	—	—	837,5	—	676,3	2028,9	98	8,54
36	соль-диез	207,65	3	1	—	—	817	—	722,4	2167,2	94	8,69
37	ля	220	3	0,95	—	—	795,5	—	693,8	2081,4	90,5	8,79
38	ля-диез	233,08	3	0,95	—	—	771	—	731,5	2194,5	87	8,86
39	си	246,94	3	0,9	—	—	745	—	688,1	2064,3	83,5	8,92
40	до ¹	261,63	3	0,9	—	—	718,5	—	718,4	2155,2	79	9,09
41	до-диез ¹	277,18	3	0,875	—	—	688	—	698,8	2096,4	75,5	9,11
42	ре ¹	293,66	3	0,875	—	—	656	—	713,1	2139,3	72	9,11
43	ре-диез ¹	311,13	3	0,875	—	—	621,5	—	718,5	2155,5	68,5	9,07
44	ми ¹	329,63	3	0,875	—	—	590	—	726,8	2180,4	65	9,07
45	фа ¹	349,23	3	0,875	—	—	558	—	700,7	2102,1	61,5	9,07
46	фа-диез ¹	369,99	3	0,875	—	—	527	—	730	2190	58	9,08
47	соль ¹	392	3	0,85	—	—	498	—	691,5	2074,5	55	9,05
48	соль-диез ¹	415,3	3	0,85	—	—	472	—	696,8	2090,4	52	9,07
49	ля ¹	440	3	0,85	—	—	447,5	—	703	2109	48,5	9,22
50	ля-диез ¹	456,16	3	0,85	—	—	426	—	715,1	2145,3	45,5	9,34
51	си ¹	439,88	3	0,85	—	—	403	—	718,3	2154,9	42,5	9,48
52	до ²	523,25	3	0,85	—	—	383,5	—	730	2190	40	9,58

53	<i>до-диез²</i>	554,37	3	0,825	—	—	363,5	—	693,7	2081,1	37	9,82
54	<i>ре²</i>	587,33	3	0,825	—	—	344	—	697,3	2091,9	35	9,86
55	<i>ре-диез²</i>	622,25	3	0,825	—	—	327,5	—	709,4	2128,2	32,5	10,07
56	<i>ми²</i>	659,26	3	0,825	—	—	312	—	722,7	2168,1	30	10,4
57	<i>фа²</i>	698,46	3	0,9	—	—	274	—	744,6	2233,8	23,5	11,65
58	<i>фа-диез²</i>	739,99	3	0,9	—	—	260,5	—	755,4	2266,2	21,5	12,11
59	<i>соль²</i>	783,99	3	0,875	—	—	248,5	—	729,3	2187,9	20,5	12,12
60	<i>соль-диез²</i>	830,51	3	0,875	—	—	235	—	732,1	2196,3	18,5	12,7
61	<i>ля²</i>	880	3	0,875	—	—	222,5	—	736,7	2210,1	17,5	12,71
62	<i>ля-диез²</i>	922,33	3	0,875	—	—	211,5	—	747,1	2241,3	16	13,21
63	<i>си²</i>	987,77	3	0,875	—	—	201	—	748,8	2246,4	14,5	13,86
64	<i>до³</i>	1046,5	3	0,875	—	—	191	—	754,5	2263,5	13,5	14,14
65	<i>до-диез³</i>	1108,7	3	0,85	—	—	181	—	730,2	2190,6	12,5	14,48
66	<i>ре³</i>	1174,7	3	0,85	—	—	172	—	740,3	2220,9	11,5	14,95
67	<i>ре-диез³</i>	1244,5	3	0,85	—	—	163	—	740,2	2220,6	10,5	15,52
68	<i>ми³</i>	1318,5	3	0,85	—	—	155	—	750,7	2252,1	10	15,5
69	<i>фа³</i>	1396,9	3	0,85	—	—	147,5	—	755,3	2265,9	9	16,3
70	<i>фа-диез³</i>	1480	3	0,85	—	—	140	—	760,2	2280,6	8,5	16,4
71	<i>соль³</i>	1568	3	0,825	—	—	133	—	735,4	2206,2	8	16,6
72	<i>соль-диез³</i>	1661,2	3	0,825	—	—	127	—	746,5	2239,5	7,5	16,9
73	<i>ля³</i>	1760	3	0,825	—	—	120,5	—	762	2286	7	17,2
74	<i>ля-диез³</i>	1864,64	3	0,825	—	—	115	—	723,4	2170,2	6,5	17,6
75	<i>си³</i>	1975,5	3	0,825	—	—	109	—	730,7	2192,1	6	18,1
76	<i>до⁴</i>	2093	3	0,825	—	—	104	—	740,7	2222,1	6	17,3
77	<i>до-диез⁴</i>	2217,5	3	0,8	—	—	99	—	712,9	2138,7	5	19,8
78	<i>ре⁴</i>	2349,3	3	0,8	—	—	94	—	718,1	2154,3	5	18,8
79	<i>ре-диез⁴</i>	2489	3	0,8	—	—	89	—	736	2208	4,5	19,8
80	<i>ми⁴</i>	2637	3	0,8	—	—	84	—	751,1	2253,3	4,5	18,7
81	<i>фа⁴</i>	2793,8	3	0,8	—	—	80	—	753	2259	4	20
82	<i>фа-диез⁴</i>	2960	3	0,8	—	—	76	—	752,6	2275,8	3,9	19,5
83	<i>соль⁴</i>	3136	3	0,775	—	—	71,5	—	726,4	2179,2	3,5	20,4
84	<i>соль-диез⁴</i>	3322,4	3	0,775	—	—	68	—	735,9	2207,7	3,4	20
85	<i>ля⁴</i>	3520	3	0,775	—	—	64,5	—	752	2256	3	21,5
86	<i>ля-диез⁴</i>	3729,3	3	0,775	—	—	61,5	—	754,7	2264,1	3	20,5
87	<i>си⁴</i>	3961,1	3	0,775	—	—	58,5	—	764,6	2293,8	3	19,5
88	<i>до⁵</i>	4186	3	0,775	—	—	56	—	787,9	2363,7	2,5	22,4

Таблица 4.4. Мензура струн пианино модели Л-120

Номер хора	Тон	Частота колебаний, Гц	Количество струн в хоре	Диаметр, мм			Длина части струны, мм		Усилие натяжения, Н		Место удара молотка	
				керна	первой навивки	второй навивки	рабочей	обвитой	струны	хора струн	расстояние до верхней опоры, мм	отношение длины рабочей части струны к расстоянию до верхней опоры
1	Ля ₂	27,5	1	1,5	1,1	1,9	1120	1080	1200	1200	140	8
2	Ля-диез ₂	29,14	1	1,4	1,1	1,8	1110	1070	1218	1218	139	8
3	Си ₂	30,87	1	1,4	0,9	1,8	1100	1060	1198	1198	137,5	8
4	До ₁	32,7	1	1,3	0,8	1,7	1090	1050	1145	1145	136	8
5	До-диез ₁	34,65	1	1,3	0,71	1,6	1081	1040	1106	1106	135	8
6	Ре ₁	36,71	1	1,225	0,71	1,5	1071,9	1030	1108	1108	134	8
7	Ре-диез ₁	38,89	1	1,225	0,64	1,5	1061	1020	1161	1161	132,5	8
8	Ми ₁	41,2	1	1,225	0,5	1,4	1051	1010	1062	1062	131	8
9	Фа ₁	43,65	1	1,225	1,8	—	1041,5	1000	1075	1075	130	8
10	Фа-диез ₁	46,25	1	1,175	1,8	—	1032,5	990	1171	1171	129	8
11	Соль ₁	49	1	1,175	1,7	—	1022	980	1183	1183	127,7	8
12	Соль-диез ₁	51,91	1	1,175	1,6	—	1012	970	1191	1191	126,5	8
13	Ля ₁	55	1	1,175	1,6	—	1002,5	960	1290	1290	125	8
14	Ля-диез ₁	58,27	2	1,125	1,5	—	995	955	1205	2410	124	8
15	Си ₁	61,74	2	1,125	1,4	—	986	945	1289	2578	123	8
16	До	65,41	2	1,125	1,3	—	975,5	935	1277	2554	121,9	8
17	До-диез	69,3	2	1,1	1,2	—	966,5	925	1244	2488	120,5	8
18	Ре	73,42	2	1,075	1,1	—	956	915	1197	2394	119,3	8
19	Ре-диез	77,78	2	1,05	0,95	—	947,5	905	1060	2120	118	8
20	Ми	82,41	2	1,05	0,9	—	937,5	895	1102	2204	116,7	8
21	Фа	87,31	2	1,025	0,8	—	927,5	886	1029	2058	115,6	8
22	Фа-диез	92,5	2	1,025	0,75	—	918	876	1049	2098	114,5	8
23	Соль	98	2	1	0,71	—	908,5	868	1060	2120	113	8
24	Соль-диез	103,83	2	1	0,64	—	899	858	1037	2074	112	8
25	Ля	110	2	0,975	0,6	—	890	849	1035	2070	111	8
26	Ля-диез	116,54	2	0,975	0,56	—	880,5	839	1061	2122	109,7	8
27	Си	123,47	2	0,95	0,5	—	871	829	1005	2010	108,5	8

28 до	130,81	2	0,925	0,45	—	861	820	975	1950	107,4	8
29 до-диез	138,59	2	0,9	0,4	—	852	810	930	1860	106,2	8
30 ре	146,83	2	0,85	0,25	—	919,8	885	785	1570	115	8
31 ре-диез	155,56	2	0,85	0,25	—	911,5	875	860	1720	114	8
32 ми	164,81	3	1,075	—	—	904	—	650	1950	113	8
33 фа	174,61	3	1,05	—	—	890	—	670	2010	111	8
34 фа-диез	185	3	1,05	—	—	868	—	716	2148	108,5	8
35 соль	196	3	1,025	—	—	840	—	717	2151	105	8
36 соль-диез	207,65	3	1,025	—	—	803	—	733	2199	100,4	8
37 ля	220	3	1	—	—	767	—	717	2151	95,7	8
38 ля-диез	233,08	3	1	—	—	725	—	717	2151	90,7	8
39 си	246,94	3	1	—	—	688	—	724	2172	86	8
40 до ¹	261,63	3	1	—	—	652	—	733	2199	81,5	8
41 до-диез ¹	277,18	3	0,975	—	—	623	—	710	2130	77,8	8
42 ре ¹	293,66	3	0,975	—	—	590	—	715	2145	73,7	8
43 ре-диез ¹	311,13	3	0,975	—	—	557	—	717	2151	68,2	8,16
44 ми ¹	329,63	3	0,975	—	—	530	—	727	2181	63,7	8,32
45 фа ¹	349,23	3	0,975	—	—	509	—	717	2151	60	8,49
46 фа-диез ¹	369,99	3	0,95	—	—	480	—	715	2145	55	8,66
47 соль ¹	392	3	0,95	—	—	456	—	723	2169	51,6	8,83
48 соль-диез ¹	415,3	3	0,95	—	—	432	—	730	2190	48	9
49 ля ¹	440	3	0,925	—	—	414	—	715	2145	45	9,19
50 ля-диез ¹	456,16	3	0,925	—	—	392	—	716	2148	41,8	9,37
51 си ¹	493,88	3	0,925	—	—	371	—	723	2169	38,8	9,5
52 до ²	523,25	3	0,925	—	—	352	—	730	2190	36,1	9,75
53 до-диез ²	554,37	3	0,9	—	—	337	—	710	2130	33,9	9,95
54 ре ²	587,33	3	0,9	—	—	318	—	710	2130	31,9	10,14
55 ре-диез ²	622,25	3	0,9	—	—	302	—	717	2151	29,1	10,35
56 ми ²	659,26	3	0,9	—	—	285	—	718	2154	27	10,55
57 фа ²	698,46	3	0,9	—	—	268	—	718	2154	24,9	10,77
58 фа-диез ²	739,99	3	0,9	—	—	254	—	718	2154	23,1	10,98
59 соль ²	783,09	3	0,875	—	—	243	—	700	2100	21,7	11,2
60 соль-диез ²	830,67	3	0,875	—	—	230	—	703	2109	20,1	11,43
61 ля ²	880	3	0,875	—	—	219	—	713	2139	18,8	11,65
62 ля-диез ²	922,33	3	0,875	—	—	207	—	713	2139	17,4	11,89
63 си ²	987,77	3	0,875	—	—	195	—	714	2142	16,1	12,12
64 до ³	1046,5	3	0,875	—	—	186	—	727	2181	15	12,37
65 до-диез ³	1108,7	3	0,85	—	—	178	—	777	2121	14,1	12,62
66 ре ³	1174,4	3	0,85	—	—	169	—	717	2151	13,1	12,87

Номер хора	Тон	Частота колебаний, Гц	Количество струн в хоре	Диаметр, мм			Длина части струны, мм		Усилие натяжения, Н		Место удара молотка	
				кэрна	первой навивки	второй навивки	рабочей	обвитой	струны	хора струн	расстояние до верхней опоры, мм	отношение длины рабочей части струны к расстоянию до верхней опоры
67	ре-диез ³	1244,5	3	0,85	—	—	159	—	716	2148	12,2	13,12
68	ми ³	1318,5	3	0,85	—	—	150,5	—	715	2145	11,2	13,39
69	фа ³	1396,9	3	0,85	—	—	142,5	—	718	2155	10,4	13,65
70	фа-диез ³	1480	3	0,85	—	—	136	—	734	2202	9,8	13,93
71	соль ³	1568	3	0,825	—	—	129,5	—	706	2118	9,1	14,21
72	соль-диез ³	1661,2	3	0,825	—	—	123	—	715	2145	8,5	14,49
73	ля ³	1760	3	0,825	—	—	116,3	—	716	2148	7,9	14,78
74	ля-диез ³	1864,64	3	0,825	—	—	110	—	720	2160	7,3	15,07
75	си ³	1975,5	3	0,825	—	—	103,5	—	717	2151	6,7	15,37
76	до ⁴	2093	3	0,825	—	—	98,5	—	718	2154	6,3	15,67
77	до-диез ⁴	2217,5	3	0,8	—	—	94,5	—	715	2145	5,9	15,99
78	ре ⁴	2349,3	3	0,8	—	—	89,5	—	712	2136	5,5	16,31
79	ре-диез ⁴	2489	3	0,8	—	—	84,5	—	713	2139	5,1	16,63
80	ми ⁴	2637	3	0,8	—	—	79,8	—	715	2145	4,7	17,07
81	фа ⁴	2793,8	3	0,8	—	—	75,6	—	716	2148	4,4	18,31
82	фа-диез ⁴	2960	3	0,8	—	—	71,5	—	722	2166	4,1	17,65
83	соль ⁴	3136	3	0,775	—	—	69,5	—	717	2151	3,9	18
84	соль-диез ⁴	3322,4	3	0,775	—	—	65,5	—	717	2151	3,6	18,36
85	ля ⁴	3520	3	0,775	—	—	61,7	—	714	2142	3,3	18,73
86	ля-диез ⁴	3729,3	3	0,775	—	—	58,3	—	717	2151	3,1	19,11
87	си ⁴	3961,1	3	0,775	—	—	55,2	—	717	2151	2,8	19,49
88	до ⁵	4186	3	0,775	—	—	52	—	717	2151	2,6	19,88

Таблица 4.5. Мензура струн рояля модели 180

Номер хора	Тон	Частота колебаний, Гц	Количество струн в хоре	Диаметр, мм			Длина части струны, мм		Усилие натяжения, Н		Место удара молотка	
				керна	первой навивки	второй навивки	рабочей	обвитой	струны	хора струн	расстояние до верхней опоры, мм	отношение длины рабочей части струны к расстоянию до верхней опоры
1	Ля ₂	27,5	1	1,5	0,5	1,7	1356,5	1312,5	1002	1002	170	7,98
2	Ля-диез ₂	29,14	1	1,5	0,45	1,6	1344,5	1300,5	997	997	168,5	7,98
3	Си ₂	30,87	1	1,5	1,9	—	1331,5	1287,5	985	985	166,5	8
4	До ₁	32,7	1	1,35	1,8	—	1318,5	1274,5	944	944	164,5	8,02
5	До-диез ₁	34,65	1	1,25	1,7	—	1305	1261	916	916	162,5	8,03
6	Ре ₁	36,71	1	1,2	1,6	—	1291	1247	901	901	160,5	8,04
7	Ре-диез ₁	38,89	1	1,175	1,5	—	1277	1233	892	892	158,8	8,04
8	Ми ₁	41,2	1	1,175	1,4	—	1262,5	1218,5	889	889	156,8	8,05
9	Фа ₁	43,65	1	1,175	1,3	—	1247,5	1203,5	881	881	155	8,05
10	Фа-диез	46,25	1	1,175	1,2	—	1232	1188	867	867	152,5	8,08
11	Соль ₁	49	2	1,175	1,12	—	1215,5	1171,5	866	1732	150,5	8,08
12	Соль-диез ₁	51,91	2	1,15	1,06	—	1199	1155	868	1736	148,2	8,09
13	Ля ₁	55	2	1,125	1	—	1182	1138	866	1732	146	8,1
14	Ля-диез ₁	58,27	2	1,1	0,95	—	1164,5	1120,5	871	1742	147,7	8,1
15	Си ₁	61,74	2	1,075	0,90	—	1147	1103	872	1744	141,5	8,11
16	До	65,41	2	1,05	0,85	—	1129	1085	869	1738	139	8,12
17	До-диез	69,3	2	1,025	0,8	—	1111,5	1067,5	863	1726	136,5	8,14
18	Ре	73,42	2	1,025	0,75	—	1092,5	1048,5	868	1736	134	8,15
19	Ре-диез	77,78	2	1	0,71	—	1074,5	1030,5	867	1734	131,8	3,15
20	Ми	82,41	2	1	0,64	—	1055	1011	837	1674	129,4	8,15
21	Фа	87,31	2	1	0,6	—	1036	992	846	1692	127	8,15
22	Фа-диез	92,5	2	0,975	0,56	—	1016,5	972,5	831	1661	124,2	8,18
23	Соль	98	2	0,975	0,53	—	996,5	952,5	848	1696	121,5	8,2
24	Соль-диез	103,83	2	0,975	0,475	—	976,5	932,5	823	1646	118,8	8,21
25	Ля	110	2	0,975	0,45	—	956,5	912,5	843	1686	116	8,25

Номер хора	Тон	Частота колебаний, Гц	Количество струн в хоре	Диаметр, мм			Длина части струны, мм		Усилие натяжения, Н		Место удара молотка	
				керна	первой навивки	второй навивки	рабочей	обвитой	струны	хора струн	расстояние до верхней опоры мм	отношение длины рабочей части струны к расстоянию до верхней опоры
26	Ля-диез	116,54	2	0,975	0,4	—	936	892	818	1636	112,8	8,3
27	Си	123,47	3	1,3	—	—	1080,5	—	756	2268	134	8,06
28	до	130,81	3	1,3	—	—	1056	—	811	2433	130,5	8,09
29	до-диез	138,59	3	1,225	—	—	1029	—	763	2289	126,5	8,13
30	ре	146,83	3	1,225	—	—	999,5	—	813	2439	122,5	8,16
31	ре-диез	155,56	3	1,175	—	—	968,5	—	788	2364	118,5	8,17
32	ми	164,81	3	1,175	—	—	935	—	824	2472	114,5	8,17
33	фа	174,61	3	1,125	—	—	900,5	—	787	2361	110	8,19
34	фа-диез	185	3	1,125	—	—	864	—	813	2439	105,5	8,19
35	соль	196	3	1,075	—	—	827,5	—	764	2292	100,5	8,23
36	соль-диез	207,65	3	1,025	—	—	791,5	—	—	—	96	8,24
37	ля	220	3	1,025	—	—	755	—	—	—	91	8,3
38	ля-диез	233,08	3	1,025	—	—	720	—	—	—	85	8,37
39	си	246,94	3	1	—	—	684,5	—	—	—	81	8,45
40	до ¹	261,63	3	1	—	—	650	—	—	—	76	8,55
41	до-диез ¹	277,18	3	1	—	—	615	—	—	—	72	8,54
42	ре ¹	293,66	3	1	—	—	581,5	—	—	—	68	8,55
43	ре-диез ¹	311,13	3	0,975	—	—	551	—	—	—	64	8,61
44	ми ¹	329,63	3	0,975	—	—	522	—	—	—	60	8,7
45	фа ¹	349,23	3	0,975	—	—	495,5	—	—	—	56,5	8,77
46	фа-диез ¹	369,99	3	0,975	—	—	471	—	—	—	53	8,89
47	соль ¹	392	3	0,95	—	—	447,5	—	—	—	49,8	8,93
48	соль-диез ¹	415,3	3	0,95	—	—	425	—	—	—	46,9	9,06
49	ля ¹	440	3	0,95	—	—	403,5	—	—	—	43,9	9,19
50	ля-диез ¹	456,16	3	0,95	—	—	384	—	—	—	41	9,35
51	си ¹	493,88	3	0,95	—	—	365,5	—	—	—	38,5	9,49
52	до ²	523,25	3	0,95	—	—	348	—	—	—	36,6	9,51

53	до-диез ³	554,37	3	0,95	—	—	331,5	—	—	—	34,6	9,57
54	ре ²	587,33	3	0,95	—	—	317	—	—	—	33	9,61
55	ре-диез ²	622,25	3	0,95	—	—	289	—	—	—	30,6	9,44
56	ми ²	659,26	3	0,95	—	—	274,5	—	—	—	29,5	9,31
57	фа ²	698,46	3	0,95	—	—	261	—	—	—	28	9,32
58	фа-диез ²	739,99	3	0,95	—	—	248	—	—	—	26,5	9,36
59	соль ²	783,99	3	0,95	—	—	235,5	—	—	—	25	9,42
60	соль-диез ²	830,61	3	0,95	—	—	223,5	—	—	—	23,5	9,51
61	ля ²	880	3	0,95	—	—	212	—	—	—	22,1	9,59
62	ля-диез ²	922,33	3	0,95	—	—	201	—	—	—	21	9,57
63	си ²	987,77	3	0,95	—	—	190,5	—	—	—	20	9,53
64	до ³	1046,5	3	0,925	—	—	180,5	—	—	—	19	9,5
65	до-диез ³	1108,7	3	0,915	—	—	171	—	—	—	17,5	9,77
66	ре ³	1174,7	3	0,925	—	—	162,5	—	—	—	16,5	9,84
67	ре-диез ³	1244,5	3	0,925	—	—	154,5	—	—	—	15,5	9,97
68	ми ³	1318,5	3	0,9	—	—	146,5	—	—	—	14,6	10,3
69	фа ³	1396,9	3	0,9	—	—	139	—	—	—	13,8	10,07
70	фа-диез ³	1480	3	0,9	—	—	132	—	—	—	13	10,15
71	соль ³	1568	3	0,9	—	—	125	—	—	—	12	10,42
72	соль-диез ³	1661,2	3	0,875	—	—	116,5	—	—	—	10,7	10,89
73	ля ³	1760	3	0,875	—	—	110,5	—	—	—	9,8	11,28
74	ля-диез ³	1864,65	3	0,875	—	—	104,5	—	—	—	9,2	11,36
75	си ³	1975,5	3	0,875	—	—	99	—	—	—	8,5	11,65
76	до ⁴	2093	3	0,875	—	—	94	—	—	—	7,8	12,05
77	до-диез ⁴	2217,5	3	0,85	—	—	88,5	—	—	—	7,2	12,29
78	ре ⁴	2349,3	3	0,85	—	—	84	—	—	—	6,8	12,35
79	ре-диез ⁴	2489	3	0,85	—	—	79,5	—	—	—	6,3	12,62
80	ми ⁴	2637	3	0,85	—	—	75,5	—	—	—	5,9	12,8
81	фа ⁴	2793,8	3	0,825	—	—	71,5	—	—	—	5,5	13
82	фа-диез ⁴	2930	3	0,825	—	—	63	—	—	—	4,9	13,87
83	соль ⁴	3136	3	0,825	—	—	64	—	—	—	4,2	15,23
84	соль-диез ⁴	3322,4	3	0,825	—	—	61,5	—	—	—	4	15,36
85	ля ⁴	3520	3	0,8	—	—	53,5	—	—	—	3,7	15,81
86	ля-диез ⁴	3729,3	3	0,8	—	—	56	—	—	—	3,5	16
87	си ⁴	3961,1	3	0,8	—	—	53,5	—	—	—	3,2	16,71
88	до ⁵	4186	3	0,8	—	—	52	—	—	—	3	17,33

Исходя из соотношений (4.35) и (4.39) отношения диаметров струн с понижением частоты на октаву можно представить в виде

$$d_0/d_1 = 2^{1-k}. \quad (4.40)$$

Для необвитых струн соседних полутонов это отношение будет

$$d_2/d_1 = 2^{(1-k)/12}, \quad (4.41)$$

где d_2 — диаметр струны соседнего с исходным полутона пониженной частоты.

Диаметр любой из необвитых струн определяется из выражения

$$d_N = 2^{(1-k)(N-1)/12} d_1. \quad (4.42)$$

Полученные расчетным путем длины струн корректируют в соответствии с конкретной конфигурацией опорной конструкции. Диаметры струн подбирают из числа ближайших по табл. 4.6. Требуемое натяжение струн не рекомендуется выбирать менее 0,35 и более 0,6 разрывной нагрузки на струну.

Таблица 4.6. Физико-механические параметры стальной струнной проволоки

Диаметр, мм	Временное сопротивление разрыву, МПа	Разрывная нагрузка на струну, Н	Масса 1 м проволоки, г	Диаметр, мм	Временное сопротивление разрыву, МПа	Разрывная нагрузка на струну, Н	Масса 1 м проволоки, г
0,775	2550	1200	3,76	1,125	2250	2250	7,91
0,8	2500	1250	4	1,15	2250	2350	8,27
0,825	2450	1300	4,25	1,175	2250	2450	8,63
0,85	2400	1370	4,52	1,2	2250	2550	9
0,875	2400	1450	4,79	1,225	2250	2650	9,38
0,9	2400	1520	5,06	1,25	2200	2750	9,77
0,925	2400	1600	5,35	1,3	2200	2900	10,56
0,95	2350	1670	5,64	1,35	2200	3100	11,39
0,975	2350	1750	5,94	1,4	2100	3200	12,25
1	2350	1820	6,25	1,45	2100	3400	13,14
1,025	2300	1900	6,57	1,5	2100	3700	14,06
1,05	2300	1970	6,89	1,55	2100	3900	15,02
1,075	2250	2050	7,22	1,6	2100	4250	16
1,1	2250	2150	7,56				

При расчете обвитых струн учитывают соотношения (3.38) и (3.39). Длины обвитых струн определяют исходя из конструкции инструмента и допустимых натяжений. При этом напряжения кернов струн увеличивают по возможности плавнее, чем напряжения гладких струн. Чтобы обеспечить плавность перехода от гладких струн к обвитым, последние, прилегающие

к гладким, делают с одной навивкой из тонкой медной проволоки диаметром 0,25...1 мм (см. табл. 4.2—4.5). При навивке толстой медной проволоки на тонкий стальной керн сложно обеспечить требуемую плотность прилегания навивки к керну. При двух навивках первая из них делается более тонкой проволокой.

Хоры гладких струн делают трехструнными, этим обеспечивается повышение волнового сопротивления хора и улучшение условий передачи энергии от молотка деке. Хоры обвитых струн могут быть двух- и однострунными, поскольку волновое сопротивление таких струн достаточно велико.

При расчете части мензуры, формируемой необвитыми (гладкими) струнами, в качестве исходного иногда выбирают не условие постоянства усилий натяжения струн, а условие постепенного увеличения усилий натяжения по мере уменьшения частот колебаний струн. Изменения длин струн в зависимости от частот их колебаний также задают исходя из конструктивных параметров инструмента. Из соотношения (3.36) получают условие выбора усилия натяжения F_N и диаметра d_N струны:

$$F_N/d_N^2 = (F/d^2) f_N L_N / (fL), \quad (4.43)$$

где F — усилие натяжения струн наиболее высокочастотного хора; f_N — частота колебаний рассчитываемой струны (задана по таблице); L_N — длина рассчитываемой струны (задана по таблице или графику); d, f, L — диаметр, частота и длина струн наиболее высокочастотного хора.

При расчете мензуры струн с учетом выражения (4.43) и с помощью рис. 3.12 обеспечиваются при прочих равных условиях меньшие негармоничность обертонов и начальное (после удара молотка) отклонение частоты и большая ее устойчивость во времени.

При расчете мензуры струн необходимо по возможности обеспечить плавность изменения их длин, диаметров и усилий натяжения. Это требование вытекает из необходимости сохранения единства тембра (плавности изменения тембра по звуковому диапазону инструмента).

Линию удара молотков по струнам выбирают так, чтобы обеспечить нужный спектральный состав колебаний, а следовательно, и тембр звука. Необходимо также иметь в виду, что от места удара молотка в значительной мере зависят время его контакта со струной, волновое сопротивление струны и условия передачи энергии молотка от струны к деке (подробнее см. п. 4.4). Обычно выбирают для нижнего регистра (обвитых струн) место удара, расположенное от верхней опоры на $1/7...1/8$ длины рабочей части струны. Для среднего регистра (примерно до 60 хора) линию удара располагают на расстоянии $1/8...1/9$ длины рабочей части струны. Для верхнего регистра постепенно перемещают линию удара от $1/9$ до $1/18$, а в некоторых случаях и до $1/24$ длины рабочей части струны.

Процесс возбуждения струн в значительной мере определяет акустические качества фортепиано. Теоретический анализ этого процесса связан с некоторыми трудностями, поэтому прибегают к ряду упрощений. Наиболее полно анализ процесса возбуждения струн был выполнен А. В. Римским-Корсаковым [18].

Взаимодействие молотка со струной. Система молоток — струна может быть представлена в виде сосредоточенной массы молотка m , эквивалентной гибкости фильцевой наклейки (подушки) C и элемента механического сопротивления R (рис. 4.12). Основное упрощение такой схемы заключается в том, что элементы R и C принимаются линейными.

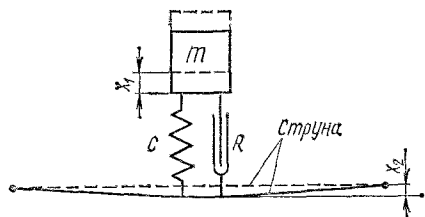


Рис. 4.12. Упрощенное представление системы молоток — струна

Смещение молотка x_1 отсчитывается от положения массы m в начале удара. Смещение струны x_2 отсчитывается от положения струны в состоянии покоя. При свободном полете молотка (3—5 мм от струны) в некоторый момент времени $t=0$ происходит касание струны фильцевой подушкой молотка, после чего происходит процесс сжатия фильца, что эквивалентно сжатию элемента гибкости C на величину $x_1 - x_2$. Вследствие наличия силы трения в элементе R возникает разница скоростей $v_1 = dx_1/dt$ и $v_2 = dx_2/dt$. Сила, действующая на струну со стороны элемента гибкости молотка C , пропорциональна сжатию фильца и равна $(x_1 - x_2)/C$. Сила, действующая на струну со стороны элемента трения R , пропорциональна скорости сжатия фильца и равна $R(dx_1/dt - dx_2/dt)$. Реакция струны $F_p(t)$ уравнивает сумму этих сил:

$$F_p(t) = R \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) + \frac{x_1 - x_2}{C}. \quad (4.44)$$

Скорость струны $v_{c0}(t)$ при воздействии единичной силой $F_0(1)$ представляет собой переходную податливость струны в точке приложения силы:

$$v_{c0}(t)/F_0(1) = y_0(t) = 1/z(t), \quad (4.45)$$

где $z(t)$ — механическое сопротивление струны.

Переходная податливость $y_0(t)$ зависит от свойств струны, граничных и начальных условий. Перемещение струны x_2 под действием импульса силы $T(t)$ выразится с помощью интеграла

Дюамеля

$$x_2 = T(0) y_0(t) + \int_0^t y_0(t - \tau) T'(\tau) d\tau, \quad (4.46)$$

где τ — новая координата времени.

В момент времени $t = 0$ $T = 0$; $v_1 = v_0$; $x_1 = x_2 = 0$; $v_2 = 0$.

Зная, что импульс силы $T(t) = \int_0^t F_0(t) dt$ имеет производную, равную действующей на струну силе $T'(t) = F_0(t)$, выражение (4.46) с учетом зависимости (4.41) можно представить в виде

$$x_2 = \int_0^t y_0(t - \tau) \left[R \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) + \frac{x_1 - x_2}{C} \right] d\tau. \quad (4.47)$$

Сила инерции молотка $m d^2 x_1 / dt^2$ равна реакции струны $F_p(t)$ с обратным знаком:

$$-m \frac{d^2 x_1}{dt^2} - R \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) - \frac{x_1 - x_2}{C} = 0. \quad (4.48)$$

Уравнения (4.47) и (4.48) в операторной форме после преобразований примут вид

$$X_1(pRC + 1) - X_2[pCZ(p) + pRC + 1] = 0;$$

$$X_1(p^2mC + pRC + 1) - X_2(pRC + 1) = pCmv_0.$$

Их совместное решение дает следующие выражения:

$$X_1 = mv_0 \frac{pC [R + Z(p)]}{p^2mCZ(p) + [pm + Z(p)](pRC + 1)}; \quad (4.49)$$

$$X_2 = mv_0 \frac{pRC + 1}{p^2mCZ(p) + [pm + Z(p)](pRC + 1)}. \quad (4.50)$$

С учетом соотношения (4.44) выражение для силы, действующей на струну, в операторной форме будет

$$F_0(p) = mv_0 \frac{(pRC + 1) pZ(p)}{p^2mCZ(p) + [pmZ(p)](pRC + 1)}. \quad (4.51)$$

Решение уравнений для конкретных условий позволяет уяснить отдельные стороны процесса возбуждения фортепианной струны. Для этого в уравнения (4.49), (4.50) и (4.51) необходимо подставить соответствующие значения механического сопротивления струны $Z(p)$ в операторной форме.

Возбуждение басовых струн. Волновое сопротивление басовых струн велико, а скорость распространения волны возбуждения мала. Отраженные от концов струны волны, как правило, не успевают достигнуть молотка до момента его отрыва от струны, поэтому процесс возбуждения струны можно рассматривать без учета отраженных волн. В этом случае допускают,

что струна является жесткой опорой, тогда ее механическое сопротивление равно удвоенному волновому $Z(p) = 2W_c$ [см. уравнение (3.24)], так как энергия удара расходуется на распространение волн в обе стороны от места удара молотка. Подставив значения $Z(p)$ в выражения (4.49), (4.50) и (4.51) и перейдя к функции времени, получим следующие выражения:

$$x_1 = v_0 \left[\frac{m}{2W_c} e^{-\alpha t} \left(\frac{\gamma\alpha - \omega^2}{\omega^2\omega_1} \sin \omega_1 t + \frac{\gamma}{\omega^2} \cos \omega_1 t \right) \right]; \quad (4.52)$$

$$x_2 = v_0 \left[\frac{m}{2W_c} - \frac{Re^{-\alpha t}}{2W_c + R} \left(\frac{\beta\alpha - \omega^2}{\omega^2\omega_1} \sin \omega_1 t \right) + \frac{\beta}{\omega^2} \cos \omega_1 t \right]; \quad (4.53)$$

$$F_0(t) = v_0 \frac{2W_c R}{R + 2W_c} e^{-\alpha t} \left(\cos \omega_1 t - \frac{\alpha - \beta}{\omega_1} \sin \omega_1 t \right), \quad (4.54)$$

где $\alpha = (m + 2W_c RC) / [2mC(R + 2W_c)]$; $\gamma = 1 / [C(R + 2W_c)]$; $\omega^2 = = 2W_c / [mC(R + 2W_c)]$; $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - \alpha^2}$; $\beta = 1 / (RC)$.

Время удара молотка по струне t_k можно определить, приравняв $F_0(t)$ нулю, из условия $\cos \omega_1 t - [(\alpha - \beta) / \omega_1] \sin \omega_1 t = = 0$. Оно равно

$$t_k = \frac{1}{\omega_1} \operatorname{arctg} \frac{\omega_1}{\alpha - \beta}. \quad (4.55)$$

Практически можно считать, что время касания молотком струны не превышает половины периода его собственных колебаний, т. е. $T/2 = \pi / \omega_1$. Если положить $R = 0$, уравнение (4.55) примет вид

$$t_{k0} = \pi / \omega_1. \quad (4.56)$$

При этом $t_{k0} \geq t_k$. Выражение (4.54) для силы, действующей на струну, будет

$$F_0(t) = F_m e^{-\alpha_0 t} \sin \omega_1 t, \quad (4.57)$$

где

$$F_m = v_0 / (C\omega_1); \quad \alpha_0 = 1 / (4W_c C).$$

Поскольку волновое сопротивление струны в этом случае весьма велико, можно предположить $\alpha_0 = 0$. Тогда время касания молотка будет

$$t_{k0} \approx \pi \sqrt{mC}, \quad (4.58)$$

а сила, действующая на струну, будет представлена соотношением

$$F_0(t) = F_m \sin \omega_0 t, \quad (4.59)$$

где $F_m = v_0 / (C\omega_0)$; $\omega_0 = (mC)^{-1/2}$.

При соблюдении условия $\omega_1 \gg \alpha_0$ и допущении $R = 0$ формулы (4.55) и (4.56) пригодны для использования в практических расчетах.

Кинетическая энергия молотка, имеющего скорость v_0 и массу m , в момент, предшествующий удару по струне,

$$E_0 = mv_0^2/2. \quad (4.60)$$

Она расходуется на создание колебаний струны, преодоление трения фильца и сообщение молотку обратного хода. В момент отрыва от струны молоток будет иметь скорость $v_1 = v_{1к}$, но направленную в противоположную сторону. При этом кинетическая энергия молотка

$$E_k = mv_{1к}^2/2. \quad (4.61)$$

Продифференцировав выражение (4.52) и подставив результат в формулу (4.61) при $t = t_k$, можно определить полную энергию, затраченную молотком при ударе по струне:

$$E = E_0 - E_k = E_0 (1 - \omega^2 e^{-2\alpha t_k} / \omega_0^2). \quad (4.62)$$

Полезная энергия, полученная струной при ударе, может быть найдена из соотношения

$$E_c = \int_0^{t_k} 2W_c \left(\frac{dx_2}{dt} \right)^2 dt = E_0 \left[\frac{\omega \alpha_0}{\alpha \omega_0} (1 - e^{-2\alpha t_k}) - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 1 \right]. \quad (4.63)$$

Если $R = 0$, то $\omega = \omega_0$, $\alpha = \alpha_0$, и выражение (4.63) станет тождественным выражению (4.62), т. е. вся энергия, отданная молотком, будет полезной. К концу удара молоток перемещает струну на расстояние

$$x_{2к} = \frac{mv_0}{2W_c} \left(1 + \frac{\omega}{\omega_0} e^{-\alpha t_k} \right). \quad (4.64)$$

Скорость молотка при этом

$$v_{1к} = -v_0 \frac{\omega}{\omega_0} e^{-\alpha t_k}. \quad (4.65)$$

Отраженная от ближайшей опоры волна вернется в точку возбуждения струны через

$$t_0 = 2\Delta L_0 / v_c, \quad (4.66)$$

где ΔL_0 — длина отрезка струны от точки удара до ближайшей опоры; v_c — скорость распространения волн в струне.

Если $t_0 > x_{2к} / v_{1к}$, отраженная волна не успеет отбросить молоток. Из уравнений (4.64) и (4.65) можно получить

$$t_0 > \frac{m}{2W_c} \left(1 + \frac{\omega_0}{\omega} e^{\alpha t_k} \right). \quad (4.67)$$

Если это условие не соблюдается, струна второй раз коснется молотка и его отбросит назад еще раз, израсходовав на это часть запасенной энергии.

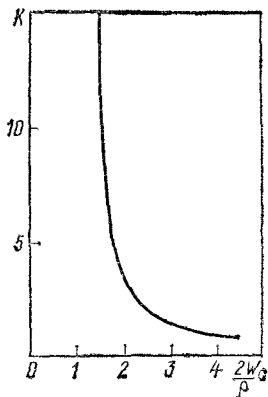


Рис. 4.13. График для расчета параметров молотков и уточнения мест удара по струне

Для ориентировочных расчетов можно допустить $R = 0$. В этом случае удобно пользоваться упрощенной формулой

$$\omega_0 t > (\rho/2W_c)(1 + e^{\alpha_0 t_{к0}}), \quad (4.68)$$

где $\rho = \sqrt{m/C}$ — характеристическое сопротивление молотка

Время касания молотка $t_{к0}$ при $R = 0$ будет определяться по уравнению (4.56), где $\omega_1 = (\omega_2^2 - \alpha_0^2)^{1/2}$; $\omega = \omega_0 = 1/(mC)^{1/2}$; $\alpha_0 = 1/(4mC)$.

При расчете акустического аппарата фортепиано первоначально определяется исходя из заданных габаритов мензура инструмента, т. е. параметры струн, обеспечивающие требуемые частоты, некоторые скорости распространения волн по струнам и их волновые сопротивления. Зная параметры струн, можно подобрать оптимальные параметры молотков, время касания молотком струны при ударе. В некоторых пределах можно варьировать величины t_0 и t_k , подбирая, например, массы и упругости молотков и корректируя места ударов молотков по струнам (рис. 4.13). График построен по зависимости $K = \rho(1 + e^{\alpha_0 t_{к0}})/(2W_c)$ от величины $2W_c/\rho$ в соответствии с уравнением (4.68).

Некоторые типовые параметры, характеризующие систему молоток — струна для басового регистра, приведены в табл. 4.7.

Возбуждение струн среднего регистра. При возбуждении струн среднего регистра (примерно 30..60 хоры) за время удара молотка по струне волна, отраженная от ближней к точке

Таблица 4.7. Типовые параметры системы молоток—струна для басового регистра

Скорость молотка, м/с	W_c , Н·с/м	$C \cdot 10^{-5}$, м/Н	m , г	R , Н·с/м	α_0 , мс	ω_0 , рад/с	β , мс
8...9	15	1,25	10	20	1,33	2830	4
4...5	15	0,33	10	15	0,50	1410	2

Скорость молотка, м/с	α_1 , мс	ω , рад/с	ω_1 , рад/с	$t_{к'}$, мс	E/E_0	E_c/E_0
8...9	1,4	2,19	1,68	1,53	0,98	0,73
4...5	0,833	1,41	1,32	1,74	0,96	0,59

возбуждения опоры, иногда успевает вернуться в эту точку и воздействовать на молоток. Условие (4.63) в этом случае не выполняется. Волновое сопротивление струн среднего регистра существенно меньше, чем басового. Однако увеличение числа струн в хоре несколько повышает суммарные волновое и механическое сопротивления. С достаточной для практических расчетов точностью можно допустить, что гибкости фильцевой подушки молотка и струны линейны. Кроме того, с целью упрощения анализа трение фильцевой подушки также принимают равным нулю ($R = 0$). Тогда время касания молотком струны приближенно (для изменяющейся синусоидально силы удара) можно выразить [6]

$$t_{\text{к0с}} = \pi/\omega_1, \quad (4.69)$$

где $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 + \alpha_0^2}$ — собственная круговая частота колебаний системы молоток — струна в момент удара; $\omega_0 = (mC)^{-1/2}$, $\alpha_0 = 1/(4W_cC)$.

Время касания молотком струны в среднем регистре зависит от места удара (рис. 4.14, а), что учитывается полуэмпирическим соотношением

$$t_{\text{кс}} = t_{\text{к0}}(1 + t_0\alpha_0), \quad (4.70)$$

где $t_{\text{к0}} = \pi/\omega_0$; $t_0 = \Delta L_0/(Lf)$ — время возвращения отраженной волны к месту удара молотка.

В соответствии с уравнением (4.70) собственная круговая частота системы молоток — струна для среднего регистра

$$\omega_2 = \pi/t_{\text{кс}}. \quad (4.71)$$

С некоторыми допущениями силу, действующую на струну в среднем регистре, можно описать соотношением

$$F_0 = F_m \sin \omega_2 t = mv_0 \omega_2 \sin \omega_2 t. \quad (4.72)$$

Практически сила, действующая на струну, не вполне синусоидальна и величина ее из-за влияния трения фильцевой подушки молотка несколько меньше получаемой из соотношения (4.72).

Энергия, отданная молотком в результате удара по струне с учетом названных допущений, описывается формулой [6]

$$E = E_0 \pi m \omega_2^3 t_0 / (4W_c), \quad (4.73)$$

где $E_0 = mv_c/2$ — полная энергия молотка в момент удара по струне.

Уравнение (4.73) предполагает, что волна, отраженная от дальней опоры (штега), не успевает вернуться в точку возбуждения к моменту прекращения удара. Из уравнения следует, что энергия, отдаваемая молотком струне, в значительной мере зависит от места удара и с удалением его от ближайшей опоры растет. Однако, так как требуется получить определенный спектр колебаний струн, удаление места удара молотка от

ближайшей опоры целесообразно лишь в определенных пределах (подробнее см. п. 4.3).

Возбуждение струн дискантового регистра. В дискантовом (верхнем) регистре (примерно 61...88 хоры) периоды колебаний струн не только сравнимы со временем удара молотка, но и могут быть меньше его. В дискантовом регистре за время удара к месту касания молотком струны успевают вернуться отраженные опорами волны не только от ближней, но и от дальней опоры. Анализ показывает, что влияние отраженных волн на ускорение молотка, а следовательно, и характер силы, действующей на струну, практически незначительно. Поэтому можно считать, что сила, действующая на молоток, изменяется по закону, близкому к синусоидальному. Поскольку время касания молотком струны больше периода ее собственных колебаний, реакция струны на молоток имеет упругий характер. Амплитуды колебаний струны малы по сравнению с величиной сжатия фильцевой подушки молотка (он более гибкий, чем струны). Зависимость ускорения молотка от времени имеет форму, близкую к синусоидальной. Тогда силу воздействия молотка на струну, если пренебречь трением фильцевой подушки ($R = 0$), можно представить в виде

$$F_0 = F_m \sin \omega_b t, \quad (4.74)$$

где $t = \pi/\omega_b$.

Частота силы ω_b будет определяться массой молотка m , гибкостью фильцевой подушки C и гибкостью струны C_c . Так как время соприкосновения молотка со струной

$$t_{кв} = \pi/\omega_b \quad (4.75)$$

и предполагается большим периода колебаний струны $2\pi/\omega_c$, поэтому

$$\omega_b = 1/\sqrt{m(C + C_c)} = \omega_0 \delta, \quad (4.76)$$

где $\omega_0 = (mC)^{-1/2}$; $\delta = 1/\sqrt{1 + C_c/C}$.

Амплитуда силы, действующей на струну,

$$F_m = \omega_b m v_0 = v_0 \rho \delta, \quad (4.77)$$

где $\rho = \sqrt{m/C}$ — характеристическое сопротивление молотка.

Чем больше гибкость струны C_c , тем меньше амплитуда силы, действующей на струну. Энергию, полученную струной от молотка, с учетом принятых допущений при $t_{кв}$ больше периода колебаний струны, определяют по формуле

$$E = E_0 \frac{4m \cos^2(\pi t_{кв}/t_0)}{m_c [1 - (2t_{кв}/t_0)^2]^2}, \quad (4.78)$$

где m — масса молотка; m_c — масса рабочей части струны.

Из формулы (4.78) следует, что для увеличения отдачи энергии молотком необходимо повысить кинетическую энергию

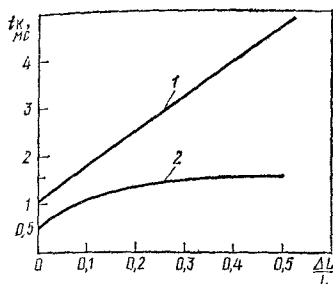


Рис. 4.14. Зависимость времени касания молотка от места удара:
1—в среднем регистре; 2—в дискантовом регистре

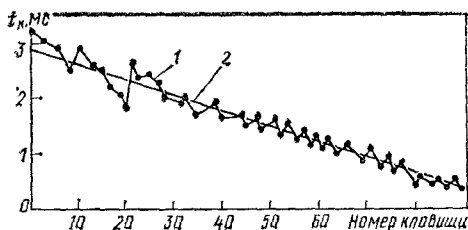


Рис. 4.15. Зависимость времени касания молотка от номера хора (клавиши) для хорошего рояля:
1—экспериментальные данные; 2—усредняющая прямая

молотка и уменьшить массу струн и время их касания. Так как по конструктивным причинам невозможно уменьшить массу молотка ниже некоторой оптимальной величины, целесообразно уменьшить гибкость фильцевой подушки молотка.

Некоторые экспериментальные и расчетные характеристики системы молоток — струна. Из экспериментальных и расчетных данных [6, 18] следует, что гибкости и сопротивления фильцевых подушек молотков сильно зависят как от номера хора, так и от скорости молотка, причем значения этих параметров для одного инструмента отличаются в несколько раз (табл. 4.8).

Количественные значения, характеризующие струны фортепиано, даны в табл. 4.9.

Зависимость времени касания молотком струн от места удара для среднего и дискантового регистров показана на рис. 4.14. Расчеты произведены по формулам (4.70) и (4.75) соответственно. Зависимость времени касания молотком струн от номера хора для хорошего рояля, полученная экспериментально, приведена на рис. 4.15.

От правильности выбора мест удара, причем в верхнем регистре более, чем в других, зависит качество звука. Практически место удара молотка в верхнем регистре можно найти из соотношения

$$\Delta L_0 = L(1 - \sqrt{1 - C_c/C_0})/2, \quad (4.79)$$

где L — длина рабочей части струны; C_c — гибкость струны в точке удара; $C_0 = L/(4Fn)$ — гибкость струны (хора) в середине рабочей части; n — количество струн в хоре; F — усилие натяжения струн в хоре.

Гибкость струны (статическую) в точке удара молотка можно определить по формуле

$$C_c = \Delta L_k \Delta L_0 / (FLn),$$

где $\Delta L_k = L - L_0$ — расстояние от точки удара до дальней опоры.

Таблица 4.8. Значения гибкостей и сопротивлений трения фильевых подушек молотков

Номер хора	Масса молотка т г	$C \cdot 10^{-5}$, м/Н	R, кг/с	$C \cdot 10^{-5}$, м/Н	R, кг/с	$C \cdot 10^{-5}$, м/Н	K, кг/с
Инструмент 1							
При скорости молотка v_0 , м/с							
		8,06		4,98		2,87	
1	9	1,055	23,9	1,527	18,6	2,375	22,9
20	8,3	1,277	15,8	1,282	11,9	2,427	14,7
35	7,55	1,085	17,2	1,19	12,3	1,908	11,4
50	7,3	0,917	25,2	0,99	17,6	1,859	14,3
		9,66		6,2		4,32	
70	6,3	0,344	21	0,562	11,4	0,855	12,9
85	4,85	0,093	46	0,34	19,8	0,621	24,8
Инструмент 2							
При скорости молотка v_0 , м/с							
		8,06		4,98		2,87	
2	7,8	1,485	20	1,552	15,8	2,27	21,1
18	7,85	1,11	19,7	1,124	15,5	2,812	15,3
32	7,78	1,229	20,9	1,316	11,4	1,605	15,9
50	6,4	0,744	21,7	0,764	15,1	1,26	13,9
		9,66		6,2		4,32	
59	5,2	0,269	29	0,7	18,2	0,87	17,4
85	3,8	—	—	0,433	33,4	0,597	25,7

Таблица 4.9. Характеристика струн

Номер хора	Частота колебаний, Гц	Длина рабочей части струны, мм	Усиление натяжения хора струн, Н	Скорость распространения волн по струнам, м/с	Волновое сопротивление струн, Н·с/м	Время касания молотков струны (удара), мс
Кабинетный рояль						
4	32,33	1205	1036	78	13	2,18
16	64,66	1113	2299	144	15,61	1,66
28	129,35	1044	1760	270,2	6,4	1,76
40	258,7	626,9	2107	325	6,37	1,38
52	517,3	319,6	1984	330	5,9	1,1
64	1034,6	173	2093	357	5,74	0,86
76	2069,2	89,4	1879	370	4,98	0,68
Пианино						
2	28,8	106,2	1073	59,5	18,2	—
10	45,72	102,2	1250	92	13,6	3,12
20	81,47	97,1	1922	158	12,1	2,43
30	145,16	82,5	1578	260	6,1	2,37
40	258,65	66,9	2524	344	7,35	1,82
50	410,86	39,3	2500	361	6,9	1,26
60	821,17	23	2450	376	6,5	1,12
70	1463,2	13,3	2227	390	5,7	0,77
80	2607,1	7,75	2102	404,5	5,2	0,5

По конструктивным соображениям линия удара молотков в фортепиано делается прямой, линии же опор струн — кривыми. При интонировке инструментов интонирующий либо уменьшает, либо увеличивает гибкость фильцевых подушек молотков, добываясь наибольшей громкости звука (в чем, собственно, и заключается процесс интонировки). Для улучшения звучания дискантового регистра целесообразно, как правило, уменьшать массу молотков и гибкость их фильцевой подушки, при этом необходимо увеличивать скорость молотков в момент удара по струне обратно пропорционально корню квадратному из массы. Это позволит сохранить на нужном уровне кинетическую энергию молотков и не снизить коэффициент полезного действия (КПД) клавишных механизмов. При выполнении этих условий для приближенного расчета КПД механизма можно принимать во внимание лишь массы подвижных частей механизма. Тогда КПД механизма вычисляют по формуле

$$\eta_m = m_m / (m_m + m_1), \quad (4.80)$$

где m_m — приведенная к точке удара по клавише масса молотка; m_1 — эквивалентная масса остальных подвижных частей механизма (фигуры, шпилера, шультера, клавиши), приведенная в точке удара по клавише.

В современных механизмах фортепиано η_m составляет 0,6...0,8. КПД передачи энергии от молотка струне приближенно можно определить из соотношения

$$\eta_c = (E_0 - E_k) / E_0 = (v_0^2 - v_k^2) / v_0^2, \quad (4.81)$$

где E_0 — энергия молотка при подлете к струне; E_k — энергия молотка, уносимая им после удара; v_0 — скорость молотка в момент, предшествующий удару по струне; v_k — скорость молотка в момент отрыва от струны. Практически $\eta_c = 0,5 \dots 0,8$.

Из соотношений (4.80) и (4.81) следует: чтобы увеличить КПД механизма, необходимо по возможности уменьшить отношение массы подвижных частей механизма к массе молотка. Чтобы увеличить КПД передачи энергии от молотка струне, необходимо по возможности увеличить скорость молотка в момент, предшествующий удару по струне, и уменьшить скорость отлета молотка от струны.

Интенсивность звука пианино при силе удара по клавише 30 Н на расстоянии 3 м от инструмента обычно составляет, Па: для низкого регистра 0,5...1,5, среднего — 0,5...2, высокого — 0,2...0,8. Интенсивность звука рояля при тех же условиях может быть больше на 0,1...0,2 Па. Неравномерность интенсивности может превышать 1 Па. Для соседних клавиш разница интенсивностей достигает 0,1 Па.

Спектральный состав колебаний струн. Член уравнений (3.13) и (3.18) $\sin(\pi l \Delta L_0 / L)$ определяет спектр колебаний струны, возбужденной на расстоянии ΔL_0 от ближайшей опоры (см. п. 3.3). Из выражения следует, что в спектре колебаний

струн не будут присутствовать составляющие, удовлетворяющие уравнению

$$n = L/\Delta L_0. \quad (4.82)$$

Интервалы, образуемые восьмой и соседними с ней гармониками, являются диссонантными (см. 2.7, рис. 2.17), поэтому отношение $\Delta L_0/L$ выбирают для низкого и среднего регистров инструмента примерно $1/7...1/9$ (см. п. 4.3). Это позволяет существенно ослабить 7—9-й частичные тоны и тем самым повысить качество тембра.

По мере постепенного перехода от басового к дискантовому регистру основная энергетическая нагрузка колебаний струны переходит от 3—5-й гармоник к 1-й гармонике, что определяется характером возбуждения и параметрами струн и молотков. В дискантовом регистре нет необходимости уменьшать амплитуды 8-й и соседних с ней гармоник, поскольку спектр колебаний струн определяется не только местом удара по струне, но и параметрами молотков и струн. А. В. Римским-Корсаковым в результате анализов процесса возбуждения струн была предложена формула для расчета спектра колебаний [6]:

$$F_n = 8mv_0f_1 \frac{\cos \pi n f_1 t_k}{1 - (2n f_1 t_k)^2} \sin \frac{\pi n \Delta L_0}{L}, \quad (4.83)$$

где F_n — сила, действующая на опору струны (штерг); m — масса молотка; v_0 — скорость молотка в момент, предшествующий удару по струне; f_1 — основная частота колебаний струны; n — порядковый номер частичного тона (гармоники); t_k — время касания молотком струны при ударе; ΔL_0 — расстояние от ближайшей опоры до места удара молотка по струне; L — длина рабочей части струны.

При этом предполагалось, что зависимость от времени силы, действующей на струну, по форме соответствует половине периода синусоиды [см. отношения (4.59), (4.72) и (4.74)].

Формула (4.83) не учитывает влияния на спектр колебаний струны амплитудно-частотной характеристики деки и может быть использована для приближенных расчетов спектра в зависимости от места и времени удара молотком по струне, если m , v_0 и f_1 заданы. Последний сомножитель формулы (4.83) определяет зависимость спектра от места удара молотка. Сомножитель

$$\cos \pi n f_1 t_k / [1 - (2n f_1 t_k)^2] \quad (4.84)$$

определяет зависимость спектра колебаний от времени касания молотком струны t_k , которое в зависимости от регистра инструмента отыскивается из соотношений (4.55), (4.70) или (4.72).

Характер распределения энергии колебаний по спектру, полученный экспериментально, в общих чертах соответствует рас-

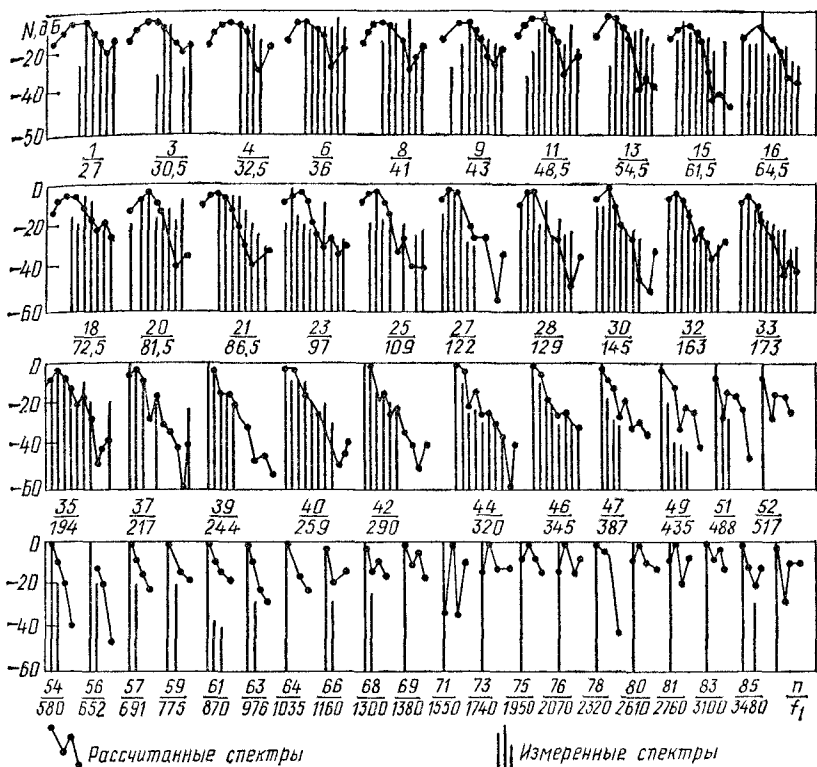


Рис. 4.16. Энергетические спектры колебаний струн рояля в зависимости от отношения номера клавиши к частоте основного тона

четному [6] (рис. 4.16). Однако уровни первых частичных тонов частотой ниже 122 Гц заметно снижены и основные тоны частотой до 55 Гц практически отсутствуют, что объясняется снижением излучательной способности деки на этих частотах. Уменьшение энергии обертонов по сравнению с расчетной начинается на частотах основных тонов выше 400 Гц, а на частотах выше 1000 Гц фактически присутствуют лишь основные тоны, что объясняется большим временем касания молотком струны при ударе по отношению к длительности периодов колебаний струн и пониженным излучением деки на высоких частотах. Наибольшее сходство расчетных и экспериментальных спектров наблюдается в среднем регистре.

Фактическая форма импульса силы, действующей на струну, с учетом нелинейности гибкости фильцевой подушки молотка будет иметь вид не правильной половины синусоиды, как допускалось выше при расчетах [см. формулы (4.59), (4.72), (4.74)], а немного искаженной (рис. 4.17). В этом случае сила,

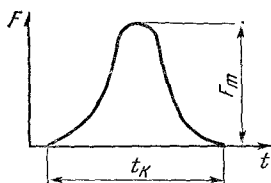


Рис. 4.17. Изменение силы, действующей на струну, во времени с учетом нелинейности гибкости фильца

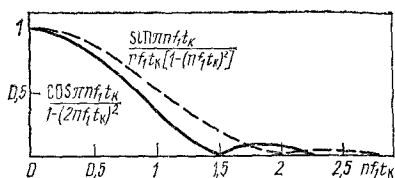


Рис. 4.18. Характеристики спектров для различного вида импульсов силы

действующая на струну в процессе удара, может быть описана формулой

$$F_0 = F_m (1 - \cos \omega_1 t_k) / 2. \quad (4.85)$$

С увеличением силы удара по струне форма импульса силы меняется, а время касания молотком струны уменьшается. Это приводит к зависимости в некоторой мере спектра колебаний возбужденной струны от силы удара, что и наблюдается экспериментально. С учетом выражения (4.85) силу, действующую со стороны струны на штег, можно представить в виде [6]

$$F_T = 8mv_0 \frac{\sin \pi n f_1 t_k}{\pi n f_1 t_k [1 - (n f_1 t_k)^2]} \sin \frac{\pi n \Delta L_0}{L}. \quad (4.86)$$

Сомножитель

$$\sin \pi n f_1 t_k / \{ \pi n f_1 t_k [1 - (n f_1 t_k)^2] \} \quad (4.87)$$

характеризует спектр колебаний струны.

При том же соотношении между основными частотами колебаний струн и времени ударов молотка спектр, рассчитанный с учетом нелинейности гибкости по формуле (4.87), имеет большую протяженность (богаче обертонами), чем спектр колебаний струны, рассчитанный при предполагаемой линейности гибкости фильца молотка по формуле (4.84) (рис. 4.18).

4.5. КЛАВИШНЫЙ МЕХАНИЗМ

При ударе по клавише 1 (рис. 4.19) с силой F_k приводится в движение фигура 2 и шпильер 3. Последний, упираясь в шультер 4, заставляет двигаться молоток 6. Одновременно от струны 7 отходит демпфер 5. По мере движения шпильера 3 и молотка 6 задний конец шпильера доходит до упора и расцепляется с шультером 4. Оставшиеся 4...6 мм до струны молоток движется по инерции, после удара о струну он возвращается в исходное положение.

Клавишный механизм рояля смонтирован на клавиатурной рамке 15 (рис. 4.20). При воздействии музыканта на клави-

шу 14 приводится в движение фигура 13. Шпиллер 12, упиравшись в репетиционный рычаг 5 через барабанчик 8, приводит в движение молоток 3 посредством гаммерштиля 7. Достигнув ауслезерной пупки 11, шпиллер 12 расцепляется с репетиционным рычагом 5. Концом клавиши через демпферную проволоку 1 отводится от струны демпфер 2. Гаммерштиль молотка укреплен в капсуле 9, расположенном на гаммербанке 10. Положение репетиционного рычага 5 регулируется винтом 6. Фенгер 4 служит для мягкого торможения молотка при отскакивании от струны.

При ударе по клавише фортепиано энергия движения руки музыканта передается клавишному механизму. Она частично расходуется в элементах механизма, но в значительной мере передается молотку, сообщая ему некоторую скорость.

Коэффициент полезного действия клавишного механизма зависит от наличия трения в осях и прокладках, соотношения гибкостей и масс элементов механизма и соответствия их массе руки музыканта, приведенной к точке удара по клавише. КПД меняется в зависимости от силы удара и обычно уменьшается при очень слабых и очень сильных ударах. Это связано в первом случае с наличием сухого трения,

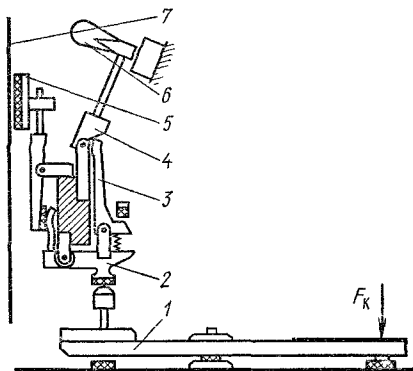


Рис. 4.19. Общий вид клавишного механизма:

1—клавиша; 2—фигура; 3—шпиллер; 4—шультер; 5—демпфер; 6—молоток; 7—струна

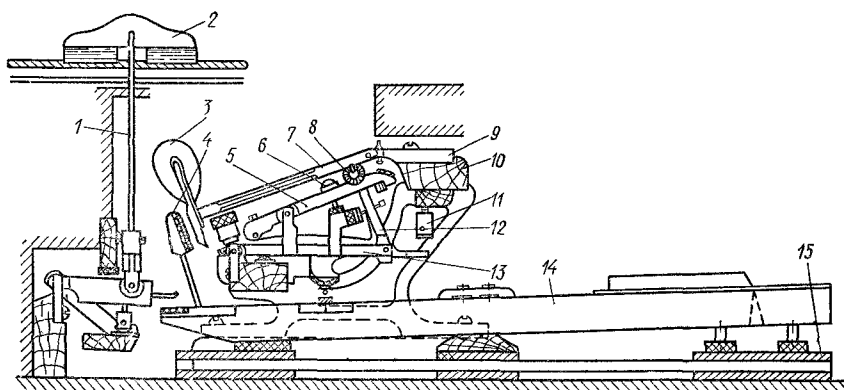


Рис. 4.20. Общий вид клавишного механизма рояля:

1—демперная проволока; 2—демпер; 3—молоток; 4—фенгер; 5—репетиционный рычаг; 6—регулирующий винт; 7—гаммерштиль; 8—барабанчик; 9—капсула молотка; 10—гаммербанка; 11—ауслезерная пупка; 12—шпиллер; 13—фигура; 14—клавиша; 15—клавиатурная рамка

требующего дополнительных усилий для его преодоления, соизмеримых с приложенной к клавише силой, во втором — с накоплением энергии в гибких элементах механизма и сохранением ее в механизме после отделения молотка от остальной части механизма.

Положим, что механизм и рука пианиста в начальный момент находились в покое, тогда импульс силы удара по клавише можно считать равным количеству движения, переданному клавишному механизму в процессе ускорения его подвижных элементов:

$$S_0 = (m + m_p) v_0, \quad (4.88)$$

где m — масса молотка (масса других подвижных элементов, приведенная к точке удара по струне много меньше массы молотка); m_p — приведенная к точке удара по струне эффективная (работающая на удар) масса руки пианиста; v_0 — скорость молотка в момент удара по струне.

Для такого упрощенного случая, когда пренебрегают трением и гибкостью элементов механизма, энергия молотка определяется по формуле $E_0 = m v_0^2 / 2$. Подставляя в нее значение скорости из выражения (4.88), формулу для энергии молотка можно представить в виде

$$E_0 = m S_0^2 / [2 (m + m_p)^2]. \quad (4.89)$$

Из соотношения (4.89) следует, что передаваемая молотку энергия будет наибольшей, когда $m = m_p$. В этом случае

$$E_{0m} = S_0^2 / (8m). \quad (4.90)$$

Массы молотков и передаточные отношения рычагов клавишного механизма следует выбирать исходя из этих условий. График, построенный по формуле (4.89), имеет относительно плоскую форму вершины, поэтому некоторые отклонения приведенной к точке удара по струне массы подвижных частей механизма (молотка) от величины эффективной массы руки не ведут к резкому уменьшению передаваемой молотку энергии.

Таким образом, основное назначение клавишного механизма сводится к тому, чтобы привести в соответствие эффективную массу руки и массу подвижных элементов механизма путем трансформации скоростей движения клавиши и молотка, не связывая при этом пианиста в отношении техники исполнения музыкальных произведений. Приведенная к точке удара по струне эффективная масса руки пианиста m_p колеблется в пределах 0,12...0,4 кг. При проектировании клавишных механизмов приведенную к точке удара массу их подвижных элементов m_m принимают 0,2...0,3 кг.

Эксплуатационные свойства клавишных механизмов фортепиано определяются в основном их статическими и динамическими характеристиками.

Статические характеристики. Под статической характеристикой клавишного механизма понимают зависимость глубины погружения клавиши x от прикладываемого к ней усилия F при условии весьма медленного и постепенного нагружения от некоторого минимального значения, при котором клавиша еще не начинает двигаться, до максимального, при котором она погружается на полную глубину или на глубину расцепления шпиллера с шультером (рис. 4.21) [19].

Усилие, необходимое для полного погружения клавиши, называют силой статического сопротивления.

Характер статических характеристик зависит от трений в осях и опорах, усилий сопротивления сжатию пружин демпферного и шультерного узлов, трения и сжатия прокладок. Чем больше сила статического сопротивления механизма, тем сложнее музыканту дозировать удар при игре пиано-пианисимо и пиано. Значительный разброс по величине сил статического сопротивления соседних клавиш приводит к непредсказуемости интенсивности извлекаемого звука и делает инструмент непригодным для такой игры.

Уменьшение сил статического сопротивления достигается конструкцией механизмов, специальной технологией их изготовления, применением материалов высокого качества и тщательной предэксплуатационной регулировкой. Для лучших клавишных механизмов сила статического сопротивления составляет 0,5...0,6 Н и менее (при отключенном демпфере). У большинства же выпускаемых промышленностью инструментов сила статического сопротивления клавишных механизмов 0,75...0,85 Н. В общем случае ее можно принять 0,5...0,85 Н.

Динамические характеристики. Под динамическими характеристиками клавишных механизмов понимают, во-первых, зависимость скорости движения молотка в момент, предшествующий удару по струне, от силы воздействия на клавишу и, во-вторых, максимально возможную частоту повторения ударов по клавише, при которой клавишный механизм обеспечивает надежное срабатывание (репетиция).

Зависимость скорости движения молотка от силы удара по клавише показывает, насколько нарастает (уменьшается) скорость молотка в момент, предшествующий удару по струне, или звуковое давление, создаваемое ударом по струне молотка,

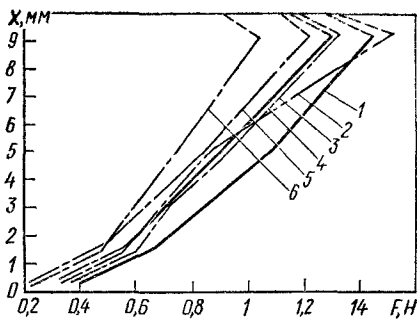


Рис. 4.21. Статическая характеристика клавишных механизмов различных моделей инструментов (цифры у кривых — условные номера моделей)

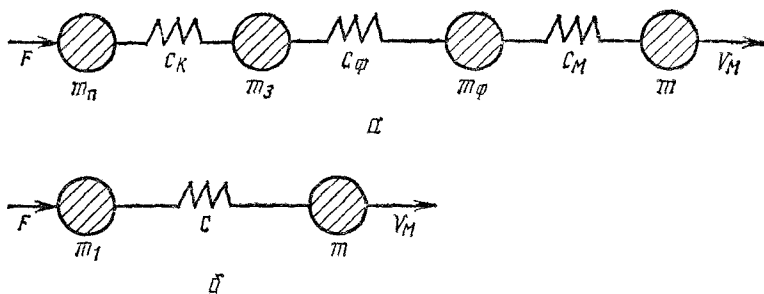


Рис. 4.22. Динамическая схема клавишного механизма (трением пренебрежено):

а — полная; б — упрощенная

от увеличения (уменьшения) прикладываемого к клавише усилия.

Для упрощения анализа работы клавишного механизма обычно пренебрегают трением его элементов [6], тогда клавишный механизм можно представить в виде динамической схемы (рис. 4.22, а). Музыкант, воздействуя с силой F на переднюю часть клавиши с массой m_n , расходует часть силы на преодоление энергии ее массы и через гибкость клавиши C_k приводит в движение заднюю часть клавиши с массой m_z . Затем прикладываемое усилие сжимает прокладку с гибкостью C_f между пилотом и фигурой. Через прокладку усилие передается массе фигуры m_f , прокладке между шпиллером и шультером, а вместе с ней гаммерштилю с гибкостями C_m . Остальная часть усилия сообщает скорость массе молотка m . В этой схеме вращательные движения заменены поступательными, так как угол поворота клавиши мал (около 2°). Полная схема (рис. 4.22, а) без внесения больших погрешностей в расчеты может быть приведена к схеме (рис. 4.22, б). Она опишется уравнениями

$$m_1 \frac{dv_1}{dt} + m \frac{dv_M}{dt} = F; \quad (4.91)$$

$$\frac{1}{C} \int v_1 dt - \left(m \frac{dv_M}{dt} + \frac{1}{C} \int v_M dt \right) = 0, \quad (4.92)$$

где m_1 — эквивалентная масса клавиши с фигурой, шпиллером и шультером, приведенная к точке приложения силы на клавише; v_1 — скорость движения клавиши в точке приложения силы; m — масса молотка, приведенная к точке приложения силы на клавише; v_M — скорость молотка, приведенная к точке приложения силы на клавише; C — общая гибкость механизма, приведенная к точке приложения силы на клавише.

При анализе динамических характеристик в соответствии с уравнениями (4.91) и (4.92) принимают два крайних случая

воздействующей на клавишу силы [6]: при игре приемом стаккато скачкообразно нарастающей, постоянной (рис. 4.23, а), т. е. $F = \text{const}$; при игре приемом легато линейно нарастающей (рис. 4.23, б), т. е. $F = \varphi t$, где φ — скорость нарастания силы, Н/с.

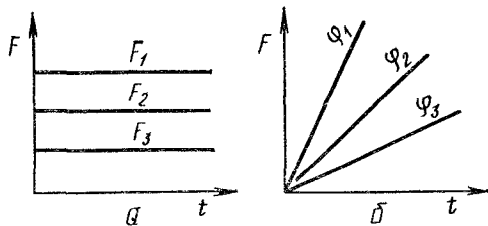


Рис. 4.23. Допускаемое представление силы удара по клавише при игре приемами: а — стаккато; б — легато

Решения уравнения (4.91) и (4.92) примут вид: для игры приемом стаккато

$$v_m = F(t - \sin \omega t / \omega) / (m_1 + m); \quad (4.93)$$

$$x = F[t^2/2 - (1 - \cos \omega t) / \omega^2] / (m_1 + m), \quad (4.94)$$

для игры приемом легато

$$v_m = \varphi[t^2/2 - (1 - \cos \omega t) / \omega^2] / (m_1 + m); \quad (4.95)$$

$$x = \varphi \{t^3/6 - [t - (\sin \omega t) / \omega] / \omega^2\} / (m_1 + m), \quad (4.96)$$

где $\omega = \sqrt{(m_1 + m) / (m_1 m C)}$ — круговая частота колебаний молотка, совершаемая в процессе движения.

Уравнения (4.93) и (4.94) показывают, что скорость движения молотка включает в себя колебательную составляющую с круговой частотой ω . Если общая гибкость элементов клавишного механизма будет достаточно велика, колебательная составляющая может существенно сказываться на динамической характеристике клавишного механизма [7] (рис. 4.24). При этом нарастание прикладываемого к клавише усилия может привести к снижению скорости молотка в момент, предшествующий удару по струне. Поэтому при проектировании клавишных механизмов частоту собственных колебаний механизма необходимо делать либо слишком большой, чтобы $t \gg 1/\omega$, либо слишком малой, чтобы $\cos \omega t \approx 1$, $\sin \omega t \approx 0$. Один из путей уменьшения колебательной составляющей, практически реализуемой в современных механизмах, — снижение гибкости элементов механизма, массы клавиши и других подвижных элементов по отношению к массе молотка. Если эти условия выполняются достаточно хорошо, уравнения (4.93), (4.94), (4.95) и (4.96) примут следующий вид:

$$v_m = Ft / (m_1 + m); \quad (4.97)$$

$$x = Ft^2 / [2(m_1 + m)]; \quad (4.98)$$

$$v_m = \varphi t^2 / [2(m_1 + m)]; \quad (4.99)$$

$$x = \varphi t^3 / [6(m_1 + m)]. \quad (4.100)$$

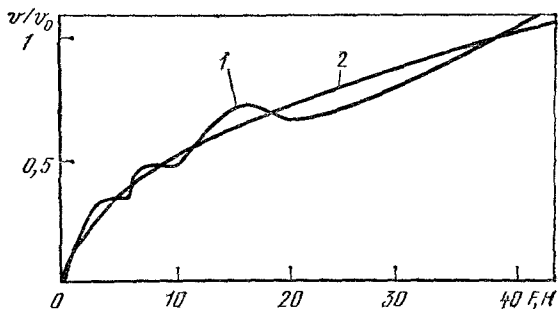


Рис. 4.24. Зависимость скорости движения молотка от силы удара по клавише:

1 — с учетом составляющей собственных колебаний; 2 — идеализированная

Звуковое давление, создаваемое молотком, можно считать для одного и того же клавишного механизма пропорциональным скорости движения молотка в момент, предшествующий удару по струне, т. е.

$$p = kv_0, \quad (4.101)$$

где k — постоянный коэффициент; v_0 — скорость молотка в момент, предшествующий удару по струне ($t = t_y$).

Если значения скорости молотка v_0 и звукового давления p принять для некоторого фиксированного значения силы удара по клавише, например для $F_m = 30$ Н, будет справедливо соотношение

$$p/p_a = v_0/v_{0a}, \quad (4.102)$$

где p_a — звуковое давление при силе удара по клавише F_m ; v_{0a} — скорость молотка при силе удара по клавише F_m .

С учетом уравнений (4.97), (4.98), (4.99) и (4.100) выражение (4.102) для момента удара молотком по струне $t = t_y$ можно представить:

при игре приемом стаккато

$$p/p_a = v_0/v_{0a} = (F/F_m)^{1/2}; \quad (4.103)$$

при игре приемом легато

$$p/p_a = v_0/v_{0a} = (\varphi/\varphi_0)^{1/3}, \quad (4.104)$$

где φ_0 — скорость нарастания силы при фиксированной силе удара F_m .

Для момента времени $t = t_y$ уравнение (4.104) можно привести к виду (4.103). Это соотношение выражает идеализированную динамическую характеристику клавишного механизма фортепиано [20] (см. рис. 4.24, кривая 2, рис. 4.25, 4.26). Экспериментально полученные динамические характеристики клавишных механизмов различных моделей пианино несколько отличаются от идеализированной [21] (см. рис. 4.25), причем все они находятся в определенной зоне разброса (см. рис. 4.26).

Качество клавишного механизма фортепиано тем выше, чем ближе его динамическая характеристика к идеализированной.

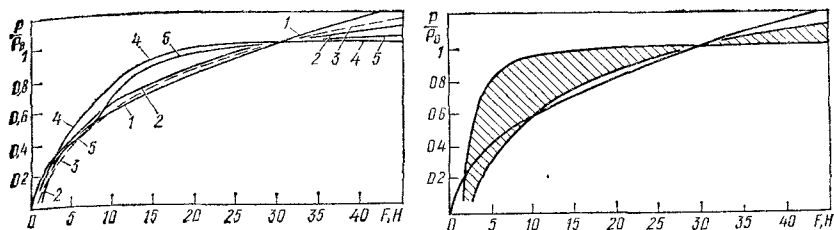


Рис. 4.25. Динамическая характеристика клавишных механизмов различных моделей пианино

1—идеализированная; 2, 3, 4, 5—условные номера моделей

Рис. 4.26. Зона разброса динамических характеристик клавишных механизмов массового производства и идеализированная характеристика

Значения усилий и сообщаемой механизму энергии, полученные экспериментально при градации одним из опытных музыкантов ударов от форте-фортиссимо *fff* до пиано *p*, приведены в табл. 4.10 [6].

Таблица 4.10. Значения усилий и энергии в зависимости от градации ударов

Степень удара	Максимальная сила удара по клавише, Н		Энергия, переданная механизму, Дж	
	Легато	Стаккато	Легато	Стаккато
<i>fff</i>	37,5	—	637	—
<i>ff</i>	7,9	29,2	208	552
<i>f</i>	3,9	3	97	65
<i>mf</i>	2	1,1	49	56
<i>p</i>	0,68	0,71	35	28

Приведенные данные соответствуют частному случаю и представляют лишь качественную картину градации ударов.

Репетиция В — параметр, характеризующий максимально возможную быстроту повторения ударов молоточка без пропусков по одной и той же струне в секунду. В инструментах, выпускаемых промышленностью, она составляет 8...15 ударов в секунду.

Репетиция зависит от приема игры (стаккато, легато). При анализе репетиционных возможностей клавишного механизма необходимо рассмотреть две фазы его работы. Первая фаза — воздействие на подвижные элементы механизма до момента свободного полета молотка, вторая — удар молотка по струне и возвращение его и остальных подвижных элементов механизма в исходное состояние. Молоток подлетает к струне, производит удар и за счет отдачи ему струной части кинетической энергии быстро возвращается в исходное положение. Остальные подвижные элементы механизма под действием запасенной в гиб-

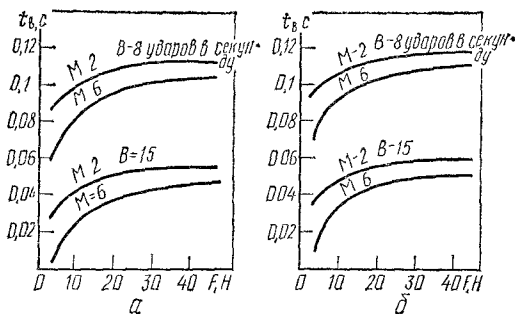


Рис. 4.27. Зависимость минимально допустимого времени восстановления работоспособности клавишного механизма от силы удара для различных репетиций и приемов игры при приведенной массе механизма: $\alpha - 0,3$ кг; $\beta - 0,2$ кг

костях энергии и силы тяжести при освобождении клавиши также должны весьма быстро возвращаться в исходное положение. Время движения подвижных элементов клавишного механизма до момента удара по струне зависит от их приведенной массы и силы удара по клавише.

Из соотношений (4.98) и (4.100) с учетом допускаемых вариантов представления силы удара по клавише (см. рис. 4.23) можно найти время движения клавиши до момента удара молотком по струне:

$$t_m = t_y = \sqrt{Mx(m_1 + m)/F_y}, \quad (4.105)$$

где M — коэффициент формы импульса силы ($M = 2$ при игре приемом стакато, $M = 6$ при игре приемом легато); x — глубина погружения клавиши; F_y — усилие в конце хода клавиши.

Поскольку время движения клавиши до момента удара является практически величиной неизменяемой, так как приведенная масса $m_1 + m$ мало изменяется для различных конструкций клавишных механизмов, глубина погружения клавиши $x = 9 \dots 10$ мм стандартна, сила удара F лежит в пределах физических возможностей музыканта ($F < 40$ Н), остается единственной возможностью — воздействовать на время возвращения механизма в рабочее состояние после удара t_b :

$$t_b = 1/B - t_m = 1/B - \sqrt{Mx(m_1 + m)/F_y}. \quad (4.106)$$

При расчетах репетиции можно пользоваться формулой (4.106), а также расчетными кривыми зависимости времени восстановления работоспособности клавишного механизма от силы удара по клавише (рис. 4.27). Влиянием силы статического сопротивления на репетицию механизма здесь пренебрежено.

4.6. НАСТРОЙКА

Под *настройкой* фортепиано понимают процесс получения необходимой высоты (частоты) колебаний струн в соответствии с 12-ступенным равномерно-темперированным строем и выбранной мензурой путем создания определенных усилий натяжения струн.

Методы настройки. В основе их лежит сравнение по частоте музыкальных интервалов (квинта, кварта, октава) и получение требуемых количеств биений тонов этих интервалов. Частоты тонов, образующих интервалы квинты и кварты, и количества биений их гармоник для зоны темперации приведены в табл. 4.11.

Таблица 4.11. Биения, образуемые гармониками тонов квинты и кварты

Отсчет интервала квинты	Частота колебаний гармоника, Гц		Частота биений, Гц
	3-й	2-й	
<i>ля</i> — <i>ми</i> ¹	660	659,25	0,75
<i>ля-диез</i> — <i>фа</i> ¹	699,24	698,45	0,79
<i>си</i> — <i>фа-диез</i> ¹	740,82	739,99	0,83
<i>до</i> ¹ — <i>соль</i> ¹	784,88	783,99	0,89
<i>до-диез</i> ¹ — <i>соль-диез</i> ¹	831,54	830,61	0,93
<i>ре</i> ¹ — <i>ля</i> ¹	880,99	880	0,99
<i>ре-диез</i> ¹ — <i>ля-диез</i> ¹	933,38	932,33	1,05
<i>ми</i> ¹ — <i>си</i> ¹	988,88	987,76	1,12
<i>фа</i> ¹ — <i>до</i> ²	1047,68	1046,5	1,18
<i>фа-диез</i> ¹ — <i>до-диез</i> ²	1109,98	1108,73	1,25
<i>соль</i> ¹ — <i>ре</i> ²	1175,99	1174,65	1,34
<i>соль-диез</i> ¹ — <i>ре-диез</i> ²	1249,51	1244,5	1,41
<i>ля</i> ¹ — <i>ми</i> ²	1332,91	1331,43	1,48

Отсчет интервала чистой кварты	Частота колебаний гармоника, Гц		Частота биений, Гц
	4-й	3-й	
<i>ля</i> ¹ — <i>ре</i> ¹	880	880,99	0,99
<i>ля-диез</i> ¹ — <i>ре-диез</i> ¹	932,33	933,38	1,05
<i>си</i> ¹ — <i>ми</i> ¹	987,76	988,88	1,12
<i>до</i> ¹ — <i>фа</i> ¹	1046,5	1047,68	1,18
<i>до-диез</i> ¹ — <i>фа-диез</i> ¹	1108,73	1109,98	1,25
<i>ре</i> ¹ — <i>соль</i> ¹	1174,65	1175,98	1,33
<i>ре-диез</i> ¹ — <i>соль-диез</i> ¹	1244,5	1245,91	1,41
<i>ми</i> ¹ — <i>ля</i> ¹	1318,51	1320	1,49
<i>фа</i> ¹ — <i>ля-диез</i> ¹	1396,91	1398,49	1,58
<i>фа-диез</i> ¹ — <i>си</i> ¹	1479,98	1481,64	1,66
<i>соль</i> ¹ — <i>до</i> ²	1567,98	1569,75	1,77
<i>соль-диез</i> ¹ — <i>до-диез</i> ²	1661,22	1663,09	1,87
<i>ля</i> ¹ — <i>ре</i> ²	1769,68	1773,26	1,96

Под *зоной темперации* понимают ту часть среднего регистра фортепиано, с которой начинается настройка инструмента, разбивка частот в соответствии с равномерно-темперированным строем. В чистом строе * интервал квинты составляет отношение

* Чистым называют строй, в котором интервалы имеют кратные отношения и не имеют биений.

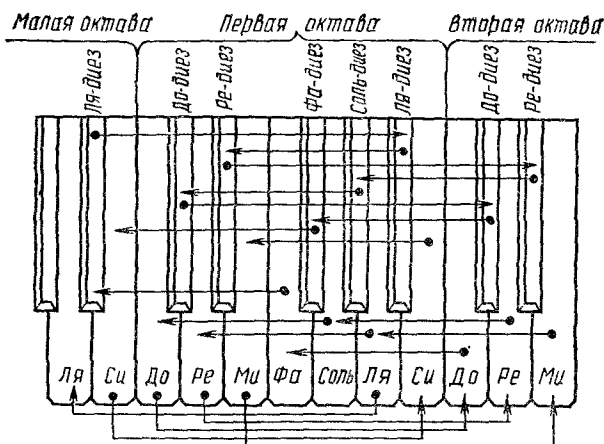


Рис. 4.28. Схема настройки зоны темперации октавно-квинтовым методом

частот двух тонов 2 : 3, а интервал квинты — 3 : 4. Соответственно 3-я и 2-я гармоники в первом случае и 4-я и 3-я во втором при звучании не образуют биений. В равномерно-темперированном строе интервалы квинты и квинты составляют отношение 2 : 2,997 и 3 : 4,005. В результате между 3-й и 2-й гармониками тонов, образующих квинту (7 полутонов), и 4-й и 3-й гармониками тонов, образующих квинту (5 полутонов), возникают биения порядка 1 Гц (негармоничностью обертонов пренебрежено из-за ее малости для соседних обертонов). Причем интервал темперированной квинты меньше интервала квинты чистого строя, а интервал темперированной квинты больше интервала квинты чистого строя.

Для настройки фортепиано на практике используют в основном три метода: октавно-квинтовый, квинто-квартный и квартно-квинтовый. При этом интервалы октавы настраиваются без биений, интервалы квинт и кварт — с биениями (см. табл. 4.11).

Октавно-квинтовый метод занимает зону темперации 20 полутонов (от ля малой октавы до ми второй октавы). Метод отличается от двух других тем, что вследствие большей ширины используемых интервалов октавы (12 полутонов) и квинты (7 полутонов) настройщик может с большей точностью произвести настройку инструмента. Однако большая ширина зоны темперации делает этот метод более трудоемким. Настройку начинают с тона ля первой октавы (440 Гц) по камертону, добиваясь натяжением струн хора отсутствия биений. Дальше настройка производится по схеме (рис. 4.28) в такой последовательности:

- ля¹ — ля — настраивается чисто, без биений;
- ля¹ — ре¹ — квинта вниз;
- ре¹ — ре² — октава вверх (чисто);
- ре² — соль¹ — квинта вниз;
- соль¹ — до¹ — » »

до¹ — до² — октава вверх (чисто);
до² — фа¹ — квинта вниз;
фа¹ — ля-диез — » »
ля-диез — ля-диез¹ — октава вверх (чисто);
ля-диез¹ — ре-диез¹ — квинта вниз;
ре-диез¹ — ре-диез² — октава вверх (чисто);
ре-диез² — соль-диез¹ — квинта вниз;
соль-диез¹ — до-диез¹ — » »
до-диез¹ — до-диез² — октава вверх (чисто);
до-диез² — фа-диез¹ — квинта вниз;
фа-диез¹ — си — » »
си — си¹ — октава вверх (чисто);
си¹ — ми¹ — квинта вниз;
ми¹ — ми² — октава вверх (чисто);
ми² — ля¹ — квинта вниз.

Последний интервал проверяется (не настраивается) по количеству биений, так как тон *ля* первой октавы был настроен по камертону, т. е. в связи с сужением квинты примерно на 1,5 колебания в секунду этот интервал должен дать 1,5 биения в секунду. Если в последнем интервале получилось другое число биений, проверяют всю темперацию сначала до тех пор, пока не получится требуемое. Биения в интервале квинты могут образоваться за счет не только его сужения, но и расширения. Это можно легко проверить, задемпфировав все струны хора, кроме одной. Если при усилении натяжения этой струны биения будут уменьшаться, интервал настроен правильно, увеличиваться — неправильно.

После настройки зоны темперации чисто в октаву настраивают другие тона вниз и вверх от зоны темперации. Настройка басовой части инструмента может производиться сравнением частот через октаву.

Квинто-квартовый метод охватывает зону темперации 13 полутонов (от *ля* малой октавы до *ля* первой октавы). Здесь используются квинтовые и квартовые интервалы и один октавный интервал. Метод получил наибольшее распространение, так как его можно выполнять по разным схемам движения квинтовых и квартовых интервалов. Кроме того, гармоника, близкие по частоте основному тону, воспринимаются слухом лучше. Настройку начинают с тона *ля* первой октавы (440 Гц) по камертону. Дальше настройку зоны темперации можно выполнять по двум вариантам.

По *первому варианту* настройку ведут по схеме (рис. 4.29) в такой последовательности:

ля¹ — ля — октава вниз (чисто);
ля¹ — ре¹ — квинта вниз;
ре¹ — соль¹ — кварта вверх;
соль¹ — до¹ — квинта вниз;
до¹ — фа¹ — кварта вверх;
фа¹ — ля-диез — квинта вниз;
ля-диез — ре-диез¹ — кварта вверх;

ре-диез¹ — соль-диез¹ — кварта вверх;
соль-диез¹ — до-диез¹ — квинта вниз;
до-диез¹ — фа-диез¹ — кварта вверх;
фа-диез¹ — си — квинта вниз;
си — ми¹ — кварта вверх;
ми¹ — ля¹ — » »

При правильной настройке зоны темперации последняя кварта должна оказаться правильно темперированной (примерно на 1,5 биения в секунду выше чистой кварты). Если при понижении частоты одной свободной струны при задемпфированных остальных частота биений кварты будет уменьшаться, темперация выполнена правильно, повышаться — неправильно.

Тогда нужно подкорректировать всю темперацию. Тона других октав строятся чисто в октаву с зоной темперации.

По второму варианту настройку ведут в такой последовательности:

ля¹ — ля — октава вниз (чисто);
ля — ми¹ — квинта вверх;
ми¹ — си — кварта вниз;
си — фа-диез¹ — квинга вверх;
фа-диез¹ — до диез¹ — кварта вниз;
до-диез¹ — соль-диез¹ — квинта вверх;
соль-диез¹ — ре-диез¹ — кварта вниз;
ре-диез¹ — ля-диез — » »
ля-диез — фа¹ — квинта вверх;
фа¹ — до¹ — кварта вниз;
до¹ — соль¹ — квинта вверх;
соль¹ — ре¹ — кварта вниз.

Дальнейшую настройку проводят по первому варианту.

Кварто-квинтовый метод охватывает зону темперации 12 полутонов (от *ми* первой октавы до *ми* второй октавы). При этом методе используются квартовые и квинтовые интервалы. Тон *ля*

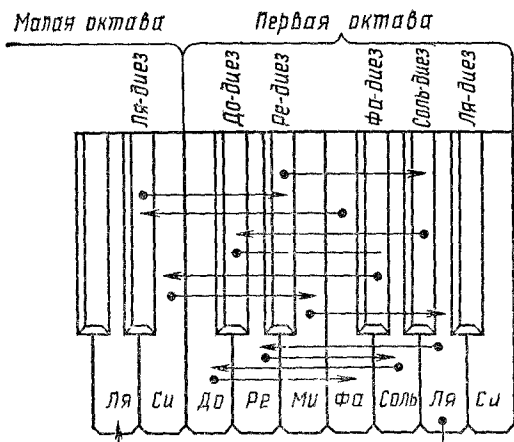


Рис. 4.29. Схема настройки зоны темперации квинто-квартовым методом (по первому варианту)

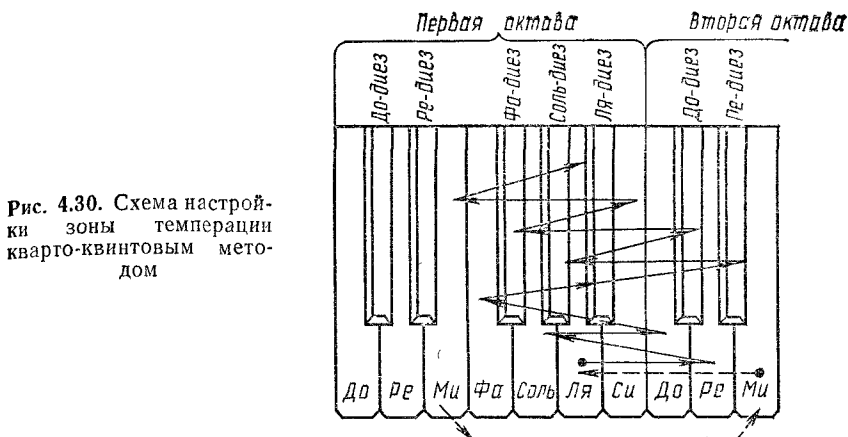


Рис. 4.30. Схема настройки зоны температуры кварго-квинтовым методом

первой октавы (440 Гц) настраивают по камертону. Настройку других полутонов производят по схеме (рис. 4.30) в следующем порядке:

$ля^1$ — $ре^2$ — кварта вверх;
 $ре^2$ — $соль^1$ — квинта вниз;
 $соль^1$ — $до^2$ — кварта вверх;
 $до^2$ — $фа^1$ — квинта вниз;
 $фа^1$ — $ля-диез^1$ — кварта вверх;
 $ля-диез^1$ — $ре-диез^2$ — » »
 $ре-диез^2$ — $соль-диез^1$ — квинта вниз;
 $соль-диез^1$ — $до-диез^2$ — кварта вверх;
 $до-диез^2$ — $фа-диез^1$ — квинта вниз;
 $фа-диез^1$ — $си^1$ — кварта вверх;
 $си^1$ — $ми^1$ — квинта вниз,
 $ми^1$ — $ля^1$ — кварта вверх.

Последний интервал будет контрольным, так как тон *ля* первой октавы настроен по камертону. Дальнейшая настройка производится так же, как и другими методами.

Виды настроек. В процессе производства фортепиано настраивается, как правило, пять или более раз. Две настройки выполняют обычно в еще не собранном инструменте после наложения струн на футор. Эту предварительную настройку называют *цвиковкой*. Цвиковку проводят с меньшей тщательностью, чем окончательную настройку, поэтому для нее часто применяют специальные приборы для настройки, выпускаемые промышленностью разных стран. Основное назначение цвиковки — подвергнуть струнную одежду и опорную конструкцию естественной релаксации (текучести), чтобы уменьшить ее по завершении производства, а следовательно, улучшить эксплуатационные характеристики фортепиано. При первой цвиковке строи завывают на полтона, используя для этого специальный камертон или прибор для настройки тона *ля*. При второй цвиковке

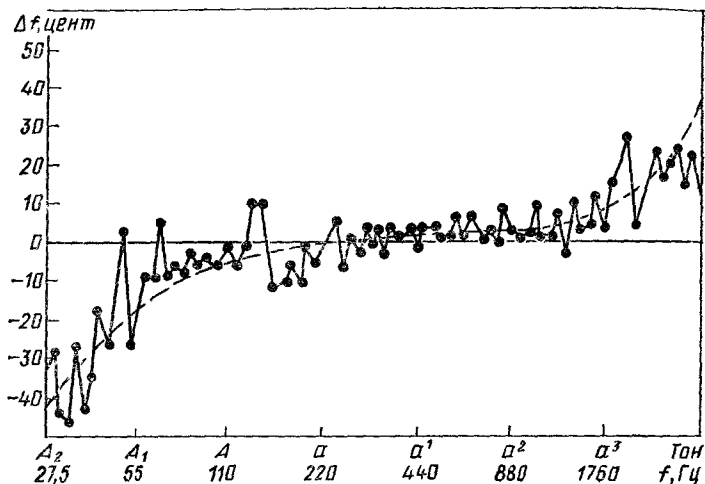


Рис. 4.31. Кривая настройки фортепиано

завышение строя составляет четверть тона. Между первой и второй цвиковками делается выдержка примерно 3 дня.

После сборки инструмента в корпус и установки механики делают *первую* настройку, причем по специальному камертону завывают строй на четверть тона. Требования к качеству первой настройки менее жесткие, чем к последующим. При *второй* настройке строй завывают на $\frac{1}{8}$ тона, *третьей* — $\frac{1}{16}$ тона. Выдержка между настройками должна быть не менее 6 дней.

Настройку в условиях эксплуатации обычно делают без завывания строя.

Тщательные измерения частот основных тонов хорошо настроенных, с точки зрения музыкантов, фортепиано показывают, что строй таких фортепиано отличается от математической шкалы частот (см. табл. 2.3). В результате замеров для каждого инструмента обнаруживается своя кривая настройки (рис. 4.31). Практически не существует двух инструментов с одинаковыми кривыми настройки, поэтому целесообразно говорить об *усредненной* кривой настройки (см. рис. 4.31, *пунктир*). Причем такие усредненные кривые могут существенно отличаться у различных инструментов даже одной модели. Отклонение частот в крайних регистрах от расчетных может составлять 30 центов и более.

Несоответствие экспериментальных кривых настройки математическому строю обусловлено негармоничностью обертонов струн и влиянием опоры (см. п. 3.3). При движении вниз от зоны темперации с частотами основных тонов этой зоны сравниваются частоты первых обертонов нижних тонов рядом стоящей октавы. Однако эти частоты обычно выше математических

частот вторых гармоник. Интенсивность же их достаточно велика и в нижнем регистре превышает интенсивность основных тонов. Таким образом, вследствие негармоничности обертонов основные тоны соседней октавы и нижних октав постепенно понижаются. В результате занижение основных тонов в субконтроктаве может достигать 30.. ..40 центов.

Настройка верхней соседней с зоной темперации октавы производится по первым обертонам тонов зоны темперации, которые имеют завышенные частоты по отношению ко вторым гармоникам. Это приводит к тому, что основные тоны верхних октав оказываются завышенными, причем завышение увеличивается по мере удаления от зоны темперации.

Картина усредненных кривых настройки обертонов вследствие их негармоничности не совпадает с кривой настройки основного тона, или нулевого обертона (рис. 4.32). Кривые различны для различных инструментов, что затрудняет механизацию и автоматизацию процесса настройки фортепиано.

Настроенные на слух фортепиано воспринимаются музыкантами как правильно настроенные. Инструмент, настройка основных тонов которого выполнена в соответствии с математическими частотами равномерно-темперированного строя, кажется на слух ненастроенным.

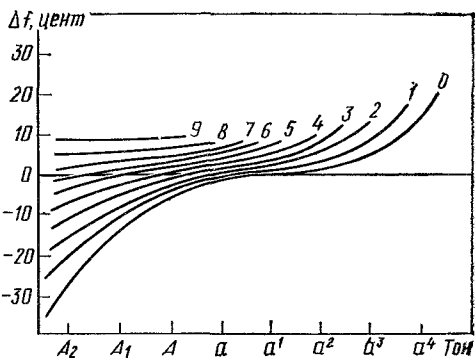


Рис. 4.32. Усредненные кривые настройки обертонов (цифры у кривых — номера обертонов)

5. ЩИПКОВЫЕ МУЗЫКАЛЬНЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ

5.1. СОСТАВ И ОСОБЕННОСТИ

Группа щипковых музыкальных инструментов наиболее распространена. В эту группу входят гитары, мандолины, арфы, клавишины и др. К щипковым относят значительную часть национальных инструментов: балалайки, домры, гусли, бандуры, цимбалы, домбры, дутары, комузы, тары, сазы и др. Отличительными особенностями щипковых являются способ извлечения звуков щипком пальцами или с помощью плектра (медиадора) и поргативность этих инструментов (кроме арфы и клавишины). В клавишине щипок струн осуществляется с помощью специального клавишного механизма.

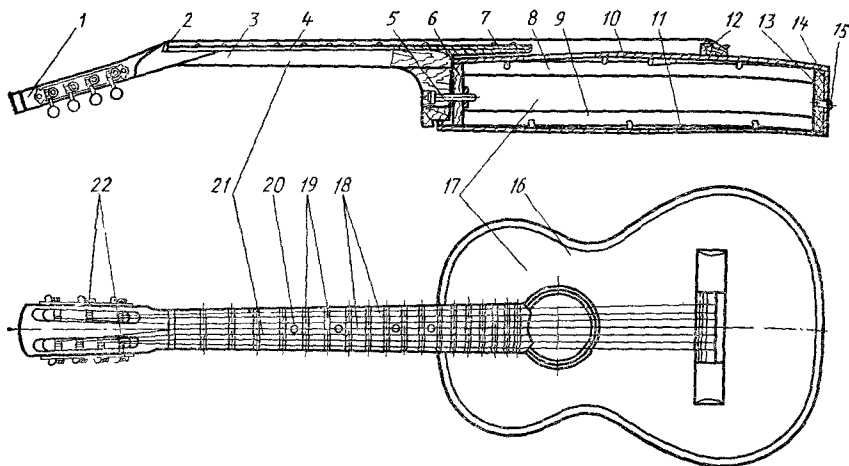


Рис. 5.1. Гитара:

1—головка; 2—порожек; 3—ручка; 4—наклейка; 5—винт; 6—клец верхний; 7—пружины; 8—контрбечайка верхняя; 9—контрбечайка нижняя; 10—дека; 11—дно; 12—подставка для струн; 13—клец нижний; 14—обечайка; 15—кнопка; 16—обкладка; 17—корпус; 18—струны; 19—ладовые пластины; 20—точки; 21—гриф; 22—колковая механика

Гитара — самый распространенный инструмент группы щипковых. По количеству струн гитары делят на шестиструнные, семиструнные и двенадцатиструнные. В зависимости от размеров и строя гитары подразделяют на примы, терциевые, квартовые и квинтовые. Гитары используются для сольного, ансамблевого, оркестрового исполнения музыкальных произведений и для учебных целей. По назначению гитары подразделяют на обычные и концертные.

Гитара состоит из корпуса 17 (рис. 5.1), грифа 21 и струн 18. Гриф 21 включает в себя головку 1, порожек для струн 2, ручку 3, наклейку 4, ладовые пластины 19, точки 20, колковую механику 22. В корпусе 17 имеются винт 5, клец верхний 6, пружины 7, контрбечайка верхняя 8, контрбечайка нижняя 9, дно 11, клец нижний 13, обечайка 14, обкладка 16, обеспечивающие жесткость конструкции. Подставка для струн 12 опирается на дека 10, с помощью которых передаются колебания струн окружающей среде. Кнопка 15 служит для предохранения корпуса деки от механических повреждений. Основные размеры гитар приведены в табл. 5.1.

Расположение пружин на деке (с внутренней стороны) может быть различным (вверное, перекрестное, комбинированное), на рис. 5.2 показан один из вариантов. Дека и дно гитары изготовляют из резонансной древесины (ель) или специальной фанеры, гриф — из твердолиственных пород древесины (бук, береза, клен, граб). Ручка грифа может быть монолитной или переклейной (трех- или многослойной). Многослойные грифы

Таблица 5.1. Основные размеры некоторых видов гитар, мм

Параметры	Концертная	Обычная	Терццевая	Квартовая
Длина				
общая	1005	940	900	825
рабочей части струн	650	610	585	540
корпуса	485	458	420	395
Ширина корпуса				
в широкой верхней части	278	276	235	230
в широкой нижней части	366	343	320	306
в узкой средней части	238	224	210	195
Высота корпуса				
максимальная	100	85	85	73
минимальная	86	70	65	59
Ширина грифа				
у порожка	49	49	45	43
у девятого лада	56	56	52	49
Толщина грифа				
у первого лада	22	21	20	19
у девятого »	25	23	22	21

применяют, чтобы исключить возможность их коробления. Иногда для большей стабильности формы гриф внутри армируют металлическим напряженным стержнем.

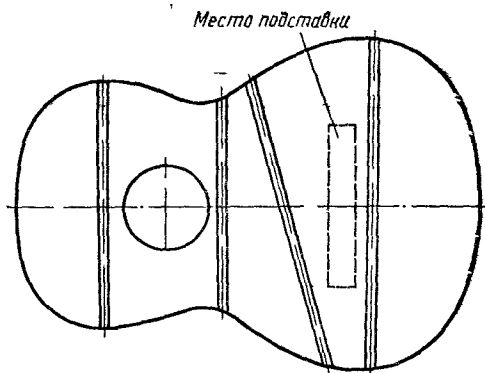
Струны гитар могут быть металлическими или синтетическими.

Мандолина — инструмент, имеющий различные формы корпуса: овальная, полуовальная и плоская. У них 4 струны (оркестровые) или 8 струн (4 парные), короткий тонкий гриф с врезными ладами и клепочная (из отдельных тонких узких деревянных долей) конструкция корпуса (овальные мандолины). Мандолины используют как сольные, ансамблевые или оркестровые инструменты. Их подразделяют на примы, мандолы, люты, контрабасы.

Овальная мандолина состоит из головки 1 (рис. 5.3), порожка 2, ручки 3, наклейки 4, деки 5, пружины 6, подставки 7, клеца 8, струнодержателя 9, панциря 10, обкладки 11, щитка 19, бортика 18, бочка 17, клепок косых 16, клепок центровых 21, жилок между клепками 20, струн 12, ладовых пластин 13, точек 14 и колковой механики 15. Основные размеры мандолин приведены в табл. 5.2.

В зависимости от формы корпуса тембр звука мандолины принимает различные оттенки. Деки мандолин изготовляют из резонансной древесины, клепки — переклейной специальной фанеры, гриф — твердолиственных пород древесины (бук, граб, клен, береза).

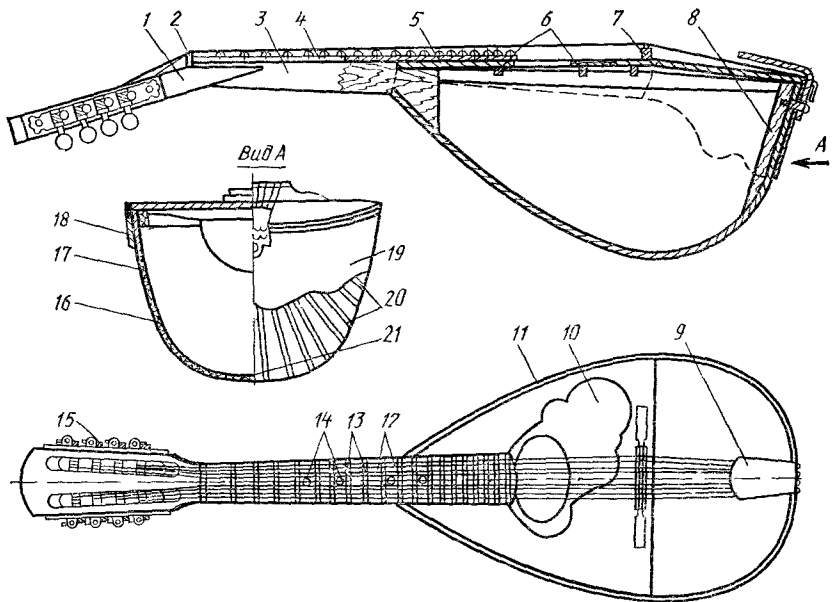
Арфа — наиболее богатый в тембровом отношении инструмент и наиболее сложный в конструктивном исполнении по сравнению с другими инструментами щипковой группы. Струны



←
Рис. 5.2. Расположение пружин на деке гитары

Рис. 5.3. Овальная мандолина:

- 1—головка; 2—порожек; 3—ручка; 4—наклейка; 5—дека, 6—пружины; 7—подставка; 8—клеп, 9—струнодержатель, 10—панцирь, 11—обкладка; 12—струны; 13—ладовые пластины; 14—точки, 15—колковая механника; 16—клетки косые, 17—бочок, 18—бортик, 19—щиток; 20—жилки; 21—клетки центровые



арфы натянуты вертикально на раме с резонатором (корпус с декой) (рис. 5.4). Строй арфы основан на диатонической гамме, диапазон звучания — 6,5 октавы (от *ре-бемоль* контроктавы до *соль-диез* четвертой октавы) Для извлечения хроматических звуков служит педальный механизм, позволяющий перестраивать частоты колебаний струн на полтона выше или ниже. Басовые струны арфы делают обычно металлическими, обвитыми. Остальные струны жильные. Струны, настраиваемые на тон *до* во всех октавах красного цвета; на тон *фа* — синего, что позволяет при игре легко определять тон зашипываемой струны.

Таблица 5.2. Основные размеры Мандолин мм

Параметр	Прима		
	овальная	полуовальная	плоская
Длина			
общая	620...630	620...630	620...630
рабочей части струны	335...350	335...350	335...350
корпуса	315...320	315...320	315...320
Ширина корпуса	200...210	245...250	270
Высота »	145	95	70
Ширина грифа			
у корпуса	28	28	28
у шестого лада	—	34	34
у десятого »	37	—	—
Толщина грифа			
у первого лада	20	20	20
у шестого »	—	22	22
у девятого »	27	—	—
Толщина деки	2,5	2,5	2,5

Параметр	Мандола	Люга	Контрабас
----------	---------	------	-----------

Длина			
общая	740...760	950...970	1500
рабочей части струны	425...435	555...575	900...1000
корпуса	350...360	460...480	910...920
Ширина корпуса	240...250	300...310	750...770
Высота »	180...185	210...215	120...130
Ширина грифа			
у корпуса	30	42	47
у шестого лада	—	—	—
у десятого »	44	55	57
Толщина грифа			
у первого лада	25	28	35
у шестого »	—	—	—
у девятого »	35	38	42
Толщина деки	2,75	3,5	4

Арфа используется для сольного, ансамблевого и оркестрового исполнения музыкальных произведений.

На деке 1 (рис. 55) корпуса арфы посредством верхнего 2 и нижнего 3 брусков образована опора для крепления нижних концов струн. Шпангоут 4 служит для придания жесткости корпусу. Пружины 5, укрепленные на деке 1, обеспечивают ее жесткость, влияют на определенные акустические параметры инструмента. Конструктивные элементы корпуса арфы, а именно обечайка 6, бортик деки 7, бортик боковины 8, дно боковины 9, верхняя 10 и нижняя 11 контрбечайки, планка 12 и прокладка

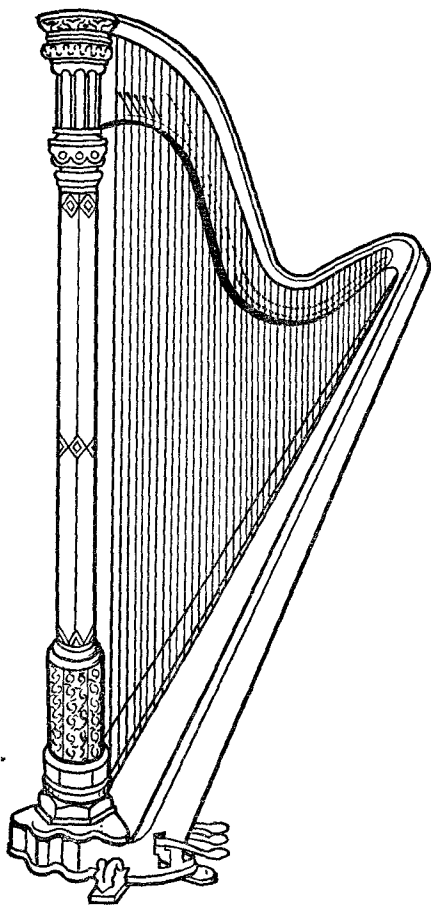


Рис. 5.4. Арфа

струнными, а также шестиструнными с парными струнами (3 пары). По диапазону звучания балалайки подразделяют на примы, секунды, альты, басы и контрабасы.

Конструктивно балалайки выполняются в виде треугольного резонатора с тонким грифом. Головка 1 (рис. 5.6) с колковой механикой 18 служит для натяжения струн при настройке. Ручка грифа 3 с наклейкой 4, ладовыми пластинами 15, точками 16 и порошком 2 необходимы для накладки струн 17 и удобства игры. Клец 5 обеспечивает жесткость крепления грифа к корпусу. Подставка 8 и порожек 11 являются точками опоры и крепления струн. Контробечайка 7, задинка 10, обкладки 12 и 21, розетка 14, кружок 20 придают инструменту прочностные качества и служат для декоративного оформления. Пружина 6

13, придают ему требуемую жесткость, служат для удобства при игре и эстетического оформления.

Клавесин—старинный щипковый сольный и оркестровый инструмент. В настоящее время используется для исполнения старинных музыкальных произведений. Он имеет одну-две клавиатуры и различные регистры для расширения дискантов и изменения тембровой окраски звука (фаготный регистр, лютневый регистр и т. д.). Диапазон звучания клавесина до 5 октав. Извлечение звука осуществляется путем защипывания струн специальным клавишным механизмом. Изменение силы и тембра звука не зависит от характера удара по клавишам. Путем переключения регистров можно в некоторых пределах изменять тембр звука. На смену клавесину пришло фортепиано.

Балалайка — русский, украинский и белорусский народный музыкальный инструмент. Его используют для сольного выступления и в составе струнных оркестров. Балалайки могут быть трех- или четырех-

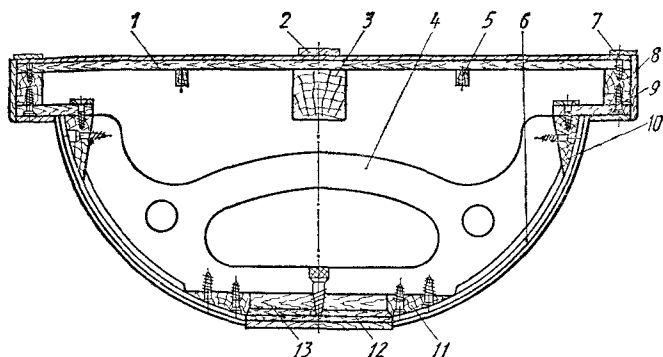
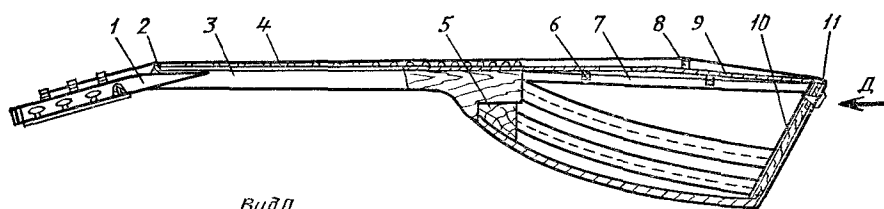


Рис. 5.5. Корпус арфы в разрезе:

1—дека; 2—верхний брус; 3—нижний брус; 4—шпангоут; 5—пружины; 6—обечайка; 7—бортик деки; 8—бортик боковины; 9—дно боковины; 10—контрбечайка верхняя; 11—контрбечайка нижняя; 12—планка с окнами; 13—прокладка



Вид Д

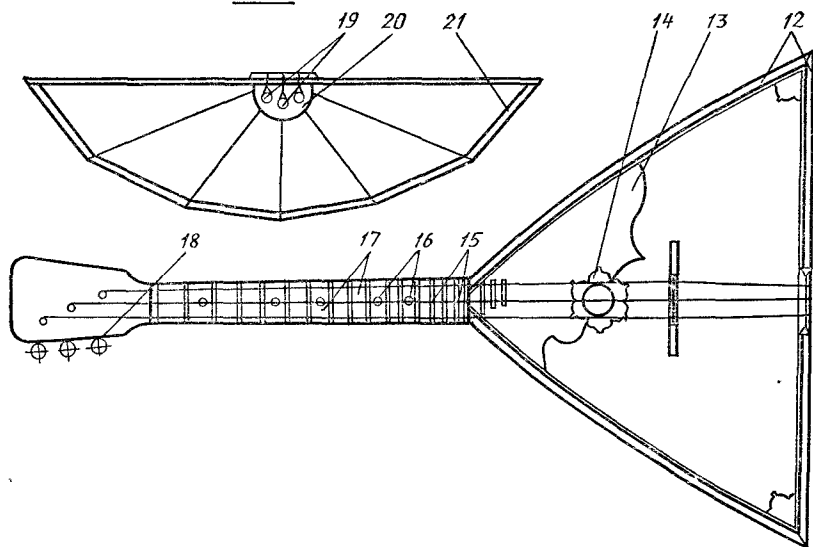


Рис. 5.6. Балалайка:

1—головка грифа; 2—порожек верхний; 3—ручка грифа; 4—наклейка; 5—клей; 6—пружина; 7—контрбечайка; 8—подставка для струн; 9—дека; 10—задника; 11—порожек нижний; 12—обкладка деки; 13—панцирь; 14—розетка; 15—ладовые пластины; 16—точки; 17—струны; 18—колковая механика; 19—кнопки; 20—кружок; 21—обкладка задняя

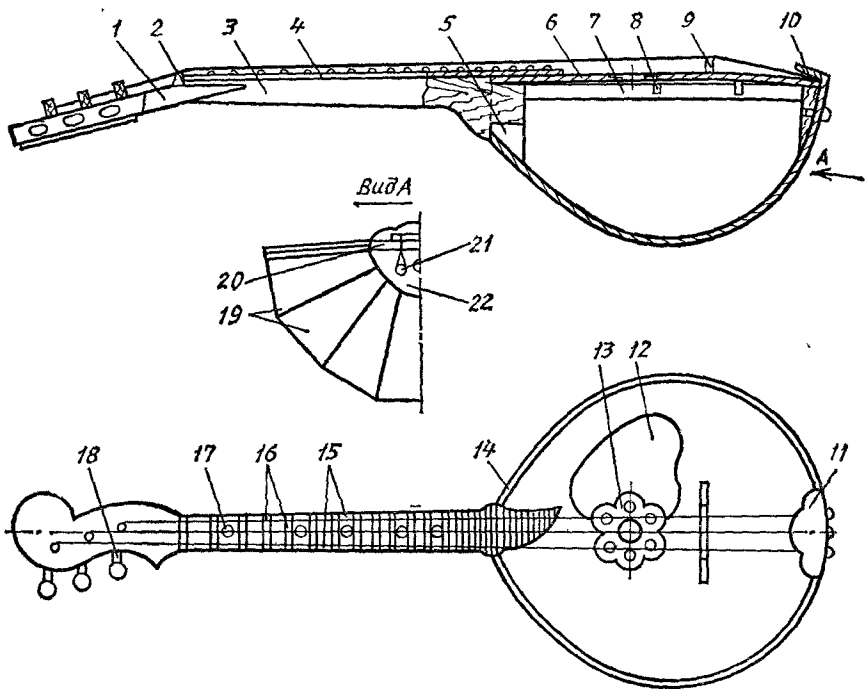


Рис. 5.7. Домра трехструнная:

1—головка; 2—порожек верхний; 3—ручка; 4—наклейка; 5—клеп верхний; 6—дека; 7—контрбечайка; 8—пружины; 9—подставка; 10—клеп нижний; 11—подструаник; 12—панцирь; 13—розетка; 14—обкладка; 15—струны; 16—ладовые пластины; 17—гочки; 18—колковая механика; 19—клепки; 20—порожек нижний; 21—кнопка; 22—кружок

и дека 9 наряду с корпусом определяют тембр звука инструмента. Панцирь 13 защищает дека от механических повреждений при игре. Кнопки 19 являются элементами крепления струн. Основные размеры балалаек приведены в табл. 5.3. Деки балалаек изготовляют из резонансной древесины, гриф — из твердолиственных пород древесины.

Домра — русский народный инструмент. Используется для сольного исполнения музыкальных произведений и в струнных оркестрах. Домры могут быть трех- и четырехструнными. По диапазону звучания домры делят на пикколо, примы, альты, тенора, басы.

Головка 1 (рис. 5.7) домры с колковой механикой 18 служит для натяжения струн 15 при настройке. Ручка 3 с наклейкой 4, ладовыми пластинами 16, точками 17 и порожком 2 служит для накладки струн и удобства при игре. Клеп 5 обеспечивает жесткость крепления грифа к корпусу. Подставка 9, порожек нижний 20 и подструаник 11 используются как точки опоры струн. Контрбечайка 7, пружины 8, клеп нижний 10,

Таблица 5.3. Основные размеры балалаек, мм

Параметр	Прима	Секунда	Альт	Бас	Контрабас
Длина					
общая	675...685	745...765	800...820	1120...1160	1600...1700
рабочей части струны	435...450	475...490	490...535	750...780	1100...1180
корпуса	275...290	310...325	325...355	500...535	790...820
Ширина корпуса наибольшая	420...435	485...500	510...525	700...735	1060...1250
Высота »	110...120	130...145	145...155	200...220	335...360
Ширина грифа					
у верхнего порожка	28...30	30...31	30...31	33...36	36...40
у двенадцатого лада	34...36	36...38	36...38	40...43	48...50
Толщина грифа					
у первого лада	16...17	19...20	19...20	28...31	36...40
у двенадцатого лада	19...20	23...24	23...24	34...36	40...52
Количество ладов	16	15	15	15	13
Толщина деки	2	2,5	2,5	3	4,5

Таблица 5.4. Основные размеры трехструнных домр, мм

Параметр	Пикколо	Прима	Альт	Тенор	Бас
Длина					
общая	460...480	625...630	755...780	875...880	1025...1065
рабочей части струны	260...280	380...400	490...505	585	685...715
корпуса	185...190	250...260	325...330	380	450...460
Ширина корпуса наибольшая	175...185	230...240	300...310	340...345	410...435
Высота »	85...90	110...120	130...140	150...160	180...200
Ширина грифа					
у порожка	22...23	23...25	25...27	27...28	28...32
у двенадцатого лада	27...28	28...31	31...33	33...36	36...40
Толщина грифа					
у первого лада	17...18	21...22	22...24	24...26	26...28
у двенадцатого лада	21...22	25...26	27...30	30...32	32...34
Количество ладов	19	19...24	19	19	19
Толщина деки	1,7	1,8—2	2,5	2,5	3

розетка 13, кнопка 21, обкладка 14, кружок 22, клепки 19 придают инструменту определенные прочностные качества. Пружины 8 и дека 6 наряду с корпусом определяют тембр звука инструмента. Панцирь 12 защищает деку от механических повреждений при игре. Основные размеры домр приведены в табл. 5.4, 5.5. Деки домр изготавливают из резонансной древесины (ель), гриф — из твердолиственных пород дерева.

Таблица 5.5. Основные размеры четырехструнных домр, мм

Параметр	Пикколо	Прима	Альт	Тенор	Бас	Контрабас
Длина						
общая	473	600	703	754	970	1495
рабочей части струны	274	350	420	474	630	990
корпуса	195	268	315	335	457	765
Ширина корпуса наибольшая	185	257	300	320	430	740
Высота корпуса наибольшая	96	130	138	144	200	320
Толщина деки	1,7	1,8	2,5	2,5	3	4

Банджо — инструмент американских негров. Используется в составе джаз-оркестров. Основное отличие банджо от других щипковых инструментов состоит в том, что в качестве деки используется туго натянутая на круглый деревянный или металлический корпус с плотным деревянным дном мембрана (кожа или синтетический материал). Подставка для струн располагается в центре мембраны. Количество струн 4, 6 или 8 (4 пары). По размерам банджо в основном подразделяют на банджо-гитару (диапазон звучания от *ми* большой октавы до *ре* четвертой октавы, количество струн — 6, рабочая длина струн — 620 мм, количество ладов — 22) и банджо-приму (диапазон звучания от *соль* малой октавы до *си* третьей октавы, количество струн — 4, длина рабочей части струны — 380 мм, количество ладов — 19). Гриф банджо изготавливают из твердолиственных пород древесины.

Бандура — украинский щипковый многострунный инструмент. Используется для сольного исполнения и в оркестрах. Для бандуры характерно наличие высоких струн (приструнков), натянутых над правой частью деки для исполнения мелодии, и низких, расположенных против грифа в левой части инструмента для басового сопровождения. Ладов нет. Количество струн может достигать 20.

Гусли — русский, украинский и белорусский национальный щипковый инструмент с диапазоном звучания от *ми* первой октавы до *си* второй октавы. Имеется несколько разновидностей гуслей, отличающихся по количеству струн (до 13) и наличию или отсутствию клавишного механизма. Гусли используют в ансамблях с другими инструментами, в основном при пении и ска-

зании былин. У народов СССР имеются различные инструменты типа гуслей: кантеле у карелов, каннель у эстонцев, кокле у латышей, капклес у литовцев, кюсле у марийцев.

Домбра — казахский щипковый инструмент с деревянной декой и длинным грифом, на котором от 7 до 14 ладов. Две жильные струны настроены в кварту или квинту. Диапазон звучания до двух октав.

Комуз — щипковый инструмент народов Средней Азии. У него деревянный корпус, переходящий в длинный гриф (без ладов), над которым натянуто три струны.

Дутар — щипковый инструмент, распространенный среди народов Средней Азии. У него две жильные струны, натянутые между корпусом из тутового дерева и грифом и настроенные в кварту или квинту. На грифе дутара 13—14, а иногда 20 ладов. Дека изготавливается обычно из тутового дерева. Дутары (прима, альт, бас, контрабас) включают в состав узбекских народных оркестров, а также используют для сольного исполнения и аккомпанемента.

Тар — щипковый инструмент, встречающийся у народов Кавказа и Средней Азии. У него деревянный корпус с натянутой мембраной из кожи, длинным грифом (от 17 до 23 ладов) и тремя парными струнами (три парными и одной одинарной). Звукоряд современного тара двенадцатиступенный. Применяют как сольный, ансамблевый и оркестровый инструмент.

Рубаб — щипковый инструмент, распространенный у многих народов Средней Азии. У него деревянный корпус с натянутой мембраной из кожи, гриф и 4—6 кишечных, шелковых или металлических струн (одна или две парные), настроенных обычно в кварту. Инструмент на грифе имеет неподвижные или подвижные лады, перемещаемые исполнителем в соответствии с используемым звукорядом. Звук извлекается плектром. Используется рубаб в основном для аккомпанемента пению или танцам.

5.2. АКУСТИЧЕСКИЙ АППАРАТ

По устройству акустического аппарата щипковые инструменты подразделяют на грифовые и безгрифовые. У грифовых инструментов при игре для изменения высоты звука струну прижимают к грифу, тем самым изменяется длина рабочей части струны (гитары, мандолины, балалайки, домры и др.). У безгрифовых инструментов постоянная длина рабочей части струны (арфа, клавесин, гусли и др.).

Акустический аппарат щипковых инструментов включает в себя корпус с декой (мембраной), струнную одежду и устройство фиксации струн (гриф, колковая доска с механизмом натяжения струн).

Акустический аппарат щипковых инструментов представляет собой сложную колебательную систему с распределенными

параметрами, поэтому при расчетах используют некоторые допущения. Для щипковых инструментов могут быть применены расчетные соотношения акустического аппарата (дек) фортепиано (см п. 4).

Теоретические предпосылки для расчета. Расчет собственной частоты колебаний воздушной среды резонатора (корпуса) производят по формуле Гельмгольца

$$f_{\text{в}} = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{2\pi r_0^2}{V_{\text{к}}(2h_0 + \pi r_0)}}, \quad (5.1)$$

где c_0 — скорость звука в воздухе; r_0 — радиус резонаторного отверстия; $V_{\text{к}}$ — объем заключенного в корпусе воздуха; h_0 — толщина деки у резонаторного отверстия

При использовании формулы предполагается, что давление в каждой точке объема резонатора одинаково. Это условие хорошо выполняется для корпуса в виде шара или куба. Для гитары и некоторых других щипковых инструментов из-за отклонения формы резонатора от идеальной формула может давать завышенные на 12...15 % значения частоты по сравнению с фактической.

Форма колебаний деки щипкового инструмента зависит от частоты. В первом приближении деку считают круглой пластиной (мембраной), опирающейся по краям на неподвижные опоры. Это в большой мере соответствует деке мандолины и домры. Эксперименты показывают, что дека при статической нагрузке принимает форму, близкую форме опирающейся по краям пластины [22]. Смещение пластины приближенно описывается формулой

$$x = x_0(1 - r^2/R^2), \quad (5.2)$$

где x — смещение на расстоянии r от центра; x_0 — смещение в центре пластины; R — радиус пластины.

Полагая, что такая форма смещения сохраняется на частотах резонанса, можно найти приближенные решения для действующих массы и упругости. Однако в связи с тем, что найти сопротивление излучения при такой форме колебаний деки весьма сложно, деку заменяют эквивалентным поршнем (как и в случае деки фортепиано) с амплитудой колебаний, равной амплитуде в центре деки. Изменение объема резонатора (корпуса) при смещении, описываемом уравнением (5.2), будет

$$\Delta V_{\text{р}} = \int_0^{2\pi} \int_0^R x_0(1 - r^2/R^2) r dr d\varphi = x_0\pi R^2/2. \quad (5.3)$$

Приравняв это изменение объема при смещении поршня, получим $x_0\pi R^2/2 = x_0\pi R_0^2$, откуда найдем выражение для ра-

диуса эквивалентного поршня R_0 через радиус деки R :

$$R_0 = R/\sqrt{2}. \quad (5.4)$$

Кинетическая энергия элемента круглой деки, имеющей смещение, описываемое уравнением (5.1),

$$dE_{\text{кл}} = 0,5 [x_0^2 (1 - r^2/R^2)^2 \omega^2 h \rho r dr d\varphi], \quad (5.5)$$

где ω — круговая частота колебаний деки; h — толщина деки; ρ — плотность материала деки.

Приравняв кинетическую энергию деки кинетической энергии эквивалентного поршня, получим

$$0,5 h \rho x_0^2 \omega^2 \int_0^{2\pi} \int_0^R (1 - r^2/R^2)^2 r dr d\varphi = 0,5 M_{\text{д}} \omega x_0^2. \quad (5.6)$$

Из выражения (5.6), проведя преобразования, найдем действующую массу деки:

$$M_{\text{д}} = h \rho \pi R^2 / 3. \quad (5.7)$$

Колебания деки на основной резонансной частоте можно представить в виде

$$x_1 = x_0 \cos \omega_{\text{д}} t = x_0 (1 - r^2/R^2) \cos \omega_{\text{д}} t, \quad (5.8)$$

где x_1 — смещение деки на частоте резонанса; $\omega_{\text{д}}$ — круговая основная резонансная частота колебаний деки.

При $r = R$ смещение $x_1 = 0$. Частоту $\omega_{\text{д}}$ можно найти из уравнения, выражающего равенство кинетической и потенциальной энергии, приведенного к полярным координатам,

$$\int_0^R \left[\left(\frac{dx_1}{dr} \right)^2 + \frac{1}{r} \frac{dx_1}{dr} \right] - \frac{\omega_{\text{д}}^2 \rho h x_1^2}{N} r dr = 0, \quad (5.9)$$

где $dx_1/dr = (2rx_0 \cos \omega_{\text{д}} t)/R^2$; $d^2x_1/dr^2 = (2x_0 \cos \omega_{\text{д}} t)/R^2$.

Подставив эти значения производных и смещения x_1 в уравнение (5.9), после сокращения получим

$$\int_0^R \left[\frac{16}{R^4} - \frac{\omega_{\text{д}}^2 \rho h}{N} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)^2 \right] r dr = 0. \quad (5.10)$$

Решение этого уравнения дает

$$8/R^2 - \omega_{\text{д}}^2 \rho h R^2 / (6N) = 0, \quad (5.11)$$

где $N = Eh^3/[12(1-\sigma^2)]$ — цилиндрическая жесткость деки; E — модуль упругости материала деки; σ — коэффициент Пуассона.

Частота собственных колебаний будет

$$\omega_d = \frac{2h}{R^2} \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\sigma^2)}} \quad (5.12)$$

или

$$\omega_d = 1/\sqrt{M_d C_d}, \quad (5.13)$$

где M_d — приведенная к центру масса деки; C_d — динамическая гибкость деки на резонансной частоте.

Из соотношений (5.7), (5.12) и (5.13) можно найти динамическую гибкость деки:

$$C_d = \frac{12(1-\sigma^2)\rho R^4}{48h^2 E M_d} = \frac{3R^2(1-\sigma^2)}{4\pi E h^3}. \quad (5.14)$$

Волновое сопротивление деки будет

$$W_d = \omega_d M_d = \pi \omega_d h \rho R^2 / 3 \approx \omega_d h \rho R^2. \quad (5.15)$$

Амплитуда силы воздействия на эквивалентный деке поршень может быть выражена формулой

$$F = z x_0, \quad (5.16)$$

где $z = r_d + r_1 + j[\omega(M_d + M_1) - (1/C_d + 1/C_1)/\omega]$ — полное механическое сопротивление деки; r_d — внутреннее активное сопротивление деки; r_1 , M_1 , C_1 — эквивалентные сопротивление, масса и гибкость среды, связанной с декой (реакция среды); $j = \sqrt{-1}$.

В идеальном случае, когда можно пренебречь внутренним сопротивлением деки ($r_d \ll r_1$), выражение для полного механического сопротивления деки будет

$$z = j[\omega M_d - 1/(\omega C_d)] + r_1 + j[\omega M_1 - 1/(\omega C_1)] = z_d + z_1, \quad (5.17)$$

где z_d — реактивное сопротивление (импеданс) деки; z_1 — реакция среды на колебания деки.

Для упрощения анализа реакции акустической среды на колебания деки корпус инструмента заменяют эквивалентным пульсирующим шаром, объем которого равен объему резонатора. Собственная частота колебаний шара с учетом влияния среды будет

$$\omega_{0ш} = 1/\sqrt{M_2 C_2}, \quad (5.18)$$

где $M_2 = M_d + M_1$; $C_2 = C_d C_1 / (C_d + C_1)$.

Реакция среды на пульсирующий шар

$$z_1 = \rho_0 c_0 \frac{jkr_{ш}}{1 + jkr_{ш}}, \quad (5.19)$$

где ρ_0 — плотность воздуха; $k = \omega_{0ш}/c_0$ — волновое число; $r_{ш}$ — радиус шара.

Активная составляющая сопротивления среды пульсирующему шару есть сопротивление излучению:

$$r_1 = \rho_0 c_0 S_{ш} k^2 r_{ш}^2 / [1 + (kr_{ш})^2], \quad (5.20)$$

где $S_{ш}$ — площадь поверхности шара.

Мнимая составляющая представляет собой произведение эквивалентной массы воздуха $M_{ш}$, заключенного в пульсирующем шаре, на круговую частоту его собственных колебаний:

$$M_{ш}\omega_{ш} = \rho_0 c_0^2 k r_{ш} S_{ш} / [1 + (k r_{ш})^2]. \quad (5.21)$$

Поскольку волновое число k есть функция частоты, сопротивление излучения и эквивалентная масса воздуха, заключенного в шаре, зависят от частоты возбуждения.

Приближенный расчет деки на примере мандолины [22]. Параметры одной из плоских мандолин-прима получены экспериментально с учетом влияния окружающей среды. Приведенная к центру эквивалентная масса деки $M_2 = 2,1 \cdot 10^{-2}$ кг; объем резонатора (корпуса) мандолины $V_K = 3 \cdot 10^{-3}$ м³; основная частота колебаний деки $f_{ос} = 460$ Гц; радиус деки $R = 0,13$ м; радиус резонаторного отверстия $r_0 = 2,5 \cdot 10^{-2}$ м. Радиус эквивалентной поршневой пластины $R_0 = 9,2 \cdot 10^{-2}$ м [см. формулу (5.4)], ее площадь $S_{п} = \pi R_0^2 = 2,66 \cdot 10^{-2}$ м².

Так как амплитуда колебаний дна мандолин много меньше амплитуды колебаний деки, примем для удобства расчетов дно абсолютно неподвижным и резонаторное отверстие расположенным в дне (рис. 5.8).

Динамическая гибкость деки с учетом влияния воздуха [см. выражение (5.18)] $C_2 = 1 / (M_2 \omega_{0ш}^2) = 1 / [2,1 \cdot 10^{-2} (2\pi \cdot 460)^2] = 5,7 \cdot 10^{-6}$ м/Н.

Гибкость воздуха резонатора $C_B = V_K / S_{п}^2 c_0^2 \rho_0 = 3 \cdot 10^{-3} / [(2,66 \cdot 10^{-2} \cdot 3,4 \times 10^{-2})^2 \cdot 1,23] = 2,98 \cdot 10^{-5}$ м/Н.

Гибкость деки $C_{д} = C_B C_2 / (C_B - C_2) = 2,98 \cdot 10^{-5} \cdot 5,7 \cdot 10^{-6} / (2,98 \cdot 10^{-5} - 5,7 \cdot 10^{-6}) = 7,05 \cdot 10^{-6}$ м/Н.

Подставив в выражение (5.21) значение волнового числа k , определим массу воздуха, заключенного в пульсирующем шаре: $M_{ш} = \rho_0 c_0^2 r_{ш} S_{ш} / [c_0^2 + (\omega_{ш} r_{ш})^2] = 6,93 \cdot 10^{-3}$ кг, где $\rho_0 = 1,23$ кг/м³; $c_0 = 340$ м/с; $r_{ш} = (3V_K / (4\pi))^{1/3} = [3 \cdot 3 \cdot 10^{-3} / (4 \cdot 3,14)]^{1/3} = 8,9 \cdot 10^{-2}$ м; $S_{ш} = 4\pi r_{ш}^2 = 9,95 \times 10^{-2}$ м².

Масса воздуха, колеблющегося с поршневой пластиной, $M_{п} = M_{ш} S_{п}^2 / S_{ш}^2 = 6,93 \cdot 10^{-3} (2,66 \cdot 10^{-2})^2 / (9,95 \cdot 10^{-2})^2 = 0,495 \cdot 10^{-3}$ кг.

Приведенная масса деки $M_d = M_2 - M_{п} = M_2 - M_1 = 2,1 \cdot 10^{-2} - 0,495 \times 10^{-3} \approx 2,05 \cdot 10^{-2}$ кг.

Принимая плотность материала деки (резонансной ели) $\rho = 400$ кг/м³, из выражения (5.7) найдем толщину деки: $h = 3M_d / (\pi \rho R^2) = 3 \cdot 2,05 \cdot 10^{-2} / (3,14 \cdot 400 \cdot 0,13^2) = 0,29 \cdot 10^{-2}$ м.

Модуль упругости деки из выражения (5.14) будет $E = \frac{3R^2(1 - \sigma^2)}{4\pi h^3 C_d} = \frac{3 \cdot 0,13^2 (1 - 0,3^2)}{4 \cdot 3,14 (0,29 \cdot 10^{-2})^3 7,05 \cdot 10^{-6}} = 213,4 \cdot 10^8$ Па, где коэффициент Пуассона для деки $\sigma = 0,3$.

Собственная частота деки $\omega_d = 1 / \sqrt{M_d C_d} = 1 / \sqrt{2,05 \cdot 10^{-2} \cdot 7,05 \cdot 10^{-6}} = 2632$ рад/с, или $f_{од} = \omega_d / (2\pi) = 2632 / (2 \cdot 3,14) \approx 419$ Гц.

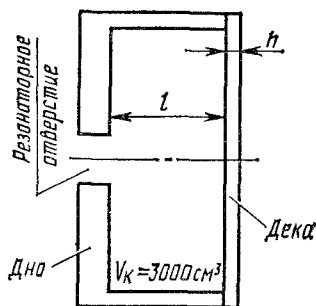


Рис. 5.8. Расчетная схема мандолины

Волновое сопротивление деки [см. формулу (5.15)] $W_d = 2632 \cdot 2,05 \cdot 10^{-2} = 53,96$ кг/с.

Волновое сопротивление может быть выражено и через акустическую константу (постоянную) материала деки K_a [см формулу (3.7)]

Сопротивление излучению деки окружающей среды в случае пульсирующего шара можно определить из выражения (5.20): $r_1 = \rho_0 c_0 \omega_{\text{ш}}^2 r_{\text{ш}}^2 S_{\text{ш}} / (c_0^2 + \omega_{\text{ш}}^2 r_{\text{ш}}^2) = 1,23 \cdot 3,4 \cdot 10^2 \cdot 2632^2 (8,9 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 9,95 \cdot 10^{-2} / [(3,4 \cdot 10^2)^2 + 2632^2 \times (8,9 \cdot 10^{-2})^2] = 13,4$ кг/с.

Сопротивление излучения деки (или поршневой эквивалентной пластины) $r_2 = r_1 S_{\text{п}}^2 / S_{\text{ш}}^2 = 13,4 (2,66 \cdot 10^{-2})^2 / (9,95 \cdot 10^{-2})^2 = 0,96$ кг/с.

Добротность деки на частоте ω_0 , равной $\omega_{\text{ш}}$, $Q_d = W_d / r_2 = 53,96 / 0,96 = 56,2$.

Декремент затухания деки $\Theta_d = \pi / Q_d = 0,056$

Коэффициент затухания деки $\delta_d = \Theta_d / t_0 = 0,056 \cdot 419 = 23,46$ 1/с.

Влияние связи корпуса с декой на акустические параметры колебательной системы. Для упрощения анализа влияния связи корпуса (резонатора) с декой на акустические параметры перенесем резонаторное отверстие на дно корпуса инструмента (см. рис. 5.8), что не внесет существенных ошибок в расчет.

Полагая перемещение центра деки равным $x_1 = x_0 \cos \omega_1 t_0$, а смещение воздушной массы у резонаторного отверстия равным $x_2 = x_b \cos \omega_2 t$, избыточное (звуковое) давление резонатора, возникающее в результате возбуждения воздушной массы внутри корпуса, опишется уравнением

$$p = \rho_0 c_0 \Delta V_{\text{к}} / V_{\text{к}} = \rho_0 c_0^2 (S_{\text{п}} x_1 - S_{\text{в}} x_2) / V_{\text{к}}, \quad (5.22)$$

где $S_{\text{п}} = \pi R_0^2$ — площадь поверхности эквивалентного деке поршня; $S_{\text{в}} = \pi r_0^2$ — площадь резонаторного отверстия; $\Delta V_{\text{к}}$ — изменение объема корпуса в результате перемещения деки на величину x_1 , воздушного столба у резонаторного отверстия на величину x_2 ; $V_{\text{к}}$ — объем резонатора.

Потенциальная энергия сжатого воздуха

$$E_{\text{п. в}} = \int p dV_{\text{к}} = \rho_0 c_0^2 (S_{\text{п}} x_1 - S_{\text{в}} x_2)^2 / (2V_{\text{к}}). \quad (5.23)$$

Потенциальная энергия деки

$$E_{\text{п. д}} = x_1^2 / (2C_d). \quad (5.24)$$

Потенциальная энергия колебательной системы

$$E_{\text{п}} = \frac{1}{2} \left[\frac{x_1^2}{C_d} + \frac{\rho_0 c_0^2}{V_{\text{к}}} (S_{\text{п}} x_1 - S_{\text{в}} x_2)^2 \right]. \quad (5.25)$$

Учитывая, что гибкость деки $C_d = 1/q_1$, а гибкость (податливость) воздушного столба у резонаторного отверстия $C_p = 1/q_2 = V_{\text{к}} / (\rho_0 c_0^2 S_{\text{в}}^2)$, где q_1 и q_2 — упругость соответственно деки и воздушной пробки резонаторного отверстия, и введя обозначения $q_{11} = q_1 + a^2 q_2$; $q_{12} = a q_2$; $a = S_{\text{п}} / S_{\text{в}}$, выражение (5.25)

можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{п}} &= \frac{1}{2} \left[q_1 x_1^2 + \frac{\rho_0 c_0^2}{V_{\text{к}}} (S_{\text{п}}^2 x_1 - 2S_{\text{п}} S_{\text{в}} x_1 x_2 + S_{\text{в}}^2 x_2^2) \right] = \\
 &= \frac{1}{2} \left[q_1 x_1^2 + \frac{\rho_0 c_0^2}{V_{\text{к}}} \left(\frac{S_{\text{в}}^2}{S_{\text{п}}^2} S_{\text{п}}^2 x_1^2 - 2 \frac{S_{\text{в}}}{S_{\text{п}}} S_{\text{п}} x_1 x_2 + S_{\text{в}}^2 x_2^2 \right) \right] = \\
 &= 0,5 (q_1 x_1^2 + a^2 q_2 x_1^2 + q_2 x_2^2 - 2a q_2 x_1 x_2) = \\
 &= 0,5 (q_{11} x_1^2 - 2q_{12} x_1 x_2 + q_2 x_2^2). \quad (5.26)
 \end{aligned}$$

Кинетическая энергия колебательной системы

$$E_{\text{к}} = \frac{1}{2} \left[M_{\text{д}} \left(\frac{dx_1}{dt} \right)^2 + M_{\text{в}} \left(\frac{dx_2}{dt} \right)^2 \right], \quad (5.27)$$

где $M_{\text{д}}$ — приведенная к центру масса деки, $dx_1/dt = -x_0 \omega_1 \sin \omega_1 t$ — скорость колебаний деки на собственной круговой частоте ω_1 с учетом связи с объемом воздуха в корпусе; x_0 — максимальное смещение колеблющейся деки в центре; $M_{\text{в}}$ — приведенная масса воздушного столба резонатора; $dx_2/dt = -x_{\text{в}} \omega_2 \sin \omega_2 t$ — скорость колебаний воздушного столба у резонаторного отверстия на собственной круговой частоте ω_2 с учетом связи с корпусом; $x_{\text{в}}$ — амплитуда смещения воздушного столба резонатора.

Потеря энергии колеблющейся системой на излучение может быть найдена из соотношения

$$E_{\text{с}} = \frac{1}{2} \left[\frac{r_2}{\omega_1} \left(\frac{dx_1}{dt} \right)^2 + \frac{r_{\text{в}}}{\omega_2} \left(\frac{dx_2}{dt} \right)^2 \right], \quad (5.28)$$

где r_2 и $r_{\text{в}}$ — сопротивление излучения соответственно деки и резонатора.

Применив метод Лагранжа и положив результирующее усилие равным нулю, колебательную систему мандолины можно описать следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} M_{\text{д}} \frac{d^2 x_1}{dt^2} + r_2 \frac{dx_1}{dt} + q_{11} x_1 - q_{12} x_2 = 0; \\ M_{\text{в}} \frac{d^2 x_2}{dt^2} + r_{\text{в}} \frac{dx_2}{dt} + q_2 x_2 - q_{12} x_1 = 0. \end{cases} \quad (5.29)$$

Характеристическое уравнение этой системы

$$D = \beta_1 \beta_2 - q_{12}^2 = 0, \quad (5.30)$$

где $\beta_1 = \lambda^2 M_{\text{д}} + \lambda r_2 + q_{11}$; $\beta_2 = \lambda^2 M_{\text{в}} + \lambda r_{\text{в}} + q_2$.

Для коэффициента λ может быть получено следующее уравнение:

$$\begin{aligned}
 M_{\text{д}} M_{\text{в}} \lambda^4 + (M_{\text{д}} r_{\text{в}} + M_{\text{в}} r_2) \lambda^3 + (r_2 r_{\text{в}} + q_{11} M_{\text{в}} + q_2 M_{\text{д}}) \lambda^2 + \\
 + (r_2 q_2 + r_{\text{в}} q_{11}) \lambda + (q_{11} q_2 - q_{12}^2) = 0. \quad (5.31)
 \end{aligned}$$

Строгое решение этого уравнения весьма сложно. Для получения приближенного решения можно составить эквивалентные уравнения по корням

$$\lambda_1 = -\delta_1 \pm j\omega_1; \quad \lambda_2 = -\delta_2 \pm j\omega_2. \quad (5.32)$$

Эти уравнения после решения можно привести к виду

$$\lambda^4 + 2(\delta_1 + \delta_2)\lambda^3 + (4\delta_1\delta_2 + \omega_1^2 + \omega_2^2)\lambda^2 + 2(\omega_1^2\delta_2 + \omega_2^2\delta_1)\lambda + \omega_1^2\omega_2^2 = 0.$$

При сравнении коэффициентов этих уравнений можно получить следующие уравнения (произведениями r_2r_b , $\delta_1\delta_2$ пренебрегают как относительно малыми величинами):

$$\begin{cases} \omega_1^2 + \omega_2^2 = q_{11}/M_d + q_2/M_b = \omega_{11}^2 + \omega_{22}^2; \\ \omega_1^2\omega_2^2 = (q_{11}q_2 - q_{12}^2)/(M_dM_b) = \omega_{11}^2\omega_{22}^2 - \omega_{12}^4, \end{cases} \quad (5.33)$$

где ω_1 , ω_2 — круговые частоты деки и резонатора с учетом влияния связи; $\omega_{11}^2 = q_{11}/M_d$; $\omega_{22}^2 = q_2/M_b$; $\omega_{12}^2 = q_{12}/\sqrt{M_dM_b}$.

Постоянные затухания можно определить из аналогичных уравнений

$$\begin{cases} \delta_1 + \delta_2 = r_2/(2M_d) + r_b/(2M_b) = \delta_{11} + \delta_{22}; \\ \omega_2^2\delta_1 + \omega_1^2\delta_2 = (q_2r_2 + q_{11}r_b)/(2M_dM_b) = \omega_{22}^2\delta_{11} + \omega_{11}^2\delta_{22}, \end{cases} \quad (5.34)$$

где $\delta_{11} = r_2/(2M_d)$; $\delta_{22} = r_b/(2M_b)$.

Перераспределения круговых частот и коэффициентов затухания происходят из-за связи колебательных процессов деки и резонатора.

Если положить $\omega_1^2 + \omega_2^2 = 2A$, $\omega_1^2\omega_2^2 = B$, получим соотношение

$$\omega^4 - 2A\omega^2 + B = 0, \quad (5.35)$$

его корни будут

$$\begin{aligned} \omega_{1,2}^2 &= A \pm \sqrt{A^2 - B} = \\ &= (\omega_{11}^2 + \omega_{22}^2)/2 \pm \sqrt{(\omega_{11}^2 + \omega_{22}^2)^2/4 - (\omega_{11}^2\omega_{22}^2 - \omega_{12}^4)}. \end{aligned} \quad (5.36)$$

Из уравнений (5.34) можно найти новые значения постоянных затухания δ_1 и δ_2 для связанной колебательной системы:

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= \delta_{11} + \delta_{22} - \delta_2; \\ \delta_2 &= \frac{\omega_{22}^2\delta_{11} + \omega_{11}^2\delta_{22} - (\delta_{11} + \delta_{22})\omega_2^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.37)$$

Используя полученные формулы, продолжим расчет акустических параметров плоской мандолины, положив глубину корпуса $l = 5,65 \cdot 10^{-2}$ м (см. рис. 5 8).

Эффективная масса пробки воздуха резонатора вычисляется по формуле

$$M_b = \rho_0 S_b^2 / k_0, \quad (5.38)$$

где $\rho_0 = 1,23 \text{ кг/м}^3$ — плотность воздуха; $S_B = \pi r_0^2 = 3,14 (2,5 \cdot 10^{-2})^2 = 19,655 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ — площадь резонаторного отверстия; $k_0 = 2\pi r_0^2 / (2h + \pi r_0) = 2 \cdot 3,14 (2,5 \cdot 10^{-2})^2 / (2 \cdot 0,29 \cdot 10^{-2} + 3,14 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}) = 4,656 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

Подставив числовые значения в формулу (5.38), получим $M_B = 1,23 (19,655 \cdot 10^{-4})^2 / 4,656 \cdot 10^{-2} = 1,017 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$.

Упругость воздушной пробки резонатора

$$q_2 = \rho_0 c_0^2 S_B^2 / V_K. \quad (5.39)$$

Подставив числовые значения, найдем $q_2 = 1,23 (3,4 \cdot 10^2)^2 \times (19,655 \cdot 10^{-4})^2 / 3 \cdot 10^{-3} = 183 \text{ кг/с}^2$.

Собственная круговая частота колебаний воздушной среды резонатора $\omega_B = (q_2 / M_B)^{1/2} = (183 / 1,017 \cdot 10^{-4})^{1/2} = 1341 \text{ рад/с}$.

Собственная частота колебаний резонатора $f_B = \omega_B / (2\pi) = 213,6 \text{ Гц}$.

Сопротивление излучения резонатора

$$r_B = \rho_0 c_0 k_0 S_B^2 / (4\pi V_K). \quad (5.40)$$

Подставив числовые значения, получим $r_B = 1,23 \cdot 3,4 \cdot 10^2 \times 4,656 \cdot 10^{-2} \cdot 19,655^2 / (4 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^{-3}) = 1,99 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}$.

Волновое сопротивление резонатора $W_B = \omega_B M_B = 1341 \times 1,017 \cdot 10^{-4} = 13,65 \cdot 10^{-2} \text{ кг/с}$.

Добротность резонатора $Q_B = W_B / r_B = 13,65 \cdot 10^{-2} / 1,99 \times 10^{-3} = 68,6$.

Декремент затухания резонатора $\Theta_B = \pi / Q_B = 3,14 / 68,6 = 0,0458$.

Коэффициент затухания резонатора $\delta_B = \Theta_B / f_B = 0,0458 \cdot 213,6 = 9,78 \text{ 1/с}$.

Подставляя числовые значения параметров колебательной системы мандолины $q_1 = 1/C_D = 1 / 7,05 \cdot 10^{-6} = 141844 \text{ кг/с}^2$; $q_2 = 183 \text{ кг/с}^2$; $a = S_{\pi} / S_B = R_0^2 / r_0^2 = (9,2 \cdot 10^{-2})^2 / (2,5 \cdot 10^{-2})^2 = 13,54$;

$M_B = 1,017 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$; $M_D = 2,05 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$; $\omega_{11}^2 = q_{11} / M_D = (141844 + 13,54^2 \cdot 183) / 2,05 \cdot 10^{-2} = 8555789 \text{ (рад/с)}^2$; $\omega_{22}^2 = q_2 / M_B = 183 / 1,017 \cdot 10^{-4} = 1799410 \text{ (рад/с)}^2$;

$\omega_{12}^2 = q_{12} / (M_D M_B)^{1/2} = a q_2 / (M_D M_B)^{1/2} = 13,54 \cdot 183 / (2,05 \cdot 10^{-2} \cdot 1,017 \cdot 10^{-4})^{1/2} = 171606 \text{ (рад/с)}^2$ в уравнение (5.36), найдем приближенные значения собственных круговых частот колебаний: $\omega_1 = 2994,4 \text{ рад/с}$;

$\omega_2 = 1178,4 \text{ рад/с}$, или $f_1 = 477 \text{ Гц}$; $f_2 = 188 \text{ Гц}$.

После подстановки значений $r_2 = 0,96 \text{ кг/с}$; $r_B = 1,99 \times 10^{-3} \text{ кг/с}$; $\delta_{11} = r_2 / (2M_D) = 0,96 / (2 \cdot 2,05 \cdot 10^{-2}) = 23,41 \text{ 1/с}$;

$\delta_{22} = r_B / (2M_B) = 1,99 \cdot 10^{-3} / (2 \cdot 1,017 \cdot 10^{-4}) = 9,78 \text{ 1/с}$ в уравнение (5.37), получим коэффициенты затухания деки и резонатора с учетом влияния их взаимной связи: $\delta_1 = 19,83 \text{ 1/с}$; $\delta_2 = 13,36 \text{ 1/с}$.

Соответственно декременты затухания $\Theta_1 = \delta_1 / f_1 = 19,83 / 477 = 0,0416$; $\Theta_2 = \delta_2 / f_2 = 13,36 / 188 = 0,0711$. Доб-

ротности на частотах f_1, f_2 деки и резонатора $Q_1 = \pi/\Theta_1 = 3,14/0,0416 = 75,5$; $Q_2 = \pi/\Theta_2 = 3,14/0,0711 = 44,2$.

Полученные в результате расчета данные сведены для наглядности в таблицу (табл. 5.6).

Таблица 5.6. Влияние связи корпуса с декой на акустические параметры мандолины

Параметр	Несвязанные		Связанные	
	дека	корпус	дека	корпус
Добротность Q	56,2	68,6	75,5	44,2
Декремент затухания Θ	0,056	0,046	0,0416	0,0711
Коэффициент затухания $\delta, 1/c$	23,46	9,78	19,83	13,36
Резонансная частота $f, Гц$	419	213,6	477	188

У щипковых инструментов наблюдается два явно выраженных отдельных резонанса, которые называют *основными*. Нижний основной резонанс возникает в результате возбуждения резонатора (корпуса), верхний — деки. Разница в частотах двух резонансов составляет примерно октаву, а иногда и более. Это в значительной мере зависит от связи деки с резонатором. Для мандолин-прима резонансные частоты составляют приблизительно 180...220 и 400...480 Гц (см. табл. 5.6). Для гитар частота нижнего основного резонанса — 100...140 Гц, верхнего — 200...280 Гц. Кроме того, у корпусов щипковых инструментов имеется большое количество меньших основного резонансов и провалов, особенно в области повышенных частот, поэтому и влияние этих резонансов на тембровые качества инструментов менее заметно.

При разработке щипковых инструментов необходимо учитывать следующее:

1. Увеличение площади деки и объема резонатора приводит к понижению собственных частот основных резонансов.

2. Добротности резонатора и деки тем больше, чем больше их волновые сопротивления и меньше сопротивления излучения

3. Сопротивление излучения резонатора тем меньше, чем меньше площадь резонаторного отверстия и больше объем резонатора.

4. Связь деки с корпусом (резонатором) приводит к повышению добротности и частоты колебаний деки и понижению добротности и частоты колебаний воздушной среды резонатора.

5. Связь деки с резонатором приводит к уменьшению коэффициента и декремента затухания деки и повышению их для резонатора.

6. Чем сильнее связь деки с корпусом, тем в большей мере увеличивается разность частот основных резонансов инструмента.

7. Связь деки с резонатором тем сильнее, чем меньше жесткость деки и ее крепления к корпусу.

Приведенный анализ относится к щипковым инструментам, деки которых имеют форму, близкую к круглой (мандолина, домра). Для ориентировочных расчетов допустимо деки некруглой формы заменять эквивалентными круглыми равной площади. Однако нужно иметь в виду, что общая жесткость деки некруглой формы несколько больше жесткости круглой деки, и собственная частота резонатора гитары на 12...15 % меньше частоты резонатора того же объема шаровидной формы. Кроме того, разделение объемов у гитары в талии создает условия для образования относительно больших амплитуд резонансов на высоких частотах, поскольку в талии гитары увеличивается акустическое сопротивление связи между объемами.

У щипковых инструментов с мембранами (кожаными или синтетическими перепонками) при отсутствии резонаторного отверстия, при большой гибкости и малой массе мембраны связь ее с резонатором велика, поэтому второй основной резонанс слабо выражен.

Расчеты колебаний щипковых инструментов на частотах выше основных весьма сложны и малонадежны, для практических расчетов ими, как правило, не пользуются.

Экспериментальные данные акустических характеристик [23]. Эксперименты показывают, что на качество тембра щипковых инструментов большое влияние оказывают основные резонансы. В области частот резонансов звуки становятся более громкими и менее длительными. Осциллограммы колебаний открытых струн гитар (рис. 5.9) показывают, что быстрее затухают звуки, совпадающие или близко примыкающие к частотам основных резонансов инструмента. Одновременно с возбуждением струн начинает колебаться и корпус.

При неточном совпадении частот колебаний струн и собственных частот колебаний корпуса возникают биения. Они относительно быстро затухают, поскольку возникают лишь в результате колебаний корпуса под воздействием импульса, возбуждающего струну, и не поддерживаются в последующем.

Верхний пик амплитудно-частотной характеристики деки при задемпфированном резонаторе (основной резонанс) соответствует частоте $f_{0д} = 180$ Гц (рис. 5.10, а). Следующий явно выраженный резонанс происходит на частоте 350 Гц. Когда гитара в сборе (дека приклеена к корпусу), этот резонанс уменьшается по амплитуде, частота его практически не изменяется (рис. 5.10, б).

Нижний резонансный пик амплитудно-частотной характеристики резонатора при задемпфированной деке появляется на частоте $f_b = 140$ Гц (рис. 5.10, в). Следующий пик резонатора отмечен на частоте 180 Гц.

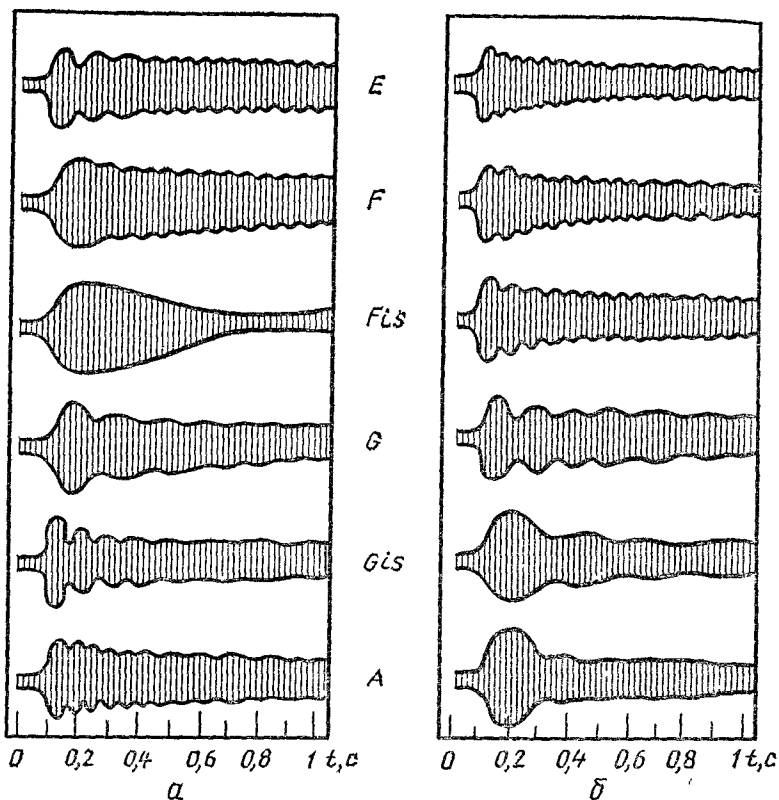


Рис. 5.9. Осциллограммы колебаний струн гитары при одноразовом возбуждении:

а—частота нижнего основного резонанса на частоте тона *Fis*; *б*—частота нижнего основного резонанса между частотами тонов *Gis* и *A*

Связь деки с резонатором приводит к появлению двух основных резонансов гитары на частотах f_1 и f_2 . Частота f_2 выше частоты деки основного резонанса f_d и составляет примерно 200 Гц. Частота f_2 ниже частоты основного резонанса резонатора f_b и составляет примерно 110 Гц. Это объясняется тем, что на жесткость деки в некоторой мере накладывается жесткость объема резонатора. Жесткость воздушного объема резонатора уменьшается за счет влияния соколеблющейся деки.

Существует определенная взаимосвязь между частотами основных резонансов гитары и частотой основного резонанса деки $f_{0д}$ при неизменной частоте основного резонанса резонатора f_b (рис. 5.11).

Кривая $f_2/f_{0д}$ расположена всегда выше оси абсцисс и прямой $f_1/f_2 = 1$. При очень высокой жесткости (высокой частоте колебаний) деки эта кривая приближается к прямой $f_1/f_2 = 1$.

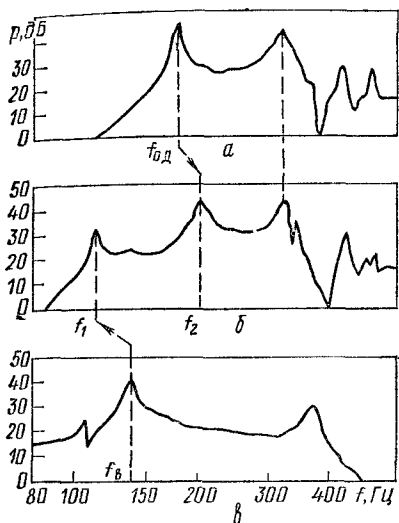


Рис. 5.10. Амплитудно-частотная характеристика: а—деки гитары; б—гитары в сборе; в—резонатора гитары

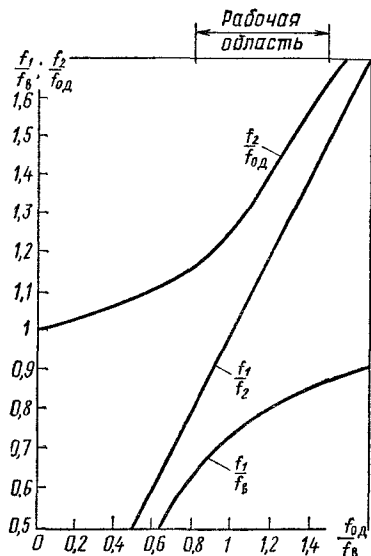


Рис. 5.11. Зависимость частот основных резонансов гитары от частоты резонанса деки при неизменной частоте резонанса резонатора

Кривая $f_2/f_{0д}$ при больших значениях отношения $f_{0д}/f_в$, т. е. при высоко настроенной деке по сравнению с основной частотой резонатора, стремится к прямой f_1/f_2 . Очень низкая настройка деки ведет к низкому положению нижнего основного резонанса, зависящего от собственной частоты основного резонанса резонатора. Кривая $f_2/f_{0д}$ в этом случае приближается к прямой $f_1/f_2 = 1$ снизу. Разница в частотах верхнего и нижнего основных резонансов становится минимальной, если собственный резонанс деки ниже собственного резонанса резонатора.

Верхний основной резонанс гитары всегда находится выше резонанса резонатора ($f_1 > f_в$). Экспериментально установлено, что частоты основных резонансов за счет влияния связи деки и резонатора составляют соответственно $f_1 = 1,25f_в$ и $f_2 = 0,74f_{0д}$, если дека и резонатор были настроены на одну частоту ($f_в = f_{0д}$). Таким образом, $f_1/f_2 = 1,7$, что соответствует высотному интервалу около большой сексты. Коэффициент связи между декой и резонатором в этом случае приблизительно равен 0,5. При очень большой жесткости деки коэффициент связи несколько уменьшается.

При $f_в < f_{0д}$ высотный интервал увеличивается и при $f_{0д}/f_в = 1,7$ равен октаве.

В результате влияния гибкости дна (нижней деки) гитары возрастает гибкость (подвижность) воздушного объема

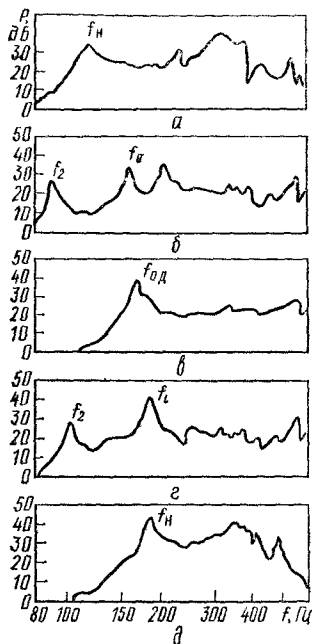


Рис. 5.12. Амплитудно-частотная характеристика: а — низко настроенного дна гитары; б — гитары с низко настроенным дном; в — дека гитары; г — гитары с высоко настроенным дном; д — высоко настроенного дна гитары

резонатора, что приводит к некоторому сдвигу основных резонансов в сторону нижних частот (рис. 5.12). Чем выше настроено дно, тем меньше его частотоопределяющее влияние. Низкая настройка дна в сильной мере снижает нижний основной резонанс гитары. При настройке дна на нижний резонанс гитары возникают большие резонансные пики, которые с увеличением коэффициента связи образуют некоторый частотный интервал.

Дополнительная жесткость деки, вызываемая действием пружин, зависит от количества пружин, их расположения и конструкции. Пружины на деке расположены поперечно (две у резонаторного отверстия) и продольно (остальные). Продольные основные пружины сечением 5×6 мм расположены симметрично центральной оси на расстоянии x по обе стороны (рис. 5.13, справа). Экспериментально получены кривые зависимости частоты основного резонанса деки $f_{0д}$ при наклейке пары пружин на некотором расстоянии x от центральной оси при изменении частоты основного резонанса деки до наклейки пружин $f_{д}$ (рис. 5.13, слева). Пунктирная кривая на рис. 5.13 соответствует изменениям частоты деки при наклейке двух пружин вилотную по центральной оси деки.

Пример. До наклейки пружин частота основного резонанса деки $f_{д1} = 140$ Гц. Пружины наклеены на расстоянии 4 мм по обе стороны центральной оси деки.

По рис. 5.13 найдем, что $f_{0д1}/f_{д1} = 1,18$. Частота основного резонанса деки после наклейки пружин $f_{0д1} = 1,18f_{д1} = 165,2$ Гц.

Пусть следующая пара пружин наклеена на расстоянии 8 мм по обе стороны центральной оси. Исходная частота деки $f_{д2} = f_{0д1} = 165,2$ Гц.

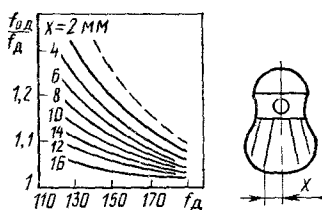
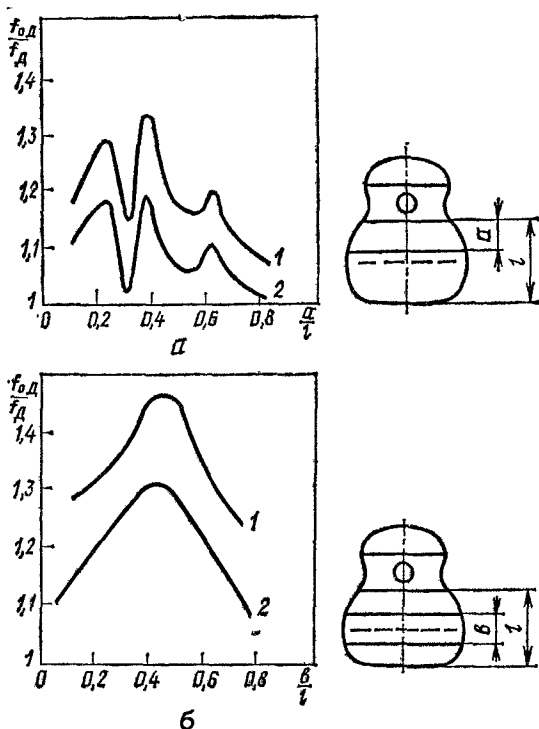


Рис. 5.13. Зависимость частоты основного резонанса деки от расположения продольных пружин

Рис. 5.14. Зависимость частоты основного резонанса деки от расположения поперечных пружин:



а — дека с одной дополнительной пружиной; *б* — дека с двумя дополнительными пружинами; 1 — без подставки для струн; 2 — с подставкой для струн

На кривой *б* (см. рис. 5.13) найдем точку, абсцисса которой $f_{д_2} = 165,2$ Гц, а ордината $f_{0д_2}/f_{д_2} = 1,08$. Новая частота основного резонанса деки $f_{0д_2} = 1,08f_{д_2} = 178,4$ Гц.

Приклейка к деке подставки для струн приводит к увеличению массы деки практически без увеличения ее жесткости, поэтому частота основного резонанса деки несколько понижается. При одной и той же частоте основного резонанса деки, но при различном расположении пружин резонансы на высших частотах могут быть различны. Это может отражаться на качестве тембра, хотя определяет его в основном частотное положение основных резонансов деки.

При наклейке на деку вместо продольных дополнительных пружин поперечных частота основного резонанса деки также повышается (рис. 5.14). Экспериментально получены зависимости частоты основного резонанса деки $f_{0д}$ от места расположения одной дополнительной поперечной пружины из сосны сечением 8×16 мм (рис. 5.14, *а*) и двух дополнительных поперечных пружин, симметричных относительно подставки для струн (рис. 5.14, *б*).

5.3. СТРУННАЯ ОДЕЖДА

Под струнной одеждой щипковых инструментов понимают совокупность всех струн, натянутых между порожком грифа и подставкой для струн. Струнная одежда характеризуется *мензурой*, т. е. параметрами, которые определяют диапазон звучания инструмента, длины струн, диаметры кернов и навивок, разбивку ладов.

Параметры струнной одежды некоторых щипковых музыкальных инструментов приведены в табл. 5.7, арфы [24] — в табл. 5.8. У арфы другое по сравнению с фортепиано обозначение октав. Самая верхняя по частоте октава считается нулевой (две струны), самая нижняя — седьмой (две струны). Для гладких струн и кернов обвитых струн используется стальная струнная проволока (ГОСТ 15598—70), для навивки — медная круглая электротехническая проволока марки ММ (ГОСТ 2112—79), а также проволока медная посеребренная, проволока латунная круглая марки Л63 (ГОСТ 1066—80), проволока из серебра и его сплавов (ГОСТ 7222—75) и др. (см. табл. 3.3).

Мензура струн выбирается исходя из назначения инструмента, требуемой частоты колебаний струн, допустимых механических нагрузок и условий нормальной передачи энергии колебаний струн деке.

При известных длине рабочей части и частоте собственных колебаний струны по формуле (3.37) определяют усилие натяжения струны. Затем выбирают диаметры кернов стальных струн по графикам (см. рис. 3.12). Синтетические струны рассчитывают с учетом их параметров (см. табл. 3.3) для статического напряжения 35...60 % величины временного сопротивления разрыву (см. п. 3.3).

Разбивку ладов производят исходя из соотношения (3.10): $\omega_0 = (\pi/L) \sqrt{F/(\rho s)}$, где L — длина рабочей части струны; F — усилие натяжения струны; ρ — плотность материала струны (для обвитых струн — средняя плотность); s — площадь сечения струны.

Предположим, что при прижатии струны к ладовой пластине усилие натяжения и длина (а равно сечение и плотность) струны практически остаются неизменными, тогда

$$\omega_m/\omega_0 = f_m/f_0 = L/L_m = 2^{m/12}, \quad (5.41)$$

где ω_m , f_m — требуемая частота колебаний струны, прижатой к m -му ладу (ближний к порожку грифа лад — первый, т. е. $m = 1$); ω_0 , f_0 — частота колебания той же, но открытой струны; L , L_m — длина рабочей части соответственно открытой и прижатой к m -му ладу струны.

Длина рабочей части струны, прижатой к m -му ладу,

$$L_m = 2^{-m/12} L. \quad (5.42)$$

**Таблица 5.7. Мензура струн щипковых
музыкальных инструментов**

Порядковый номер струны	Тон	Частота колебаний, Гц	Полная длина струны, мм	Диаметр, мм		Усилие натяже- ния струн, Н
				серна	навивки	

Гитара семиструнная, L = 650 мм

1	ре ¹	293,6	820	0,28—0,3	—	82
2	си	246,92	845	0,35—0,4	—	104
3	соль	195,96	875	0,28—0,35	0,12	118
4	ре	146,8	875	0,30—0,4	0,2	134
5	Си	123,46	845	0,35—0,4	0,24—0,28	140
6	Соль	97,98	855	0,40—0,45	0,35—0,38	133
7	Ре	73,4	795	0,5	0,38—0,5	123

Гитара семиструнная, L = 610 мм

1	ре ¹	203,6	800	0,28—0,3	—	72
2	си	246,92	820	0,35—0,4	—	92
3	соль	195,96	840	0,28—0,35	0,12	104
4	ре	146,8	840	0,30—0,4	0,2	119
5	Си	123,46	820	0,35—0,4	0,24—0,28	124
6	Соль	97,98	795	0,40—0,45	0,35—0,38	117
7	Ре	73,4	755	0,5	0,38—0,5	103

Гитара семиструнная, L = 585 мм

1	фа ¹	349,2	800	0,28	—	85
2	ре ¹	293,6	820	0,35	—	118
3	ля-диез	233,08	840	0,28	0,12	135
4	фа	174,6	840	0,3	0,2	153
5	ре	146,8	820	0,35	0,24	154
6	Ля-диез	116,54	795	0,4	0,35	168
7	Фа	87,3	755	0,5	0,38	132

Гитара семиструнная, L = 540 мм

1	соль ¹	391,92	675	0,25	—	71
2	ми ¹	329,6	715	0,3	—	72
3	до ¹	261,6	740	0,2	0,12	125
4	соль	195,96	740	0,3	0,17	105
5	ми	164,8	715	0,4	0,17	100
6	до	130,8	715	0,4	0,28	105
7	Соль	97,38	675	0,5	0,38	101

Гитара шестиструнная, L = 650 мм

1	ми ¹	329,6	820	0,28	—	90
2	си	246,92	845	0,4	—	104
3	соль	195,96	875	0,35	0,12	118
4	ре	146,8	875	0,4	0,2	134
5	Ля	110	845	0,45	0,38	134
6	Ми	82,4	795	0,45	0,45	119

Балалайка-прима, L = 435 мм

1	ля ¹	440	700	0,25—0,3	—	83
2	ми ¹	329,6	720	0,35—0,4	—	83
3	ми ¹	329,6	720	0,35—0,4	—	83

Порядковый номер струны	Тон	Частота колебаний, Гц	Полная длина струны, мм	Диаметр, мм		Усилие натяжения струн, Н
				керна	навивки	
<i>Балалайка-секунда, L = 475 мм</i>						
1	ре ¹	293,6	730	0,3	0,12	119
2	ля	220	790	0,35	0,18	135
3	ля	220	790	0,35	0,18	135
<i>Балалайка-альт, L = 535 мм</i>						
1	ля	220	790	0,3	0,17	130
2	ми	164,8	840	0,35	0,26	134
3	ми	164,8	840	0,35	0,26	134
<i>Балалайка-бас, L = 700 мм</i>						
1	ре	146,8	1110	0,4	0,22	215
2	Ля	110	1150	0,4	0,4	230
3	Ми	82,4	1180	0,5	0,6	235
<i>Балалайка-контрабас, L = 1100 мм</i>						
1	Ре	73,4	1580	0,5	0,5	333
2	Ля ₁	55	1640	0,6	0,7	315
3	Ми ₁	41,2	1660	0,7	0,95	313
<i>Мандолина плоская, L = 350 мм</i>						
1—2	ми ²	659,2	625	0,25	—	90
3—4	ля ¹	440	670	0,4	—	88
5—6	ре ¹	293,6	670	0,3	0,17	110
7—8	соль	195,96	610	0,4	0,28	104
<i>Мандолина овальная, L = 350 мм</i>						
1—2	ми ²	659,2	600	0,25	—	90
3—4	ля ¹	440	645	0,4	—	88
5—6	ре ¹	293,6	655	0,3	0,17	110
7—8	соль	195,96	655	0,4	0,28	104
<i>Мандолина-мандола, L = 425 мм</i>						
1	ми ¹	329,6	760	0,3	0,11	124
2	ля	220	810	0,35	0,22	126
3	ре	148,8	810	0,5	0,45	148
4	Соль	97,98	750	0,6	0,7	158
<i>Мандолина-люта, L = 555 мм</i>						
1	ля	220	950	0,35	0,11	113
2	ре	146,8	1000	0,4	0,24	117
3	Соль	97,98	1000	0,5	0,5	150
4	До	65,4	950	0,6	0,85	264
<i>Мандолина-контрабас, L = 1000 мм</i>						
1	Соль	97,98	1510	0,40	0,3	218
2	Ре	73,4	1560	0,5	0,5	274
3	Ля ₁	55	1560	0,6	0,7	275
4	Ми ₁	41,2	1510	0,7	0,8	205

Порядковый номер струны	Тон	Частота колебаний, Гц	Полная длина струны, мм	Диаметр, мм		Усилие натяжения струн, Н
				керна	навивки	
<i>Домра-пикколо трехструнная, L = 283 мм</i>						
1	ля ²	880	450	0,25	—	98
2	ми ²	659,2	490	0,35	—	107
3	си ¹	394,84	510	0,3	0,1	114
<i>Домра-прима трехструнная, L = 400 мм</i>						
1	ре ²	587,2	600	0,3	—	125
2	ля ¹	440	640	0,4	—	125
3	ми ¹	329	670	0,3	0,13	126
<i>Домра-альт трехструнная, L = 500 мм</i>						
1	ре ¹	293,6	750	0,35	0,1	156
2	ля	220	780	0,35	0,2	159
3	ми	164,8	810	0,35	0,35	169
<i>Домра-тенор трехструнная, L = 585 мм</i>						
1	ля	220	850	0,4	0,15	190
2	ми	164,8	890	0,4	0,28	195
3	си	123,46	920	0,5	0,5	266
<i>Домбра-бас трехструнная, L = 715 мм</i>						
1	ре	146,8	1020	0,4	0,24	194
2	Ля	110	1090	0,4	0,4	176
3	Ми	82,4	1110	0,5	0,6	226
<i>Домра-пикколо четырехструнная, L = 350 мм</i>						
1	ля ²	880	500	0,25	—	92
2	ре ²	587,2	500	0,4	—	106
3	соль ¹	391,92	500	0,3	0,17	108
4	до ¹	291,6	500	0,4	0,24	113
<i>Домра-прима четырехструнная, L = 350 мм</i>						
1	ми ²	659,2	630	0,3	—	121
2	ля ¹	440	630	0,4	—	96
3	ре ¹	293,6	630	0,35	0,17	116
4	соль	195,96	630	0,4	0,35	130
<i>Домра-альт четырехструнная, L = 420 мм</i>						
1	ля ¹	440	730	0,4	—	138
2	ре ¹	293,6	730	0,35	0,17	167
3	соль	195,96	730	0,5	0,35	222
4	до	130,8	730	0,6	0,6	221
<i>Домра-тенор четырехструнная, L = 475 мм</i>						
1	ми ¹	329,8	800	0,35	0,11	185
2	ля	220	800	0,35	0,24	172
3	ре	146,8	800	0,5	0,4	218
4	Соль	97,98	800	0,6	0,6	159

Порядковый номер струны	Тон	Частота колебаний, Гц	Полная длина струны, мм	Диаметр, мм		Усилие натяжения струн, Н
				керн	навивки	

Домра-бас четырехструнная, L = 630 мм

1	ля	220	960	0,35	0,17	212
2	ре	146,8	960	0,5	0,28	221
3	Соль	97,98	960	0,5	0,6	248
4	До	65,4	960	0,6	0,8	185

Домра-контрабас четырехструнная, L = 990 мм

1	Соль	97,98	1560	0,5	0,28	241
2	Ре	73,4	1560	0,6	0,7	480
3	Ля ₁	55	1560	0,7	0,9	420
4	Ми ₁	41,2	1560	1	1,2	465

Таблица 5.8. Мензура струн арфы

Порядковый номер струны	Номер октавы	Тон	Частота колебаний, Гц	Длина рабочей части струны, мм	Диаметр, мм		Усилие натяжения, Н
					керн	навивки	

Металлические струны

1	VII	Ре	34,64	1503	1,6	0,5	410
2	VII	Ми	38,89	1475	1,5	0,5	400
3	VI	Фа	41,2	1446	1,4	0,45	470
4	VI	Соль	46,24	1417	1,3	0,45	490
5	VI	Ля	51,91	1387	1,2	0,45	530
6	VI	Си	58,27	1355	1,04	0,27	450
7	VI	До	61,73	1322	0,9	0,26	450
8	VI	Ре	69,28	1287	0,85	0,24	470
9	VI	Ми	77,28	1251	0,8	0,24	460
10	V	Фа	82,4	1212	0,7	0,17	400
11	V	Соль	92,48	1168	0,65	0,17	420

Жильные струны

1	V	Ля	103,82	1124	2,18	—	306
2	V	Си	116,54	1073	2,08	—	306
3	V	До	123,46	1017	1,98	—	282
4	V	Ре	138,56	952	1,88	—	278
5	V	Ми	155,56	887	1,78	—	275
6	IV	Фа	164,8	819	1,68	—	246
7	IV	Соль	184,96	750	1,62	—	235
8	IV	Ля	207,64	685	1,54	—	227
9	IV	Си	233,08	628	1,47	—	210
10	IV	До	246,92	577	1,4	—	185
11	IV	Ре	277,12	531	1,34	—	178
12	IV	Ми	311,12	489	1,28	—	172
13	III	Фа	329,6	451	1,22	—	152
14	III	Соль	369,92	416	1,16	—	147
15	III	Ля	415,28	386	1,11	—	144
16	III	Си	466,16	358	1,06	—	139

Порядковый номер струны	Номер октавы	Тон	Частота колебаний, Гц	Длина рабочей части струны, мм	Диаметр, мм		Усилие натяжения, Н
					керна	навивки	
17	III	Do	493,84	330	1,02	—	124
18	III	Re	554,24	306	0,98	—	119
19	III	Mи	622,24	282	0,94	—	115
20	II	Фа	659,2	260	0,91	—	102
21	II	Соль	739,84	243	0,88	—	100
22	II	Ля	830,56	225	0,84	—	96
23	II	Си	932,32	208	0,81	—	91
24	II	До	987,68	192	0,77	—	83
25	II	Ре	1108,48	178	0,74	—	79
26	II	Ми	1244,48	164	0,71	—	75
27	I	Фа	1318,4	151	0,68	—	68
28	I	Соль	1479,68	139	0,65	—	65
29	I	Ля	1661,12	127	0,62	—	61
30	I	Си	1864,64	117	0,59	—	57
31	I	До	1975,36	107	0,57	—	51
32	I	Ре	2216,96	98	0,54	—	47
33	I	Ми	2488,96	89	0,52	—	45
34	0	Фа	2636,8	80	0,5	—	39
35	0	Соль	3322,24	69	0,5	—	37

Длина L_m представляет собой расстояние от подставки для струн до m -го лада на грифе. Практически бывает удобнее отсчитывать расстояние от порожка грифа до m -го лада:

$$b_m = L - L_m = L(1 - 2^{-m/12}). \quad (5.43)$$

Для расчетов используют также формулу, связывающую расстояние b_m с частотами колебаний открытой f_0 и прижатой к m -му ладу f_m струны:

$$b_m = L(f_m - f_0)/f_m. \quad (5.44)$$

В выражениях (5.43) и (5.44) не учитывалось дополнительное натяжение струны за счет прижатия ее к грифу, поэтому для уменьшения ошибки, возникающей при разбивке ладов, подставку для струн приходится смещать вниз (обычно на 1...2 мм).

Разбивка ладов для некоторых щипковых инструментов приведена в табл. 5.9.

На практике широко используются для разбивки ладов графический (геометрический) метод и метод пропорционального циркуля.

По графическому методу расстояние от порожка до первого лада b_1 определяет по формуле (5.44). Расстояния до других ладов находят следующим образом. На листе плотной бумаги или другом материале откладывают отрезок AB (рис. 5.15), длина которого равна длине рабочей части открытой струны L .

Таблица 5.9. Разбивка ладов некоторых щипковых инструментов

Номер лада	Расстояние b_m от порожка грифа до m -го лада при длине рабочей части струны L , мм				
	650 (гитара)	610 (гитара)	585 (гитара)	435 (балалайка)	350 (мандолина)
1	36,5	34,2	32,8	24,4	19,6
2	70,8	66,6	63,8	47,4	38,2
3	103,4	97,1	63,8	69,2	55,7
4	134,1	125,8	120,7	89,7	72,2
5	163	153	146,7	109,1	87,8
6	190,4	178,7	171,3	127,4	102,5
7	216,2	202,9	194,5	144,6	116,4
8	240,5	225,7	216,5	160,9	129,5
9	263,5	247,3	237,1	176,3	141,9
10	285,2	267,6	256,7	190,8	153,6
11	305,7	286,8	275,1	204,5	164,6
12	325	305	292,5	217,5	175
13	343,2	322,1	308,9	229,7	184,8
14	360,4	338,3	324,4	241,2	194,1
15	376,7	353,5	339,2	252,1	202,9
16	392	367,9	352,8	262,3	211,2
17	406,5	381,5	365,9	272	219
18	420,2	394,3	378,2	281,2	—
19	433,1	406,4	389,8	289,8	—
20	445,2	417,8	400,7	—	—
21	456,7	428,6	411,1	—	—
22	467,6	438,8	420,8	—	—
23	477,8	448,4	430	—	—
24	487,5	457,5	438,7	—	—

В точке A восстанавливают перпендикуляр AA_1 , равный по длине расстоянию b_1 . Точку A_1 соединяют с точкой B . На отрезке AB откладывают с помощью циркуля отрезок $AC = AA_1$, который определяет место первого лада. Восстановленный из точки c перпендикуляр cd дает расстояние от первого лада до второго. Отложив на AB от точки c отрезок $ce = cd$, определяют место второго лада и т. д.

При этом методе отрезки, выражающие расстояния до ладов, откладываются последовательно друг за другом, поэтому ошибки, связанные с неточностью разбивки ладов, накапливаются. Этот метод отличается простотой, но требует повышенной точности графических построений.

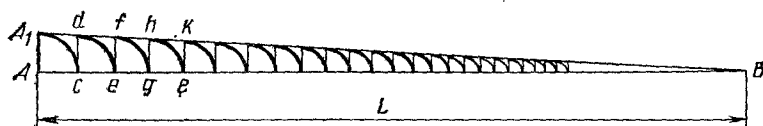


Рис. 5.15. Разбивка грифа под лады графическим методом

Разбивка ладов с помощью пропорционального циркуля (рис. 5.16) заключается в следующем. Отношение расстояния от концов больших ножек циркуля до оси вращения $L_{ц}$ к расстоянию от концов малых ножек циркуля до оси вращения l выбирают таким, чтобы при расворе больших ножек на длину рабочей части открытой струны расвор малых ножек составлял расстояние b_1 , т. е.

$$\frac{L_{ц}}{l} = \frac{L}{L - L_1} = \frac{L}{b_1} = \frac{f_1}{f_1 - f_{от}}, \quad (5.45)$$

где L_1 — длина рабочей части струны, прижатой к первому ладу; f_1 — частота колебаний струны, прижатой к первому ладу.

Если уменьшить расвор циркуля до величины $L_1 = L - b_1$, расвор малых ножек циркуля будет равен расстоянию между первым и вторым ладами. Если расвор циркуля сделать равным длине рабочей части струны, прижатой ко второму ладу, расвор малых ножек составит расстояние от второго до третьего ладов и т. д.

Этот метод разбивки ладов при достаточной длине ножек циркуля и тщательности замеров дает большую точность разбивки по сравнению с графическим методом.

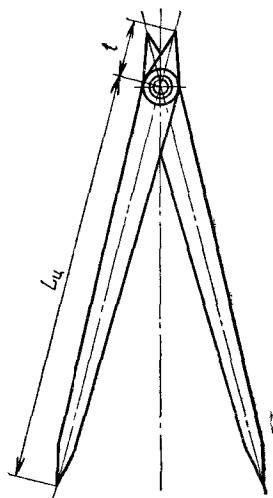


Рис. 5.16. Циркуль для разбивки грифа под лады

5.4. ВОЗБУЖДЕНИЕ СТРУН

Струна с длиной рабочей части L , оттянутая на величину h от положения равновесия в некоторой точке, находящейся на расстоянии ΔL_0 от ближайшей опоры, будет совершать колебания в точке, находящейся на расстоянии ΔL от той же опоры, описываемые уравнением (3.18):

$$a = \frac{2hL^2}{\pi\Delta L_0(L - \Delta L_0)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-t/\tau_n} \sqrt{1 + 1/(\omega_n\tau_n)^2} \times \\ \times \sin \frac{\pi n\Delta L_0}{L} \sin \frac{\pi n\Delta L}{L} \sin(\omega_n t + \varphi_n),$$

где τ_n — постоянная времени колебаний на частоте n -го частичного тона; ω_n — круговая частота колебаний n -го частичного тона; $\varphi_n = \arctg \omega_n\tau_n$ — начальная фаза колебаний n -го частичного тона.

Из уравнения следует, что отклонение a струны от положения равновесия пропорционально ее начальному отклонению h и зависит от длины струны, места возбуждения и точки наблюдения колебаний (последнюю зависимость удобно проанализи-

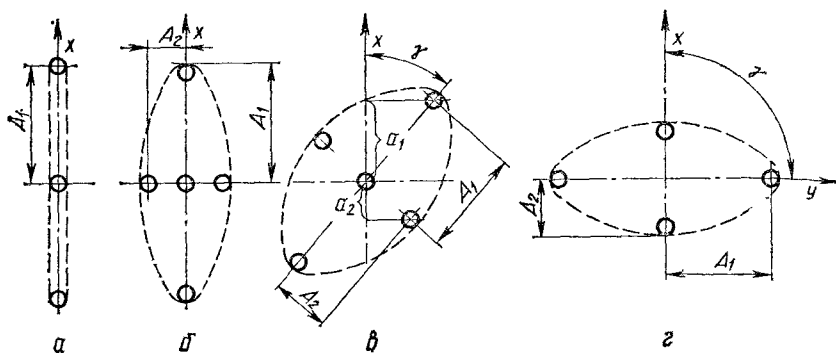


Рис. 5.17. Колебания струны (вид вдоль оси струны):

a — перпендикулярно плоскости деки; *б* — по эллипсу с большой полуосью, перпендикулярной плоскости деки; *в* — по эллипсу с большой полуосью, расположенной под острым углом к плоскости деки; *г* — по эллипсу с большой полуосью, параллельной плоскости деки

ровать графически) [25]. При этом предполагается, что смещение продольной оси колеблющейся струны происходит в одной, перпендикулярной деке плоскости.

При заданной частоте колебаний звуковое давление, создаваемое акустическим аппаратом щипкового инструмента, можно с достаточной для практических целей точностью считать пропорциональным скорости движения струны:

$$p = k_1 v_c, \quad (5.46)$$

где k — коэффициент пропорциональности, постоянный при неизменных L , ΔL_0 , ω ; v_c — скорость перемещения струны.

В свою очередь, максимальная скорость перемещения струны, прижатой к m -му ладу, v_{cm} пропорциональна амплитуде колебаний струны A на частоте ω :

$$v_{cm} = A\omega = 2hL^2\omega / [\pi\Delta L_0(L - \Delta L_0)] = k_2 h, \quad (5.47)$$

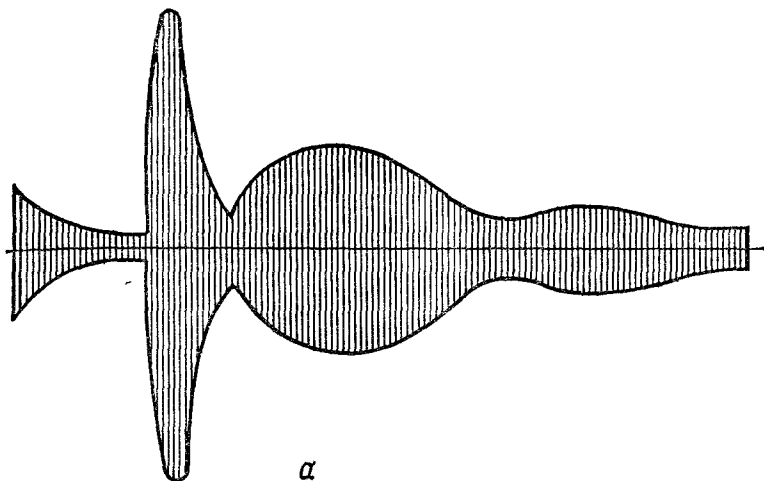
где k_2 — постоянный коэффициент.

С учетом соотношения (5.46) максимальное звуковое давление

$$p_m = k_1 k_2 h. \quad (5.48)$$

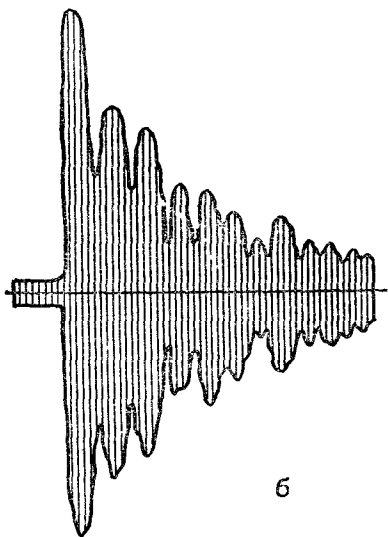
Из выражения (5.48) следует, что звуковое давление, создаваемое струной, пропорционально отклонению струны.

Ось струны в силу специфических приемов возбуждения (защипывание медиатором или пальцами руки, удар кончиками пальцев в плоскости, почти параллельной деке) перемещается по кривой, близкой к эллипсу (рис. 5.17). Колебание струны перпендикулярно плоскости деки — частный случай (рис. 5.17, *a*). Возбуждение струн щипковых инструментов производится, как правило, в направлении, не перпендикулярном



a

Рис. 5.18. Осциллограмма отфильтрованных колебаний гитары на частоте:
a—182 Гц; *б*—300 Гц



б

плоскости деки, реакция опор и трение в опорах струны порождают крутящий момент, из-за которого струна не может колебаться только в плоскости, параллельной плоскости деки. В результате возникают смещения продольной оси струны эллиптически с различной ориентацией полуосей (рис. 5.17, *б, в, г*). Отношение размеров полуосей, как правило, не остается постоянным.

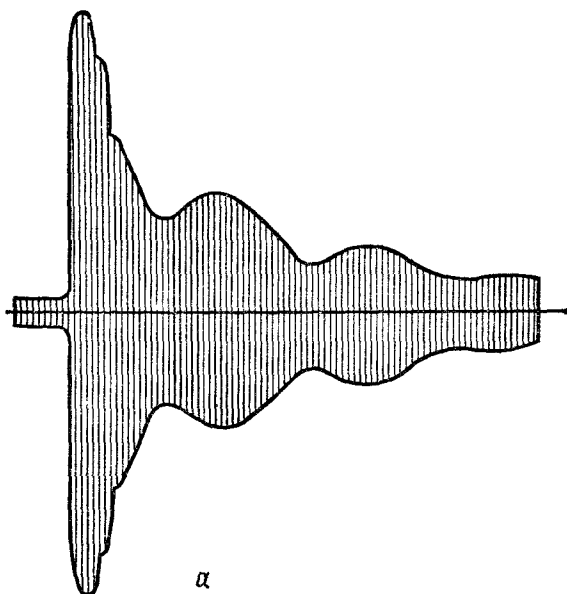
Если пренебречь затуханием колебаний и допустить, что они совершаются на основной частоте, тогда амплитуда колебаний

струны в плоскости, перпендикулярной деке, будет изменяться от A_1 (большая полуось эллипса) до A_2 (малая полуось эллипса). Угол γ в этом случае можно будет выразить уравнением

$$\gamma = \Omega t = 2\pi f_6 t, \quad (5.49)$$

где Ω — круговая частота вращения полуосей эллипса; f_6 — частота биений.

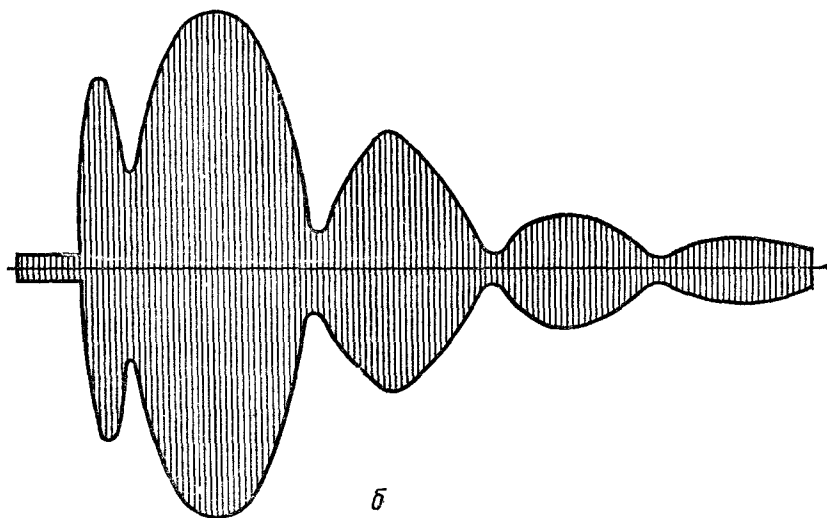
В случае вращения полуосей эллипса при колебании струны будут происходить изменения амплитуды колебаний с частотой вращения полуосей (биений).



а

Рис. 5.19. Осциллограмма колебаний струны гитары на частоте 400 Гц при возбуждении:

а — перпендикулярно плоскости деки; *б* — параллельно плоскости деки



б

Осциллограммы биений отфильтрованных звуков гитары для частот 182 и 300 Гц показаны на рис. 5.18. Форма звуковых колебаний гитары (биений) зависит от способа возбуждения струны (рис. 5.19). Точка возбуждения струны находилась на расстоянии 14 см от подставки для струн.

Усредненные (эквивалентные) постоянные времени колебаний струн гитар для различных частот (обертонов) приведены на рис. 5.20.

5.5. НАСТРОЙКА

Под настройкой щипковых музыкальных инструментов понимают процесс получения необходимой высоты (частоты) колебаний струн в соответствии с присущими им строем и выбранной мензурой путем создания определенных усилий натяжения струн. В основе настройки лежит сравнение по частоте определенных музыкальных интервалов и получение требуемых количеств биений тонов этих интервалов.

Настройка грифовых инструментов. При настройке грифовых щипковых инструментов достаточно настроить открытые струны. Если разбивка ладов сделана правильно и подставка для струн установлена точно, все интервалы, образуемые прижатием струны к ладам, в этом случае окажутся настроенными.

Компенсации ухода строя из-за дополнительного натяжения струн при прижатии их к ладам достигают смещением подставки в сторону увеличения длины рабочей части струны против расчетного на 1—2 мм. Причем смещение для низкочастотных струн приходится делать больше, чем для струн высокочастотных.

Настройку открытых струн выполняют в соответствии с табл. 5.10. Порядок (план) настройки зависит от конструкции и размеров инструментов (табл. 5.11). Буквой О обозначена открытая струна, буквой К — настройка тона по камертону или другому эталону на определенную частоту (графа 4).

Пример 1. Пусть требуется настроить гитару-приму. Прижав первую струну (графа 2) к ладу 5 (графа 3), настраивают ее по камертону (графа 5) на ла первой октавы частотой 440 Гц (графа 4). Затем, прижав вторую струну (графа 2) к ладу 5 (графа 3), настраивают ее в унисон с открытой (графа 5) первой струной (графа 4). Далее переходят к настройке следующих струн.

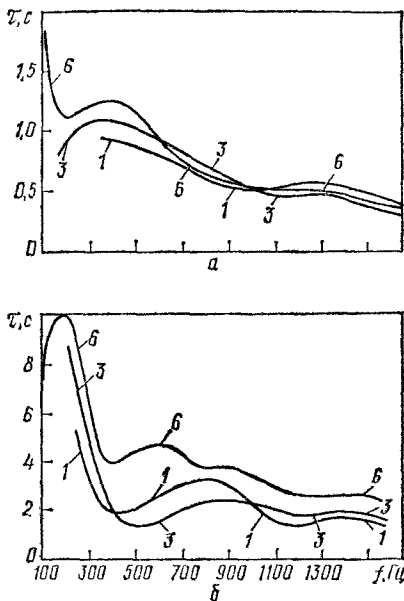


Рис. 5.20. Усредненные постоянные времени колебания струн гитар (цифры у кривых — номера струн): а — массово, б — произведена; б — изготовленных в мастерских

Таблица 5.10. Настройка открытых струн грифовых щипковых инструментов

Инструмент	Диапазон звучания	Тон струны в зависимости от номера						
		1	2	3	4	5	6	7
Гитара шести-струнная								
прима	<i>Ми — до³</i>	<i>ми¹</i>	<i>си</i>	<i>соль</i>	<i>ре</i>	<i>Ля</i>	<i>Ми</i>	—
терциевая	<i>Соль — ре³</i>	<i>соль¹</i>	<i>ре¹</i>	<i>ля</i>	<i>фа</i>	<i>до</i>	<i>Соль</i>	—
квартовая	<i>Ля — ми³</i>	<i>ля¹</i>	<i>ми¹</i>	<i>до¹</i>	<i>соль</i>	<i>ре</i>	<i>Ля</i>	—
квинтовая	<i>Си — фа³</i>	<i>си¹</i>	<i>фа¹</i>	<i>ре¹</i>	<i>ля</i>	<i>ми</i>	<i>Си</i>	—
гавайская	<i>Ми — ми³</i>	<i>ми¹</i>	<i>си</i>	<i>соль</i>	<i>ре</i>	<i>ля</i>	<i>Ми</i>	—
Гитара семи-струнная								
прима	<i>Ре — ля²</i>	<i>ре¹</i>	<i>си</i>	<i>соль</i>	<i>ре</i>	<i>Си</i>	<i>Соль</i>	<i>Ре</i>
терциевая	<i>Фа — до³</i>	<i>фа¹</i>	<i>ре¹</i>	<i>ля</i>	<i>фа</i>	<i>ре</i>	<i>Ля</i>	<i>Фа</i>
квартовая	<i>Соль — ре³</i>	<i>соль¹</i>	<i>ми¹</i>	<i>до¹</i>	<i>соль</i>	<i>ми</i>	<i>до</i>	<i>Соль</i>
квинтовая	<i>Ля — ми³</i>	<i>ля¹</i>	<i>фа¹</i>	<i>ре¹</i>	<i>ля</i>	<i>фа</i>	<i>ре</i>	<i>Ля</i>
Балалайка								
прима	<i>ми¹ — ре¹</i>	<i>ля¹</i>	<i>ми¹</i>	<i>ми¹</i>	—	—	—	—
секунда	<i>ля — фа²</i>	<i>ре¹</i>	<i>ля</i>	<i>ля</i>	—	—	—	—
альт	<i>ми — до²</i>	<i>ля</i>	<i>ми</i>	<i>ми</i>	—	—	—	—
бас	<i>ми — ля¹</i>	<i>ре</i>	<i>Ля</i>	<i>Ми</i>	—	—	—	—
контрабас	<i>Ми₁ — соль</i>	<i>Ре</i>	<i>Ля₁</i>	<i>Ми₁</i>	—	—	—	—
Домра трехструнная								
пикколо	<i>си¹ — ми⁴</i>	<i>ля²</i>	<i>ми²</i>	<i>си¹</i>	—	—	—	—
прима	<i>ми¹ — ля³</i>	<i>ре²</i>	<i>ля¹</i>	<i>ми¹</i>	—	—	—	—
альт	<i>ми — ля²</i>	<i>ре¹</i>	<i>ля</i>	<i>ми</i>	—	—	—	—
тенор	<i>Си — ми²</i>	<i>ля</i>	<i>ми</i>	<i>Си</i>	—	—	—	—
бас	<i>Ми — ля¹</i>	<i>ре</i>	<i>Ля</i>	<i>Ми</i>	—	—	—	—
Домра четырех-струнная								
пикколо	<i>до¹ — фа⁴</i>	<i>ля²</i>	<i>ре²</i>	<i>соль¹</i>	<i>до¹</i>	—	—	—
прима	<i>соль — ля³</i>	<i>ми²</i>	<i>ля¹</i>	<i>ре¹</i>	<i>соль</i>	—	—	—
альт	<i>до — ми³</i>	<i>ля¹</i>	<i>ре¹</i>	<i>соль</i>	<i>до</i>	—	—	—
тенор	<i>Соль — ля²</i>	<i>ми¹</i>	<i>ля</i>	<i>ре</i>	<i>Соль</i>	—	—	—
бас	<i>До — ре²</i>	<i>ля</i>	<i>ре</i>	<i>Соль</i>	<i>До</i>	—	—	—
контрабас	<i>Ми₁ — до¹</i>	<i>Соль</i>	<i>Ре</i>	<i>Ля₁</i>	<i>Ми₁</i>	—	—	—
Мандолина								
пикколо	<i>ре¹ — фа⁴</i>	<i>си²</i>	<i>ми²</i>	<i>ля¹</i>	<i>ре¹</i>	—	—	—
прима	<i>соль — ми⁴</i>	<i>ми²</i>	<i>ля¹</i>	<i>ре¹</i>	<i>соль</i>	—	—	—
мандола	<i>Соль — до²</i>	<i>ми</i>	<i>ля</i>	<i>ре</i>	<i>Соль</i>	—	—	—
люта	<i>До — ре²</i>	<i>ля</i>	<i>ре</i>	<i>Соль</i>	<i>До</i>	—	—	—
контрабас	<i>Ми₁ — до¹</i>	<i>Соль</i>	<i>Ре</i>	<i>Ля₁</i>	<i>Ми₁</i>	—	—	—

Таблица 5.11. Планы настройки струн грифовых щипковых музыкальных инструментов

Инструмент	Настраиваемая струна		Струна, по которой производится настройка	
	Номер	Лад, к которому она прижимается	Номер (частота эталона), Гц	Лад, к которому она прижимается
1	2	3	4	5
Гитара шестиструнная прима	1	5	(440)	К
	2	5	1	О
	3	4	2	О
	4	5	3	О
	5	5	4	О
	6	5	5	О
терцевая	1	2	(440)	К
	2	5	1	О
	3	4	2	О
	4	5	3	О
	5	5	4	О
	6	4	5	О
квартовая	1	0	(440)	К
	2	5	1	О
	3	4	2	О
	4	5	3	О
	5	5	4	О
	6	5	5	О
квинтовая	1	3	(440)	К
	2	0	2	5
	3	4	2	О
	4	5	3	О
	5	5	4	О
	6	5	5	О
гавайская	1	5	(440)	К
	2	5	1	О
	3	4	2	О
	4	5	3	О
	5	5	4	О
	6	5	5	О
Гитара семиструнная прима	1	7	(440)	К
	2	3	1	О
	3	4	2	О
	4	5	3	О
	5	3	4	О
	6	4	5	О
	7	5	6	О
терцевая	1	4	(440)	К
	2	3	1	О
	3	4	2	О
	4	5	3	О
	5	3	4	О
	6	4	5	О
	7	5	6	О

1	2	3	4	5
квартетная	1	2	(440)	К
	2	3	1	О
	3	4	2	О
	4	5	3	О
	5	3	4	О
	6	4	5	О
	7	5	6	О
квинтетная	1	0	(440)	К
	2	3	1	О
	3	4	2	О
	4	5	3	О
	5	3	4	О
	6	4	5	О
	7	5	6	О
Балалайка прима	1	0	(440)	К
	2	5	1	О
	3	0	2	О
секунда	1	7	(440)	К
	2	5	1	О
	3	0	2	О
альт	1	12	(440)	К
	2	5	1	О
	3	0	2	О
бас	1	7	(220)	К
	2	5	1	О
	3	5	2	О
контрабас	1	7	(110)	К
	2	5	1	О
	3	5	2	О
Домра трехструнная пикколо	1	0	(880)	К
	2	5	1	О
	3	5	2	О
прима	2	0	(440)	К
	1	0	2	5
	3	5	2	О
альт	1	7	(440)	К
	2	5	1	О
	3	5	2	О
тенор	1	0	(220)	К
	2	5	1	О
	3	5	2	О
бас	1	7	(220)	К
	2	5	1	О
	3	5	2	О
Домра четырехструнная пикколо	1	0	(880)	К
	2	7	1	О
	3	7	2	О
	4	7	3	О
прима	2	0	(440)	К
	1	0	2	7
	3	7	2	О
	4	7	3	О

1	2	3	4	5
альт	1	0	(440)	К
	2	7	1	О
	3	7	2	О
	4	7	3	О
тенор	2	0	(220)	К
	1	0	2	7
	3	7	2	О
	4	7	3	О
бас	1	0	(220)	К
	2	7	1	О
	3	7	2	О
	4	7	3	О
контрабас	1	2	(110)	К
	2	5	1	О
	3	5	2	О
	4	5	3	О
Мандолина пикколо	3	0	(440)	К
	2	0	3	7
	1	0	2	7
	4	7	3	О
прима	2	0	(440)	К
	1	0	2	7
	3	7	2	О
	4	7	3	О
мандола	2	0	(220)	К
	1	0	2	7
	3	7	2	О
	4	7	3	О
люта	1	0	(220)	К
	2	7	1	О
	3	7	2	О
	4	7	3	О
контрабас	1	2	(110)	К
	2	5	1	О
	3	5	2	О
	4	5	3	О

Пример 2 Пусть требуется настроить мандолину-пикколо. Третью струну открытую (графы 2, 3) настраивают в унисон по камертону (графа 5) на ля первой октавы частотой 440 Гц (графа 4). Прижав настроенную третью струну (графа 4) к ладу 7 (графа 3), настраивают в унисон вторую струну открытую (графы 2, 3). Настроенную вторую струну (графа 4) прижимают к ладу 7 (графа 5) и настраивают в унисон первую струну открытую (графы 2, 3). После чего настраивают четвертую струну.

Настройка арфы. Арфа имеет диатонический строй *до-бемоль мажор*. Педальный механизм, состоящий из семи педалей (по одной педали на одноименные тона), позволяет повышать (нижнее положение педалей) или понижать (верхнее положение педалей) звуки арфы на полтона (рис. 5.21). Для удобства игры и настройки все струны, соответствующие звукам *до*, делают красного цвета, звукам *фа* — синего. Частоты

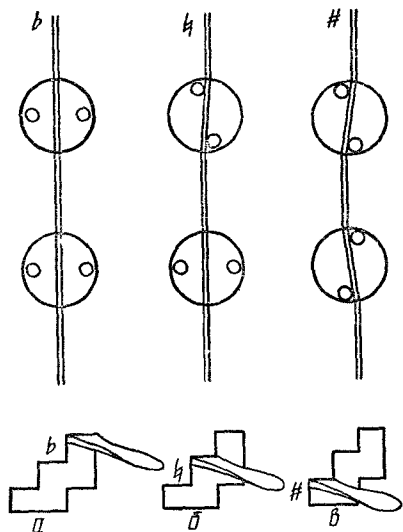


Рис. 5.21. Положения педалей и струн:

a — свободная (открытая) струна, что соответствует верхнему положению педали и понижению частоты на полтона (бемоли); *б* — струна ущемлена верхней вилкой, что соответствует среднему положению педали (бекары); *в* — струна ущемлена двумя вилками, что соответствует нижнему положению педалей (диезы)

третьей октавы (чистая квинта вверх). По нему настраивают тон *до* четвертой октавы (чистая квинта вверх). От этого тона откладывают вниз интервал октавы и настраивают тон *до* третьей октавы, по которому через интервал чистой квинты вверх настраивают тон *соль* третьей октавы. По нему настраивают тон *ре* четвертой октавы (чистая квинта вверх). Затем от тона *ре* четвертой октавы откладывают октаву вниз и настраивают тон *ре* третьей октавы. Настройка зоны темперации заканчивается проверкой интервала чистой квинты от тона *ре* до тона *ля* третьей октавы. По зоне темперации в октаву настраивают другие струны арфы.

открытых (для нижнего положения педалей) струн арфы приведены в таблице 5.8.

Настройку арфы производят без биений чистыми квинтами и октавами. Тон *ля* третьей октавы (соответствует тону *ля* первой октавы фортепиано) настраивают по камертону на частоту 440 Гц. При этом все педали находятся в среднем положении. По тону *ля* третьей октавы настраивают тон *ля* второй октавы. По тону *ля* второй октавы настраивают тон *ми* третьей октавы (чистая квинта вверх), затем настраивают тон *си* третьей октавы (чистая квинта вверх). От тона *си* третьей октавы откладывается октава вниз и настраивается тон *си* второй октавы. Тоны *си* с помощью педали перестраиваются на *си-бемоль* (верхнее положение педали), по которому настраивается струна *фа*

6. СМЫЧКОВЫЕ МУЗЫКАЛЬНЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ

6.1. СОСТАВ И ОСОБЕННОСТИ

К числу смычковых (фрикционных) инструментов относятся скрипка, альт, виолончель, контрабас, а также народные инструменты: гудок, басоля, кеманча и др. Извлечение звука в них осуществляется с помощью смычка или фрикциона.

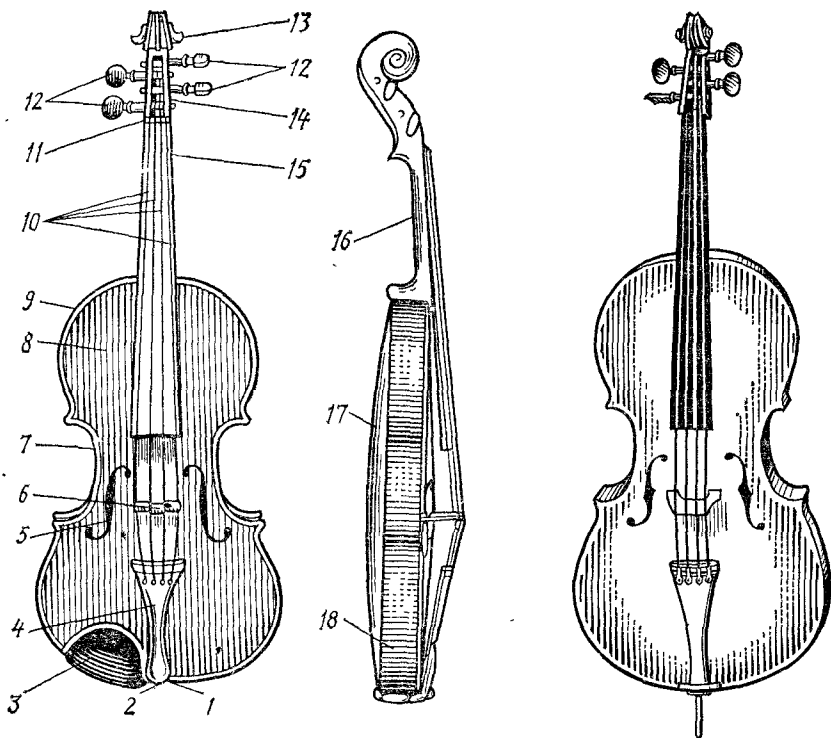


Рис. 6.1. Скрипка:

1—нижний порожек; 2—пуговица; 3—подбородник; 4—струнодержатель; 5—резонаторное отверстие (эф); 6—подставка; 7—боковой вырез (эс); 8—верхняя дека; 9—ус; 10—струны; 11—верхний порожек; 12—колки; 13—завиток; 14—колковая коробка; 15—гриф; 16—шейка; 17—нижняя дека; 18—обечайка

Рис. 6.2. Виолончель

Лучшие инструменты группы смычковых были созданы в XVII—XVIII вв. итальянскими мастерами Амати, Страдивари, Гварнери. В наше время скрипки этих мастеров являются эталонами качества. Во многих странах ведутся исследования физических процессов формирования звуков в смычковых инструментах, разработки теории их расчета. Эти работы базируются в первую очередь на анализе лучших старинных инструментов. Такое внимание смычковым инструментам уделяется из-за специфического, неповторимого тембра их звучания, музыкально-исполнительских и эстетических достоинств.

Смычковые инструменты широко применяются в симфонических и эстрадных оркестрах.

Скрипка — наиболее распространенный инструмент смычковой группы. Завиток 13 (рис. 6.1) является элементом декоративного оформления. Колки 12 служат для натяжения струн 10

при настройке и размещаются в колковой коробке 14. Порожек 11 и подставка 6 — линии опоры струн, располагаемых над грифом 15. Верхняя дека 8 и нижняя дека 17 крепятся к обечайке 18. Ус 9 служит в основном для декоративного оформления. Боковой вырез (эс) 17 и резонаторное отверстие (эф) 5 — элементы акустического аппарата и декоративного оформления. Струнодержатель 4, пуговица 2 и нижний порожек 1 необходимы для жесткого крепления струны и имеют также декоративное значение. Подбородник 3 предназначен для удобства игры. Шейка грифа 16 обеспечивает жесткость конструкции и служит для удобства при игре на инструменте.

По размерам скрипки условно делят на полные, или четырехчетвертные ($4/4$), трехчетвертные ($3/4$), половинные ($2/4$), четвертные ($1/4$) и восьмые ($1/8$) (табл. 6.1). У скрипок четыре струны. Они могут быть как жильными, так и металлическими.

Т а б л и ц а 6.1. Основные размеры скрипок

Параметр	$4/4$	$3/4$	$2/4$	$1/2$	$1/4$
Длина, мм					
общая	600	565	535	475	445
рабочей части струны	330	311	293	260	236
корпуса	355	335	315	280	255
Ширина корпуса максимальная, мм	207	195	184	163	149
Толщина корпуса максимальная, мм	62	58	54	49	45
Средняя масса, кг	0,45	0,37	0,34	0,29	0,24

Верхняя дека скрипки изготавливается из резонансной ели, нижняя дека (дно) и обечайка — из специальных пород клена-явора, гриф — из груши или других твердолиственных пород.

Альт — смычковый музыкальный инструмент, по общему виду похожий на скрипку, но несколько большего размера. Альт выпускается обычно одного размера ($4/4$).

Ниже приведены основные параметры альты, мм.

Длина	
общая	692
рабочей части струны	378
Ширина корпуса максимальная	238
Толщина » »	73

У альты четыре струны. Они могут быть как жильными, так и металлическими.

Верхняя дека альты изготавливается из резонансной ели, нижняя дека и обечайка — из клена-явора, гриф — из груши или других твердолиственных пород.

Альт используется в составе симфонического оркестра как сольный инструмент.

Виолончель — смычковый музыкальный инструмент, по внешнему виду похожий на скрипку и альт, но большего размера. Для опоры о пол при игре у виолончели имеется ножка (рис. 6.2). Виолончели различаются между собой размерами корпусов (табл. 6.2). По размерам виолончели условно делят на полные, или четырехчетвертные ($\frac{4}{4}$), трехчетвертные ($\frac{3}{4}$), половинные ($\frac{2}{4}$), четвертные ($\frac{1}{4}$) и восьмые ($\frac{1}{8}$).

У виолончели четыре струны (жильные или металлические).

Верхняя дека виолончели изготовляется из резонансной ели, нижняя дека и обечайка — из клена-явора, гриф — из груши или других твердолиственных пород.

Виолончель используется для сольного, ансамблевого или оркестрового исполнения.

Контрабас — смычковый музыкальный инструмент, по внешнему виду похожий на виолончель, но большего размера, с низким тембром звучания (рис. 6.3).

Контрабас выпускается одного размера, который условно принимают за размер полного инструмента ($\frac{4}{4}$). Ниже приведены основные параметры контрабаса, мм.

Длина	
общая	1905
рабочей части струны	1070
Ширина корпуса максимальная	700
Толщина » »	290

Верхняя и нижняя деки контрабаса изготовляются из резонансной ели, обечайка — из березовой фанеры, гриф — из груши или других твердолиственных пород.

К смычковым относят большую группу народных инструментов: гудок (русский), басоля (украинский), кеманча (азербайджанский, грузинский), кяманча (армянский), чагана (дагестанский), гиджак (туркменский, узбекский), кыяк (киргизский), кобыз (казахский) и т. д. Эти инструменты отличаются размерами, количеством струн (от одной до четырех), формой

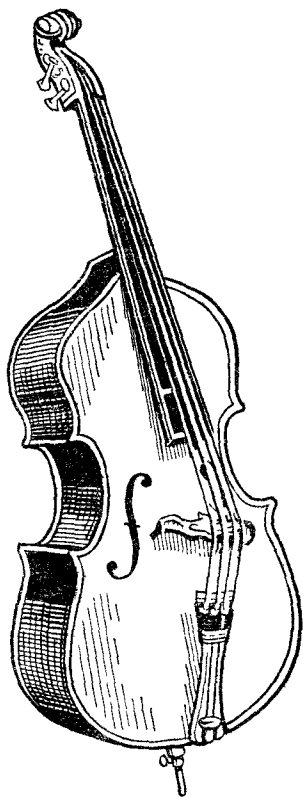


Рис. 6.3. Контрабас

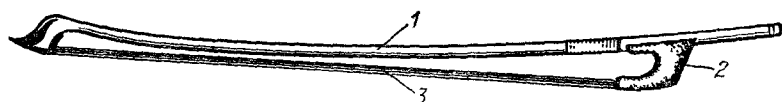


Рис. 6.4. Смычок:

1—трость; 2—колодочка; 3—пучок волос

корпуса, наличием деки (гудок, басоля), мембраны (кеманча, кяманча, чагана), открытых резонаторных коробок в корпусе (кыяк, кобыз), используемыми материалами, формой смычков.

Таблица 6.2. Основные размеры виолончелей

Параметр	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
Длина, мм					
общая	1258	1185	1110	995	925
рабочей части струны	690	650	607	548	508
Ширина корпуса максимальная, мм	430	412	385	345	320
Толщина корпуса максимальная, мм	172	163	154	136	129
Масса, кг	3	2,5	2,5	2	1,75

Таблица 6.3. Некоторые параметры смычков массового производства с грабовыми тростями

Условный размер смычка	Общая длина, мм	Длина трости, мм	Стрела прогиба, мм	Диаметр тростин у колодочки, мм	Масса, г
<i>Скрипичные</i>					
$\frac{4}{4}$	740	725	18	9,8	66
$\frac{3}{4}$	665	650	15	9,7	55
$\frac{2}{4}$	615	600	14	9,5	43
$\frac{1}{4}$	565	550	13	9,5	40
$\frac{1}{8}$	515	500	12	9,5	36
<i>Виолончельные</i>					
$\frac{4}{4}$	710	695	18	10,5	75
$\frac{3}{4}$	690	675	18	10,5	73
$\frac{2}{4}$	630	615	17	10,5	65
$\frac{1}{4}$	610	595	15	10,5	60
$\frac{1}{8}$	590	575	13	10,5	50
<i>Контрабасовые</i>					
$\frac{4}{4}$	845	695	24	14,5	85
$\frac{3}{4}$	695	645	23	13,5	70

**Таблица 6.4. Количество и размеры волос для смычков
массового производства**

Условный размер смычка	Масса волоса (нормативная) на один смычок, кг			Длина волоса на смычок, мм		
	скрипич- ный	виолон- чельный	контра- басовый	скрипич- ный	виолон- чельный	контра- басовый
$\frac{4}{4}$	0,0078	0,0135	0,0175	750	700	700
$\frac{3}{4}$	0,0078	0,0135	—	750	670	—
$\frac{2}{4}$	0,0078	0,0135	—	650	640	—
$\frac{1}{4}$	0,0078	0,0135	—	650	610	—
$\frac{1}{8}$	0,0078	0,0135	—	650	610	—

К национальным смычковым инструментам относят и фрикционные, например лира (русский, украинский), лера (белорусский), инструменты, для игры на которых вместо смычка используется деревянное вращающееся колесо.

Смычок представляет собой фрикционное устройство, служащее для возбуждения струн. Он состоит из круглой или граненой трости 1 (рис. 6.4) с натянутым пучком конских волос 3 или синтетических нитей. Извлечение звуков достигается движением смычка по струнам инструмента.

Трость 1 изготавливают из граба или фернамбука. Колодочка смычка 2 делается из пластмассы. Смычки народных инструментов могут иметь другие конструктивные решения.

Смычки подразделяют на скрипичные, виолончельные, контрабасовые. По размерам смычки условно делят на полные ($\frac{4}{4}$), трехчетвертные ($\frac{3}{4}$), половинные ($\frac{2}{4}$), четвертные ($\frac{1}{4}$), восьмые ($\frac{1}{8}$) (табл. 6.3).

Для смычков используют жесткий конский волос, срезанный с хвостов, после специальной обработки. Размер и потребное количество волос на один смычок нормированы (табл. 6.4).

6.2. АКУСТИЧЕСКИЙ АППАРАТ

Основная особенность смычковых инструментов заключается в использовании фрикционного метода звукоизвлечения. Колебания струн, вызываемые движением смычка, происходят в плоскости действия смычка, которая не может быть перпендикулярна деке. Для изменения направления колебаний струн относительно деки служит высокая подставка 1 (рис. 6.5). Одна ножка подставки опирается на часть деки, под которой приклеена пружина 2, а другая — на часть деки, под которой установлена душка 4, связанная с дном (нижней декой) инструмента.

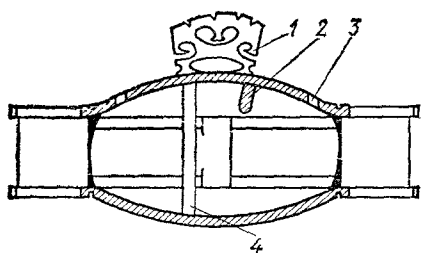
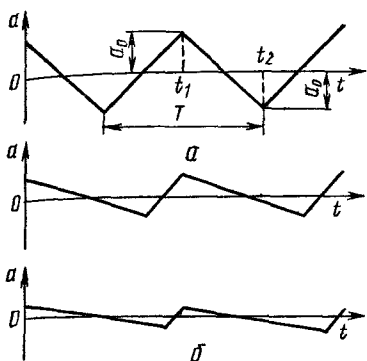


Рис. 6.5. Акустический аппарат скрипки:
1 — подставка; 2 — пружина; 3 — эфы; 4 —
душка

Подставка передает колебания струны деке, причем при увеличении давления на пружину давление на душку уменьшается и наоборот. В результате происходят колебания деки и дна. Под воздействием этих колебаний создается изменение внутреннего объема воздуха, что вызывает его колебательные движения, собственная частота которых определяется объемом и конфигурацией полости инструмента. Через резонаторные отверстия (эфы) 3 колебания распространяются в окружающее пространство. Таким образом, акустический аппарат смычковых инструментов представляет собой совокупность механической — корпус и пневматической — внутренняя полость корпуса (резонатор) колебательных систем. При воздействии на такую систему колеблющейся струны одни области частот подчеркиваются (акцентируются), другие ослабляются. Это создает различную отзывчивость инструмента на различные частичные тоны колеблющейся струны и придает звуку специфическую окраску (тембр). Влияние конструктивных параметров корпуса на акустические качества инструмента можно оценить, используя приемы анализа работы щипковых инструментов (см. п. 5.2). Основные выводы, сделанные относительно акустических качеств корпуса щипковых инструментов, в значительной мере справедливы и для смычковых. Однако использование фрикционного метода возбуждения струн в смычковых инструментах приводит к качественным отличиям формируемых звуковых сигналов.

Процесс возбуждения струн смычком. Он зависит от силы трения между накинфолненным волосом смычка и струной. Когда скорость смычка относительно струны равна нулю или весьма мала, смычок как бы сцеплен со струной и тянет ее за собой (сила трения велика). Когда усилие натяжения струны станет больше силы трения, струна оторвется от смычка и будет перемещаться навстречу его движению. Когда скорости смычка и струны опять станут равными, произойдет повторный захват струны смычком. Так будет продолжаться до тех пор, пока смычок движется по струне.

Время сцепления струны со смычком определяется в основном собственной частотой струны, а амплитуда колебаний струны — силами давления смычка, трения покоя и скольжения и скоростью движения смычка. С увеличением давления смычка на струну может увеличиваться затухание колебаний отдельных



←
Рис. 6.6. Форма колебаний струны, возбужденной смычком:
a — в средней части струны; *б* — при последовательном перемещении точки возбуждения к концу струны



Рис. 6.7. Влияние отраженных волн на форму колебаний струны

частичных тонов (в зависимости от места возбуждения), что отражается на качестве звуков.

Место возбуждения струн находится чаще всего на $1/5...1/8$ длины рабочей части струны со стороны подставки. Форма колебаний струн в зависимости от места и условий возбуждения может быть представлена идеализированными ломаными линиями (рис. 6.6). Причем чем ближе к подставке точка возбуждения струны, тем больше отличаются друг от друга размеры сторон треугольника, основанием опирающегося на ось абсцисс.

Период колебаний струны смычкового инструмента складывается из двух стадий: увлечение смычком струны ($0...t_1$), скольжение струны под смычком и возвращение под действием упругих сил в начальное положение ($t_1...T$).

В первой стадии

$$a = v_1 t - a_0, \quad (6.1)$$

во второй стадии

$$a = v_2 (T - t) - a_0, \quad (6.2)$$

где a — отклонение струны в момент времени t ; v_1 — скорость движения струны, увлеченной смычком; a_0 — максимальное отклонение струны; v_2 — скорость обратного движения струны с малым трением под действием упругих сил (после отрыва от смычка).

Из выражений (6.1), (6.2) следует справедливость равенства при $t = t_1$:

$$v_1 t_1 = v_2 (T - t_1) = 2a_0. \quad (6.3)$$

Разложение в ряд Фурье периодического колебания дает

$$a = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \sin(2\pi n t / T) + B_n \cos(2\pi n t / T)], \quad (6.4)$$

Коэффициенты A_n и B_n с учетом соотношений (6.1) и (6.2) можно выразить следующим образом:

$$A_n = \frac{(v_1 + v_2) T}{2\pi^2 n^2} \sin \frac{2\pi n t_1}{T};$$

$$B_n = \frac{(v_1 + v_2) T}{2\pi^2 n^2} \left(\cos \frac{2\pi n t_1}{T} - 1 \right). \quad (6.5)$$

Выражение для отклонения струны примет вид

$$a = \frac{(v_1 + v_2) T}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n^2} \sin \frac{\pi n t_1}{T} \sin \frac{2\pi n}{T} \left(t - \frac{t_1}{2} \right) \right]. \quad (6.6)$$

Из равенства (6.3) получим

$$v_1 + v_2 = 2a_0/t_1 + 2a_0/(T - t_1) = 2a_0 T / [t_1(T - t_1)]. \quad (6.7)$$

В момент захвата (зацепления) смычком струны происходит толчок, от которого по обе стороны смычка распространяются волны; отразившись от опор струны, они возвращаются к смычку уже в противофазе. Это приводит к тому, что часть обертонов оказывается ослабленной или вообще отсутствующей. Процесс отражения волн продолжается до полного их затухания и появления новых. Отраженные волны изменяют форму колебаний струны (рис. 6.7). Наибольшие амплитуды отраженных волн поступают от ближайшей опоры (подставки) через промежутки времени

$$\Delta T = 2\Delta L_0/v_c = T\Delta L_0/L, \quad (6.8)$$

где v_c — скорость распространения волн по струне; T — период собственных колебаний струны; ΔL_0 — расстояние от точки возбуждения струны до подставки; L — длина рабочей части струны.

Под действием отраженных волн через промежутки времени могут происходить отрыв и новое зацепление струны и смычка, что и приводит к появлению ступенек на кривой колебаний струны (см. рис. 6.7).

Зависимость формы колебаний струны от скорости и силы давления смычка на струну еще недостаточно исследована. Однако проведенные эксперименты позволяют отметить следующее:

1. Изменение силы давления смычка в широких пределах не приводит к существенным изменениям формы колебаний струны, если расстояние от подставки до точки возбуждения струны и длина рабочей части струны находятся в простом кратном отношении, т. е. $\Delta L_0/L = 1/2; 1/3; 1/4$ и т. д. Если же отношение $\Delta L_0/L$ другое, т. е. не простое кратное, форма и амплитуда колебаний струны могут существенно зависеть от силы давления смычка.

2. При слишком больших или малых давлениях смычка происходит срыв возбуждения струны.

3. Пределы давлений смычка при возбуждении струны растут с увеличением его скорости.

Параметры смычков. Масса, размеры, гибкость, момент инерции, положение центра тяжести, характеристики волоса или нитей — все эти параметры смычков непосредственно влияют на качество извлекаемого звука смычковыми инструментами. Для получения желаемых тембра и громкости звука музыканты при игре в широких пределах изменяют скорость движения смычка и силу давления на струну. Хороший смычок позволяет музыканту получить нужные качества звука при минимальной затрате мускульной энергии.

Масса смычка определяет его динамические качества при игре на инструменте, возможность быстрого изменения направления движения и давления на струну. Исходя из этого желательно массу смычка иметь достаточно малой.

Распределение массы в смычке и положение центра тяжести определяют возможность равномерного прижима смычка к струне по всей длине его рабочей части, а также быстрого поворота смычка в плоскости поперечного сечения струны.

Смычок должен иметь и некоторую оптимальную гибкость. Если он слишком гибок, может произойти соприкосновение трости с волосом и струной раньше, чем будет достигнута нужная сила давления, т. е. игра будет невозможна из-за «утопания» струны в смычке. Недостаточная гибкость смычка при исполнении быстрых пассажей приводит к отскакиванию смычка от струны и срыву звукоизвлечения. Гибкость смычка в некоторых пределах может регулироваться изменением натяжения волоса. Однако основное условие обеспечения оптимальной гибкости смычка — выбор соответствующей гибкости трости. Прогиб трости в средней части в сторону волоса способствует уменьшению гибкости (повышению жесткости) смычка при неизменной массе.

При конструировании смычка стремятся уменьшить расстояние от трости до натянутого волоса, чтобы приблизить центр тяжести смычка к струне и тем самым повысить статическую устойчивость смычка на струне при игре. Однако малое расстояние между тростью и волосом ограничивает допустимые пределы прогиба волоса. На практике сложились некоторые средние, оптимальные параметры смычков.

Результаты обследования группы лучших смычков известных мастеров Турта, Вильома, Вуарена и Киттеля сведены в табл. 6.5 [26]. Жесткость смычка по результатам измерения минимального расстояния между тростью и волосом определялась исходя из экспериментальной зависимости прогиба трости от усилия натяжения волоса (рис. 6.8). Эксперименты показывают, что музыканты замечают весьма незначительные отклонения параметров смычков от оптимальных и характеризуют дефекты смычков терминами, приведенными в табл. 6.6.

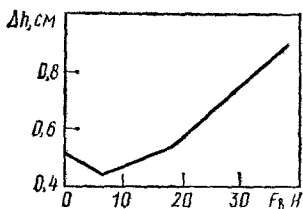


Рис. 6.8. Зависимость минимального расстояния между волосом и тростью от усилия натяжения волоса

с диаметром 8,6 мм. При $x > 70$ мм диаметр трости находят по формуле (6.9).

В работе [26] предложена более простая формула расчета диаметра трости

$$d = d_0 - A(x - x_0) - B(x - x_0)^2, \quad (6.10)$$

где для скрипичных смычков размера $\frac{4}{4}$ $d_0 = 0,86$ см — начальный диаметр трости на расстоянии от 0 до $x_0 = 7$ см; $A = 3 \cdot 10^{-3}$; $x > 7$ см — расстояние от колодки до точки определения диаметра трости; $B = 4,5 \cdot 10^{-5}$.

Результаты расчетов диаметров скрипичной трости сведены в таблицу, там же для сравнения даны результаты обмеров одного из лучших известных скрипичных смычков французского мастера Турта (табл. 6.7).

Линия изгиба тростей лучших смычков может быть задана (табл. 6.8). Для ее приближенного описания применяют эмпирическую формулу

$$\Delta h = a(x - x_0)^2, \quad (6.11)$$

где Δh — отклонение оси смычка от прямой линии на расстоянии x от ко-

Таблица 6.5. Средние значения параметров шести лучших скрипичных смычков

Параметр	Абсолютное значение	Пределы разброса, %	
		уменьшение	увеличение
Масса смычка, г	59,9	11	8
Масса трости, г	41,7	6,25	3,6
Расстояние от колодки до центра тяжести, см	45,5	0,66	1,69
Момент инерции, кг/см ²	53,2	17,8	9,6
Жесткость при прогибе по всей длине, Н/см	13	18	15,4
Жесткость по результатам измерения минимального расстояния между волосом и тростью при натяжении волоса, Н/см			
10 Н	84	16,7	22
30 Н	50	27,8	29

Формы тростей современных смычков получены опытным путем. Диаметр скрипичного смычка в зависимости от расстояния до колодки описывается эмпирической формулой

$$d = 5,5 \lg(110 - 0,1256x) - 2,04, \quad (6.9)$$

где d — диаметр смычка на расстоянии x от колодки, мм.

На расстоянии $x \leq 70$ мм трость имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

имеет цилиндрическую прямую форму

лодочки (для $x \leq 7$ см $\Delta h = 0$); $\alpha = 0,015$ — коэффициент, полученный экспериментально для лучших скрипичных смычков размера $4/4$

Приведенные параметры трости смычка характерны для трости, изготовленной из фернамбука, экспериментально найденного лучшего на сегодняшний день материала. Среднее значение плотности фернамбука $\rho = 976$ кг/м³, модуля упругости $E = 2280$ МПа. Если отклонение параметров составляет более 5 %, необходимо изменять диаметры трости, приведенные в табл. 6.7.

Таблица 6.6. Определение дефектов смычков при отклонении их параметров от оптимальных

Название дефекта в субъективной терминологии музыкантов	Отклонение параметров за допустимые пределы разброса, %						
	Масса смычка	Масса трости	Расстояние от колодки до центра тяжести смычка	Момент инерции	Жесткость по всей длине	Жесткость по результатам измерения минимального расстояния между волосом и тростью при натяжении	
						10 Н	30 Н
Тяжелый, жесткий	—	1,42	2,66	—	1,77	—	—
Легкий, гибкий	1,15	3	1,44	—	1,56	1,84	1,17
Немного легко	—	1,26	—	—	—	—	—
Гибкий, неудобный	—	—	3,14	—	1,52	—	—
Легкий, гибкий	—	1,8	—	—	2,74	2,63	1,93
Неудобный	—	—	1,36	1,005	—	—	1,19
Неудобный, неустойчивый по натяжению	—	—	1,56	—	—	6,82	—
Легкий, гибкий	—	1,75	—	—	2,77	2,66	1,76
Тяжелый, жесткий	—	1,92	2,93	—	1,37	2,82	1,65

Таблица 6.7. Диаметры тростей скрипичных смычков, см

Расстояние от колодки	Диаметр трости Турта	Диаметр, вычисленный по формуле (6 9)	Диаметр, вычисленный по формуле (6 10)
0	0,86	0,86	0,86
7	0,86	0,83	0,86
10	0,85	0,851	0,851
15	0,833	0,837	0,833
20	0,815	0,825	0,813
25	0,797	0,81	0,791
30	0,777	0,79	0,767
35	0,754	0,76	0,741
40	0,727	0,735	0,712
45	0,7	0,72	0,681
50	0,67	0,68	0,648
55	0,63	0,64	0,612
60	0,59	0,601	0,572
65	0,53	0,536	0,534

Таблица 6.8. Линия изгиба трости смычка

Расстояние от колодки, см	Отклонение оси смычка от прямой линии, см
0	0
5	0
10	0
15	0,17
20	0,28
25	0,54
30	0,81
35	1,16
40	1,6
45	2,05
50	2,66
55	3,37
60	4,25
65	5,35

При использовании для тростей смычков железной березы (березы Шмидта) начальный диаметр трости увеличивают до 0,9 см, граба — до 0,95 см. У смычков массового производства размеры могут быть несколько увеличены. Наибольшие отклонения осей таких смычков от прямой приведены в табл. 6.9.

Таблица 6.9. Номинальные значения наибольших прогибов осей смычков массового производства, мм

Смычок	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$
Скрипичный	18	15	14	13	12
Виолончельный	18	17,5	17	15	13
Контрабасовый	24	—	19	—	—

Канифоль для натирки волоса смычков. Используемая для натирки волоса смычков канифоль обеспечивает повышенное сцепление смычка со струной. Удержание канифоли на волосе происходит благодаря особенностям его строения. Сечение волоса близко к кругу и имеет трехслойную структуру. Центральная часть (середина) волоса состоит из почти кубических ороговевших клеток. Промежуточный слой представляет собой корковое ороговевшее вещество. Верхний (наружный) слой образован черепицеобразно наложенными друг на друга плоскими ороговевшими клетками.

При натирке волоса канифолью ее частицы задерживаются ороговевшими клетками наружного слоя, что способствует сцеплению смычка со струной. От длительной эксплуатации верхний слой волоса стирается и хуже удерживает частицы канифоли. Поэтому основной показатель качества канифоли — способность удерживаться на волосе смычка, обеспечивая хорошее сцепление его со струной. Канифоль должна быть достаточно однородной по составу, а при натирке волоса должна мало пылить. В состав большинства канифолей смычковых инструментов вводят сосновую живичную канифоль (основной компонент), касторовое масло, скипидар, этиловый спирт. Эксплуатационные качества канифоли зависят как от ее состава, так и от технологии приготовления.

Акустические характеристики инструментов, полученные экспериментально. Акустический аппарат смычковых инструментов трудно поддается математическому описанию. Число параметров, которые необходимо определить для полного анализа, весьма велико. Между тем выдающиеся мастера сумели опытным путем создать замечательные инструменты, служащие и по сей день эталонами качества. Экспериментальным исследованиям акустических характеристик этих инструментов уделяется большое внимание. Исследования направлены на изучение спектральных, амплитудно-частотных характеристик и переходных процессов.

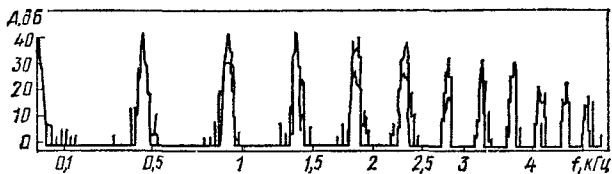


Рис. 6.9. Спектрограмма колебаний струны ля тона *си-бемоль* скрипки Страдивари, снятая при возбуждении струны смычком

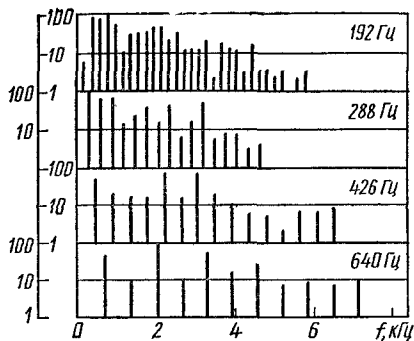


Рис. 6.10. Спектр звуков четырех струн скрипки

Характерная спектрограмма одной из лучших скрипок Страдивари «Принц Хевенхюллер» работы 1733 г. показана на рис. 6.9 [27]. Состав частичных тонов звука обусловлен характером воздействия смычка на струну и резонансными свойствами корпуса скрипки. Некоторая размытость спектра объясняется наличием вибрато, создаваемого музыкантом при извле-

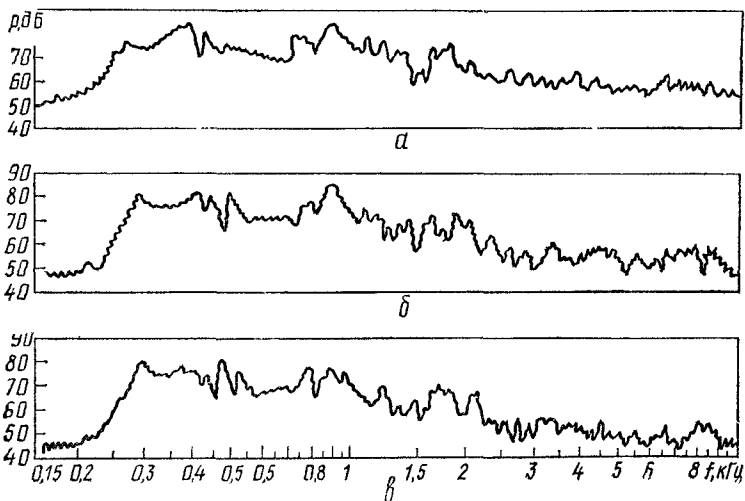


Рис. 6.11. Амплитудно-частотная характеристика скрипки: а—Страдивари (1733 г.); б—Людвига Аншауэра (1958 г.); в—неизвестного мастера

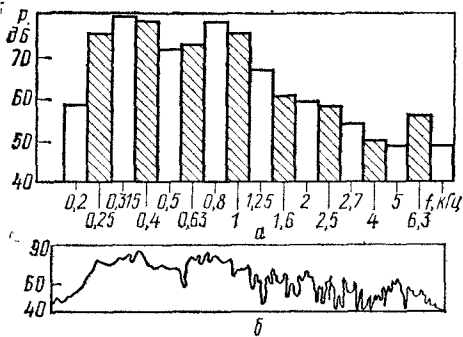


Рис. 6.12. Амплитудно-частотная характеристика скрипки:
 а — построенная по терциям; б — непрерывная

скрипок незначительно отличаются друг от друга, у всех скрипок различный тембр. У скрипки Страдивари первая резонансная частота (частота объема воздуха внутри корпуса) составляет 258 Гц, у скрипок Аншауэра и неизвестного мастера — 277 Гц. При равных усилиях возбуждения у скрипки Страдивари на частоте 200 Гц уровень звукового давления 56 дБ, Аншауэра — 51 дБ и неизвестного мастера — 47 дБ. Это приводит к тому,

чении звука. Спектры звуков четырех струн скрипки представлены на рис. 6.10. Амплитудно-частотные характеристики, записанные в заглушенной акустической камере с помощью шести микрофонов, приведены на рис. 6.11. Возбуждение струн производилось электродинамическим вибратором через подставку с помощью специальной иглы [28].

Хотя амплитудно-частотные характеристики трех скрипок различны, у всех скрипок различный тембр. У скрипки Страдивари первая резонансная частота (частота объема воздуха внутри корпуса) составляет 258 Гц, у скрипок Аншауэра и неизвестного мастера — 277 Гц. При равных усилиях возбуждения у скрипки Страдивари на частоте 200 Гц уровень звукового давления 56 дБ, Аншауэра — 51 дБ и неизвестного мастера — 47 дБ. Это приводит к тому,

Таблица 6.10. Уровни звукового давления скрипок в стан возбужде

Инструмент (мастер, название, год создания)	Средняя частота							
	200	250	315	400	500	630	800	1000
А. Страдивари, «Бюхер», 1683 г.	64,9	72,2	79,6	73,7	72,2	75,8	75,4	70,3
А. Страдивари, «Кабриак», 1696 г.	63,3	72,2	80,5	71	72,5	73,5	72,6	67,4
А. Страдивари, «Король Георг», 1710 г.	58,9	74,3	81,6	74,3	72,4	76,2	70,7	67,4
А. Страдивари, «Андреа», 1715 г.	58,5	72,8	78	73,4	72,8	72,5	75,6	69,8
А. Страдивари, «Юлес Фальк», 1723 г.	58,8	72,5	78,3	75,1	72,3	70,3	78	73
К. Ф. Ландольфи	60,3	69	77,5	68,5	72,2	70,9	72,1	67,9
Г. Ф. Цолониатис, 1774 г.	57,5	74,6	78,4	78,4	72,2	72,7	77	70,6
В. Т. Панормо	47,7	67,9	80	73,7	72,7	71,3	77,2	66,5
Н. Лупот, 1820 г.	54,5	73,6	73,6	74,5	73,5	70,9	76,2	71,6
Ганд Бернардель, 1887 г.	53,1	73,2	76,1	78,3	69,7	70,6	76,1	73,9
Штейнер	46,1	65,8	70,9	73,9	76,8	71,5	74,9	73,3
Л. Глезель, 1908 г.	50,1	72,7	75,6	77,3	72,6	73,7	76,4	70,3
Людвиг Аншауэр, 1958 г.	50,1	70	76,2	77,6	71,5	70,7	77,2	71,7
Лео Аншауэр, 1959 г.	54,2	72,9	78,3	73,7	72,7	72,3	76,3	69,5
Неизвестный мастер	48,1	68,7	75,8	75,4	71,5	69,1	72,7	66,7

что скрипка Страдивари на нижних частотах звучит глубже, сочнее, чем две другие.

Большое число резонансных пиков на амплитудно-частотных характеристиках затрудняет сравнение скрипок. На практике часто амплитудно-частотную характеристику раскладывают по частотам на прямоугольные полосы шириной в терцию (рис. 6.12). В этом случае для снятия характеристик может быть использован лишь один микрофон.

Полосный метод построения характеристик позволяет задавать их с помощью таблиц [28] (табл. 6.10).

Положение максимума уровня звукового давления в терциевом интервале со средней частотой 315 Гц (слышимый резонанс дерева) придает звукам скрипки наибольшую полноту и звучность по сравнению со скрипками, у которых этот максимум выше (примерно на частоте 400 Гц). Исследования показали, что положение первого максимума на частоте примерно 315 Гц — характерный признак старинных скрипок итальянских мастеров. У хороших скрипок резонанс объема воздуха (примерно на частоте 258 Гц) отстоит от ближнего резонанса дерева на семь полутонов (терцию). У плохих инструментов эта разница может достигать октавы или более.

Уровень звукового давления более 58 дБ на частоте 200 Гц встречается лишь у скрипок Страдивари и Ландольфи (см.

дартных терциевых полосах, снятые при одинаковых условиях, дБ

терциевого интервала, Гц									Ширина диапазона, Гц	
1250	1600	2000	2500	3150	4000	5000	6300	8000	180...1400	1400...4500
63,6	66	58,3	54,1	57	54,1	53,1	52,7	46,7	70,2	58
67	66	59,4	53,9	53,7	49,6	47,5	60	60,3	70	58,6
60,2	64,2	59,5	52,9	50,3	51,3	48,2	52,5	46,7	70,7	56,8
63	63,1	59,6	57,1	65,5	53,6	51,7	64,1	61,1	70,7	58,4
66,5	66,1	60,1	55,9	65,8	54,7	52,1	54,3	51,9	71,6	58,6
61,8	64,1	59,4	63,3	61,5	50,9	48,5	50,3	45,4	67,8	58
64,9	62,4	55,7	56,3	53,7	54,1	51,1	52,2	46,7	71,8	56,2
65,7	65,3	59	52,7	52,1	52,1	48,9	52,3	52,1	69,2	58,3
68,5	64,1	59,4	56,8	53,9	53,3	51,5	50,9	49,1	70,6	57,3
70,3	66	63,3	55,7	55,6	56,1	54,8	53,6	48,9	71,2	59,6
65,5	64,8	66,1	61,2	52,5	54,3	50,9	55,1	50,9	68,6	59,8
65,6	62,9	68,8	55,2	61,9	53,9	48,9	50,5	51,9	70,5	56,4
65,5	65,3	63,6	54,5	63,7	54,7	51,5	51,1	52,7	70,4	59,4
65	64,1	67,5	56,1	56,1	53,1	49,9	50,3	48,2	70,4	57,4
61,8	63,1	61,4	53,1	55,4	53,1	49,7	49,1	52,1	67,7	57,4

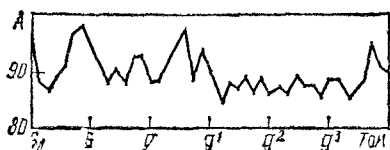


Рис. 6.13. Амплитудно-частотная характеристика виолончели

табл. 6.10). Это положительно сказывается на качестве звука, придает скрипкам индивидуальные тембровые особенности

Следующий максимум уровня звукового давления у большинства скрипок расположен на частоте примерно 800 Гц, у двух скрипок Страдивари — 630 Гц. Средний уровень звукового давления в области частот 180...1400 Гц является мерой звуковой отдачи инструментов. У хороших скрипок он составляет 70...72 дБ, у несколько худших — ниже 70 дБ. Уровень звукового давления в диапазоне частот 1400...4500 Гц лежит в пределах 52...60 дБ, причем чем выше значения, тем больше у звука сочности, светлоты, полетности. Однако при слабом излучении в первом диапазоне большое излучение во втором придает звуку резкость, делает тембр недостаточно хорошим.

Скрипка Бернаделя является хорошим инструментом, хотя по звучанию и отличается от скрипок Страдивари. Худшие скрипки из приведенных в табл. 6.10 — скрипки Штейнера и неизвестного мастера.

В лучших скрипках основные резонансы воздушного объема и дерева совпадают с частотой (с точностью до одного или двух полутонов) средних открытых струн, причем резонанс дерева соответствует выше настроенной средней струне.

Резонанс воздушного объема и нижний резонанс дерева виолончелей на три-четыре полутона выше частот средних открытых струн. Это связано с тем, что виолончель изготавливают по размерам, меньшим оптимальных, что повышает удобства при игре. Поэтому у виолончели (а также у контрабаса) основные резонансы расположены слишком высоко. Это приводит к ослаблению интенсивности низких звуков и снижает качество тембра.

Амплитудно-частотная характеристика виолончели получена проигрыванием полутонов при равномерном движении смычка (без вибрато), интенсивность звуков замерена шумомером [29] (рис. 6.13). Для виолончелей различного качества построены амплитудно-частотные характеристики полосным методом [30] (рис. 6.14).

Геометрические размеры дек и доньев и их влияние на акустические параметры. От распределения толщин по плоскостям дек и доньев (при прочих равных условиях) зависят в значительной мере амплитудно-частотные характеристики инструментов. Однако, как показал опыт, даже точное копирование толщин дек и доньев не приводит к точной передаче тембра звука. Это объясняется тем, что параметры исходных материа-

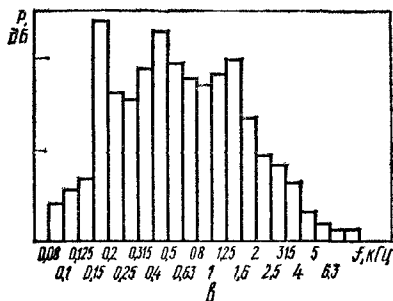
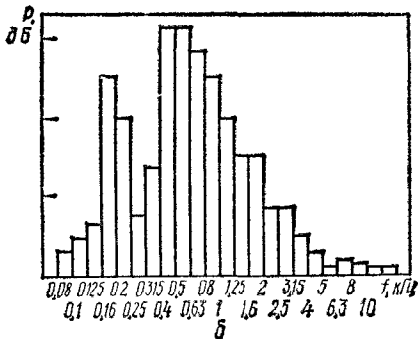
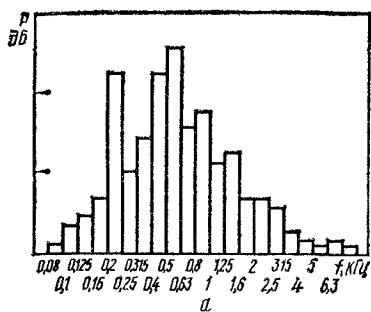


Рис. 6.14. Усредненная амплитудно-частотная характеристика, построенная по терциям, виолончелей:

а — массового производства; *б* — улучшенных массового производства; *в* — мастерских (Гварнери, Бергонцы, Деразе и др.)

лов дек и доньев точно повторить, как правило, не удается. Более рыхлая древесина при одинаковой толщине дает более низкую настройку дек по сравнению с нормальной древесиной. Кроме того, древесина с плотностью, равной исходной, может иметь неодинаковые свойства в отдельных частях, другие химический состав, модуль упругости, ширину годичных слоев и т. д. Однако вероятность получения скрипок хорошего качества путем дублирования геометрических размеров дек лучших инструментов достаточно высока.

Как показывает опыт [31], деки из свежей древесины должны быть приблизительно на $1/6$ толще дек старых скрипок при равноценном распределении толщин для получения одинаковых собственных частот. Габариты и формы скрипок старых и современных мастеров почти одинаковы.

Изолинии толщин верхней деки (рис. 6.15, 6.16, *а*) и нижней деки (см. рис. 6.15, 6.16, *б*) скрипок Страдивари размера $4/4$, изготовленных в различное время, при расположении их внутренней стороной вверх показывают, во-первых, неодинаковость изолиний толщин дек и доньев скрипок одного мастера, во-вторых, сложность узора изолиний, что говорит о кропотливой их подстройке [32].

Толщины дек скрипок других мастеров приведены в работе [31]. Толщины дек скрипки Н. Амати показаны на рис. 6.17. Длина дек 351 мм. Высота свода верхней деки составляет 17 мм. Она изготовлена из мелкослойной ели средней плот-

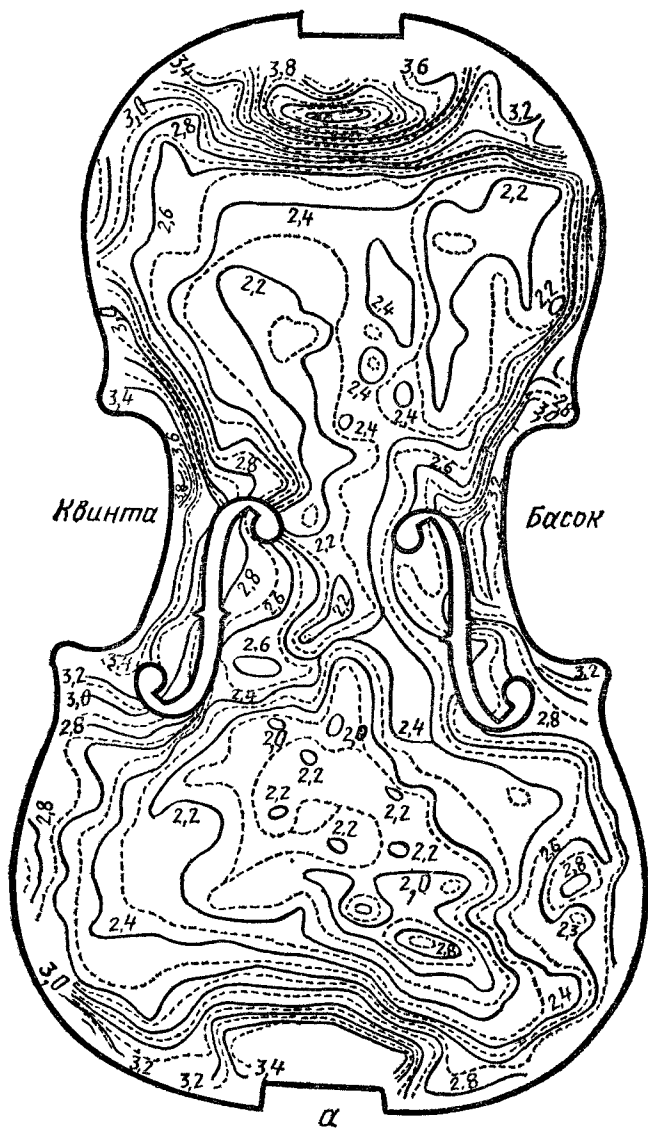
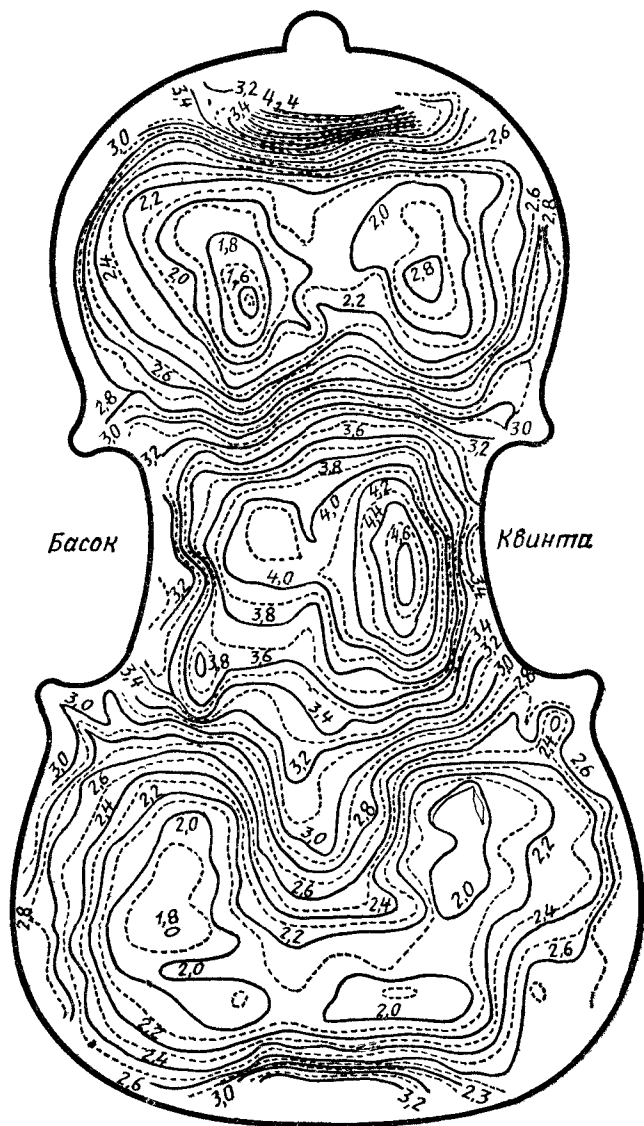


Рис. 6.15. Изолинии толщин дек скрипки
 а — верхней;



б

Страдивари работы 1725—1730 гг.:
б—нижней

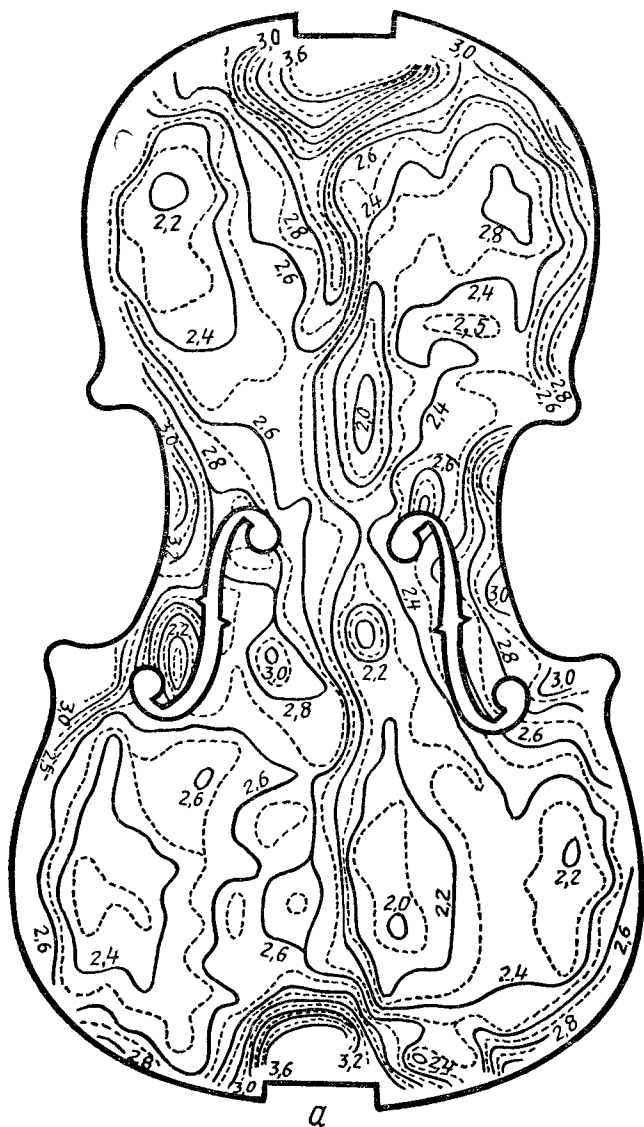


Рис. 6.16. Изолинии толщины дек скрипки
а — верхней;

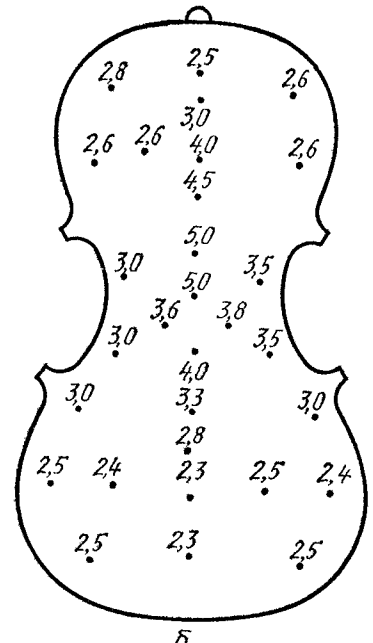
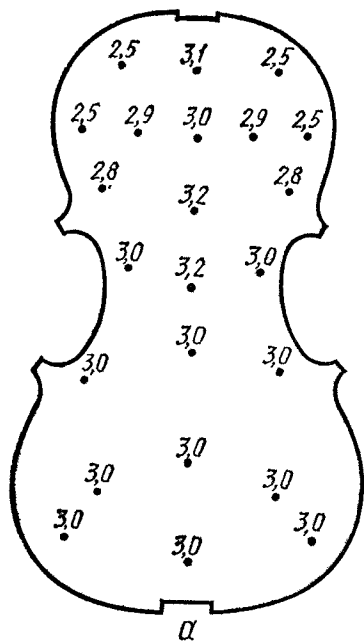


Рис. 6.17. Толщины дек скрипки Н. Амати
а—верхней; б—нижней

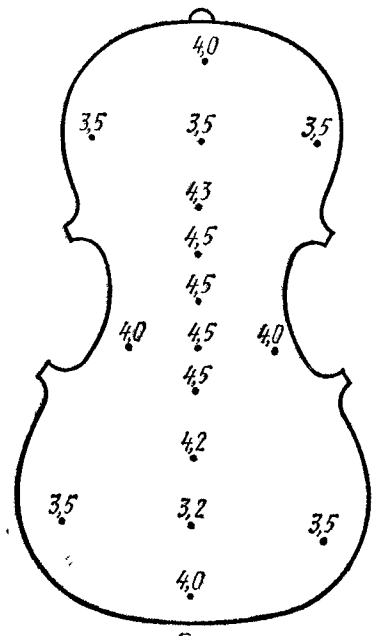
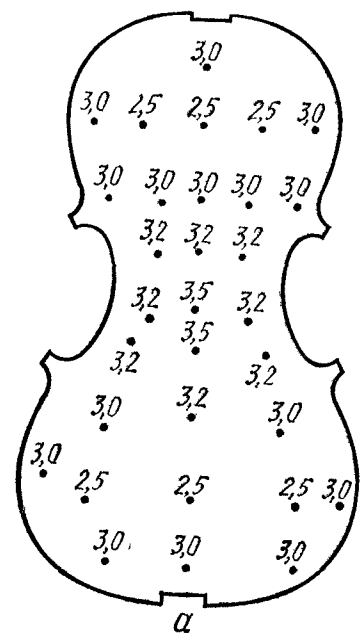
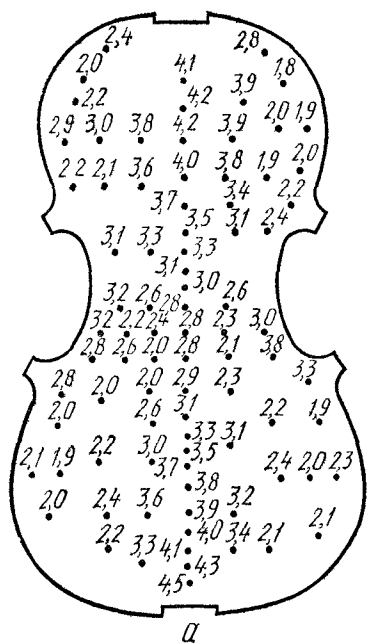
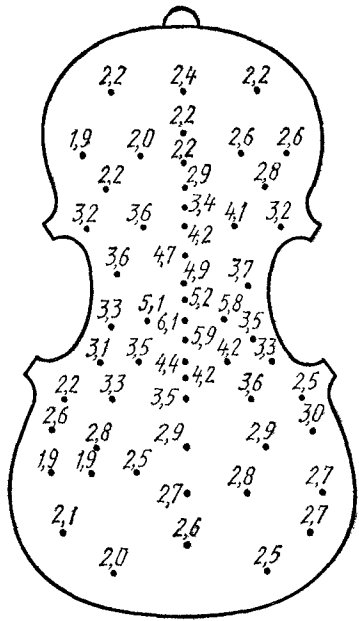


Рис. 6.18. Толщины дек скрипки Гварнери дель Джезу
а—верхней; б—нижней

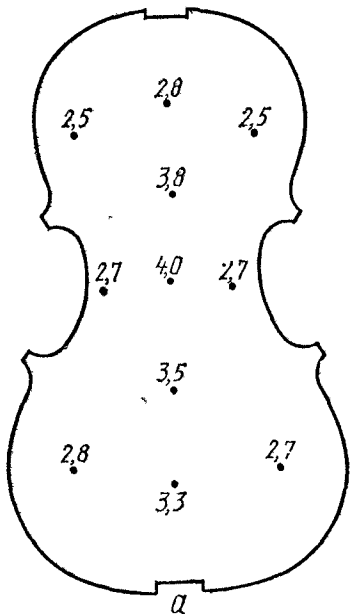


а

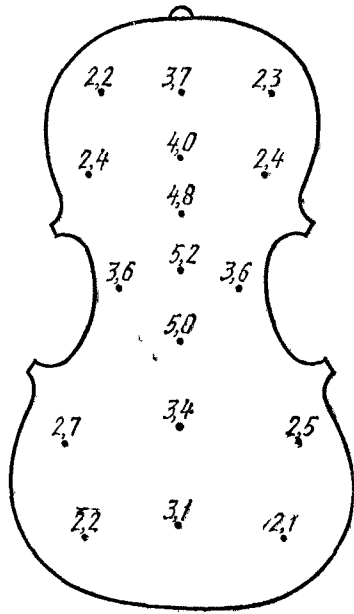


б

Рис. 6.19. Толщины дек скрипки И. Гварнери:
а—верхней; б—нижней



а



б

Рис. 6.20. Толщины дек скрипки А. Гальяно:
а—верхней; б—нижней

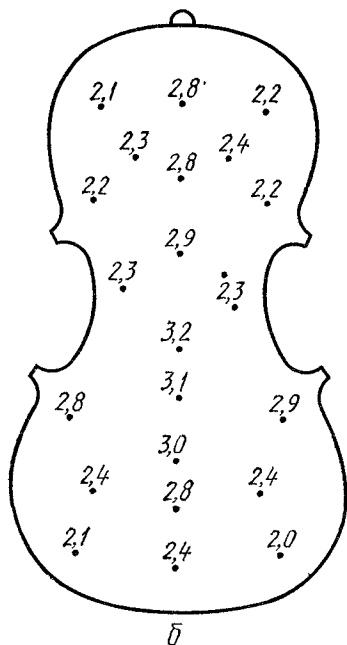
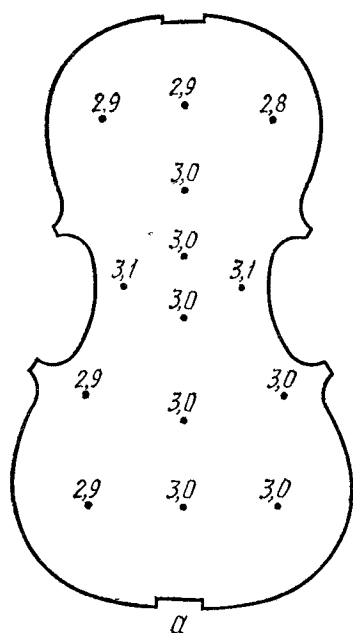


Рис. 6.21. Толщины дек альта Дж. Б. Гваданини работы 1784 г.: а—верхней; б—нижней

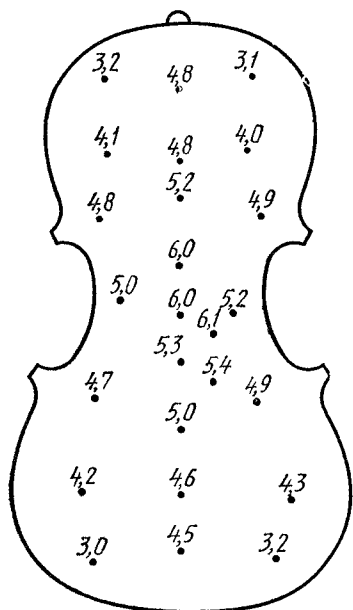


Рис. 6.22. Толщины нижней дека виолончели Д. Монтаньяна

ности. Высота свода нижней дека 16,5 мм. Она сделана из плотного клена тангентального распила.

Толщины дек скрипки Гварнери дель Джезу показаны на рис. 6.18. Дерево дек этой скрипки довольно плотно. Тембр скрипки отличается большим блеском и яркостью. На рис. 6.19 показаны толщины дек скрипки Иосифа Гварнери. Верхняя дека изготовлена из неплотной ели, ширина годовичных слоев средняя, высота свода 15,5 мм. Нижняя дека изготовлена из клена средней плотности радиального распила, высота свода 15 мм. Скрипка отличается от других несколько большими размерами.

Распределение толщин дек скрипки итальянского мастера Александра Гальяно показано на рис. 6.20. Верхняя дека изготовлена из ели небольшой плотности, ширина го-

дичных слоев средняя, высота свода 15,5 мм. Нижняя дека сделана из клена средней плотности, высота свода 15 мм.

Толщины дек альта итальянского мастера Дж. Б. Гвзданини приведены на рис. 6.21. Длина дек 410 мм. Ширина верхнего овала 191 мм, нижнего — 240 мм. Ширина в узкой средней части 136 мм. Высота сводов верхней и нижней дек составляет 17 мм. Верхняя дека изготовлена из ели средней плотности, ширина годовичных слоев средняя. Нижняя дека сделана из клена радиального распила средней плотности.

Толщины нижней деки виолончели итальянского мастера Д. Монтаньяна показаны на рис. 6.22. Верхняя дека виолончели сделана из плотной ели, ширина годовичных слоев средняя. Она почти одинакова по толщине (4,5 мм). Эта виолончель считается одной из самых лучших по звучанию.

По результатам обследования толщин дек инструментов старинных мастеров и на основе опыта современных мастеров можно сделать вывод, что верхние деки скрипок до их приклейки целесообразно настраивать на частоты тонов от *до-диез* до *ре* третьей октавы, нижние деки — от *ре* до *ре-диез* третьей октавы. Разница частот настройки дек хороших скрипок должна составлять 1—2 полутона, причем нижняя дека настраивается выше верхней.

Верхние деки виолончели рекомендуют настраивать на частоты тонов от *до-диез* до *ре-диез* малой октавы, нижние деки — от *ля* до *си* большой октавы. Разность собственных тонов верхней и нижней дек должна составлять 3—5 полутонов.

Другие тоны дек, определяемые их амплитудно-частотными характеристиками, также оказывают большое влияние на качество звучания инструментов. Однако их настройка и подгонка возможны практически лишь в небольших пределах. Поэтому амплитудно-частотные характеристики даже самых лучших инструментов никогда не совпадают полностью. Амплитудно-частотная характеристика толстой деки показывает, что она плохо воспроизводит нижние частоты [33] (рис. 6.23, а). При нормальной толщине деки получают требуемую характеристику (рис. 6.23, б). В случае тонкой деки нижние тоны имеют излишний подъем (рис. 6.23, в).

Влияние пружины и души на акустические параметры. Пружина (ребро жесткости) как элемент конструкции обеспечивает необходимую прочность деке, предохраняя ее от прогиба под действием силы натяжения струн. Пружина оказывает существенное влияние на тембровые качества инструмента, так как она непосредственно связана с декой. Длину пружины рекомендуется принимать 0,75 длины корпуса, толщину — 0,02 длины пружины, высоту — 0,05 длины пружины [34] (табл. 6.11). Некоторые данные о пружинах скрипок старинных итальянских мастеров приведены в табл. 6.12 [5]. Пружины имеют обычно

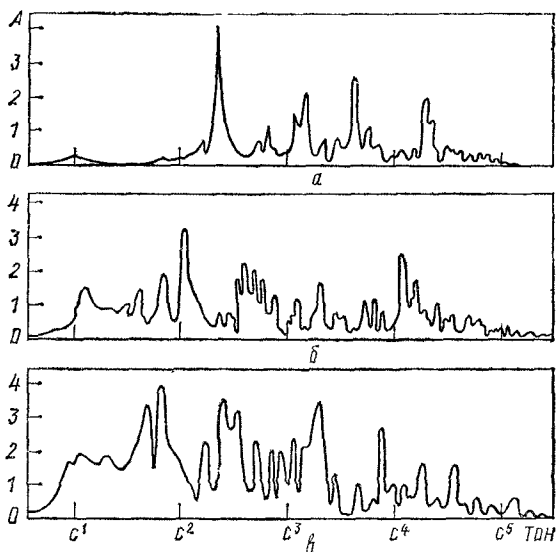


Рис. 6.23. Амплитудно-частотная характеристика деки:
 а — толстой; б — нормальной;
 в — тонкой

наибольшую высоту в середине с постепенным понижением к краям. Масса скрипичной пружины составляет 6...10 г, т. е. 8...10 % массы деки. Пружины изготовляют из плотной мелко-слоистой ели.

При установке пружины на деку создают некоторый натяг, причем ее концы оказываются приподнятыми над поверхностью деки. Подъем концов пружин обычно делают для скрипок 2,5...4 мм, альтов — 3...4,5 мм, виолончелей — 5...8 мм, контрабасов — 8...12 мм. С увеличением натяга пружины звук становится несколько ярче [34]. В зависимости от величины натяга настройка деки может повышаться на величину до двух тонов.

Душка устанавливается под правой опорой подставки и соединяет верхнюю и нижнюю деки, придавая корпусу дополнительную прочность. Она изготовляется из тонкослойной ели в виде цилиндрического столбика, размеры его различны для различных инструментов [34] (табл. 6.13).

Таблица 6.11. Размеры пружин, мм

Инструмент	Длина корпуса, мм	Длина	Толщина	Высота
Скрипка				
1/4	265	200	4	9
2/4	295	220	4	10
3/4	325	240	5	11
4/4	355	265	5	13
Альт	410	305	6	15
Виолончель	755	565	11	28
Контрабас	1175	880	18	42

Т а б л и ц а 6.12. Размеры мезжины скрипок старинных итальянских мастеров, мм

Инструмент (мастер, год создания)	Длина	Толщина	Высота в центре
Ант. и Иер. Амати, 1621 г.	270	5	6
То же, нет свед.	235	5	6
Ник. Амати, 1650 г.	219	5	6
То же, 1655 г.	235	5	5
А. Страдивари, нет свед.	243	5	6
То же, 1704 г.	241	5	6
То же, 1710 г.	244	5	6
То же, 1716 г.	254	5	8
То же, 1719 г.	241	5	6
То же, 1721 г.	247	5	8
А. Гальяно, 1720 г.	246	5	8
А. Гварнери, 1711 г.	241	5	8
К. Бергонци, нет свед.	260	5	8
Дж. Б. Гваданини, 1760 г.	251	5	8
Ф. Гальяно, 1780 г.	260	6	11
То же, 1783 г.	305	6	10
То же, 1789 г.	273	14	17
Гварнери дель Джезу, нет свед.	247	5	8
Якобс, 1702 г.	243	5	6
Альбани, 1700 г.	235	5	6

Т а б л и ц а 6.13. Диаметр душки, мм

Инструмент	Минимальный	Максимальный
Скрипка	5	7
Альт	6	8
Виолончель	10	11
Контрабас	18	22

Душка оказывает заметное влияние на звук инструмента. Перемещением ее на некоторое расстояние можно усилить, ослабить звук или изменить его тембр. При установке душки под правую опору тембр становится ярче. При смещении ее к нижнему концу инструмента тембр удается смягчить. Чтобы сделать тембр более глубоким, душку следует несколько сдвинуть в сторону левой опоры подставки. Для получения большей остроты и резкости звука душку смещают в сторону ближнего резонаторного отверстия.

Влияние подставки для струн на акустические параметры. Основное назначение подставки — удерживать струны на нужном расстоянии от грифа. Натяжение струн, составляющее для скрипки примерно 260 Н, фиксирует подставку в определенном положении. Сила воздействия струн на подставку зависит от угла их излома и составляет для скрипки примерно 80...100 Н. Переменная составляющая этой силы, возникающая в направ-

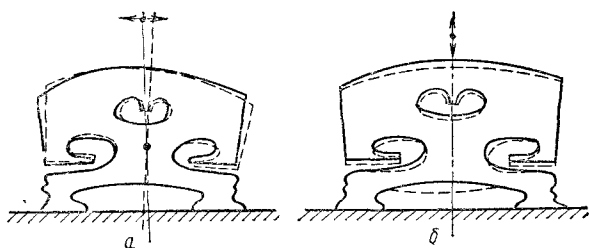


Рис. 6.24. Общий вид скрипичной подставки для струн и характер ее колебаний на частоте:

a—3060 Гц; *б*—первого резонанса 6100 Гц

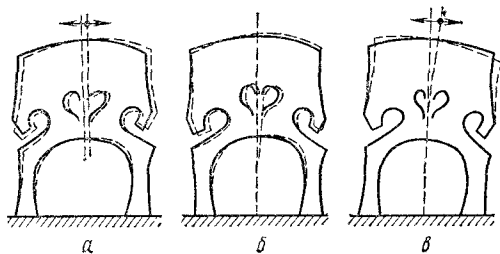


Рис. 6.25. Общий вид виолончельной подставки для струн и характер ее колебаний на частоте:

a—первого резонанса 985 Гц; *б*—второго резонанса 1450 Гц; *в*—третьего резонанса 2100 Гц

лении движения смычка, колеблется у скрипки в пределах 2...5 Н.

Формы подставок и характер их колебаний на различных частотах для скрипки показаны на рис. 6.24 и для виолончели — на рис. 6.25.

При воздействии смычка на струну возникает незначительная по амплитуде переменная составляющая колебаний удвоенной частоты, действующая в направлении натяжения струн.

При передаче колебаний от струны к деке подставка выступает в качестве фильтрующего звена с коэффициентом передачи, зависящим от частоты. При установке подставки на жесткую опору отношение силы $F_{п}$, приложенной к подставке со стороны струн, к силе $F_{оп}$, действующей на опору, остается неизменным для скрипичной подставки примерно до частоты 1000 Гц (рис. 6.26), для виолончельной — примерно до частоты 500 Гц (рис. 6.27). На частоте около 3000 Гц возникает первый резонанс собственных колебаний скрипичной подставки (см. рис. 6.26, *сплошная кривая*), а 985 Гц — виолончельной подставки (см. рис. 6.27). Увеличивая массу подставки, можно сдвинуть частоту резонанса в сторону низких частот (см. рис. 6.26, *пунктир*). При заклинивании с помощью жестких демпферов прорезей в подставке частота первого резонанса повысится (см. рис. 6.26, *точечная кривая*). Следовательно, резонансные частоты подставки можно сдвигать, изменяя ее параметры. При существенном смещении резонансной частоты подставки вниз звук скрипки становится глухим, приобретает так называемый носовой призывок (при приближении к частоте 1500 Гц). Сдвиг основной резонансной частоты скрипичной под-

ставки с 3000 до 2800 Гц воспринимается как явное смягчение тембра. При смещении резонансной частоты вверх скрипка звучит ярче, пронзительнее.

Технологический разброс массы и жесткости подставок практически не влияет на характер излучения скрипки в области частот 200...800 Гц, виолончели — 100...400 Гц. Первая резонансная частота без учета трения в подставке может быть приближенно выражена зависимостью

$$f_1 = \sqrt{K_n/M_s}/(2\pi), \quad (6.12)$$

где K_n — жесткость подставки, измеренная в статическом режиме путем замеров ее прогиба при усилиях, близких усилиям действия струн; M_s — эффективная масса подставки с учетом влияния струн (она меньше массы подставки M_n).

Жесткость скрипичной подставки колеблется от 1500 до 5000 Н/см в зависимости от используемого материала, распределения толщин и размеров отверстий и пазов. Масса подставки обычно составляет 1,6...1,9 г. Подбирая параметры подставок, удается в некоторых пределах воздействовать на характер тембра скрипки, виолончели и других смычковых инструментов.

Резонансы, возникающие в различных участках подставок, на более высоких частотах 8...15 кГц могут приводить к заметным на слух биениям, особенно в случае асимметрии подставок.

Влияние лакового покрытия на акустические параметры. Нанесение лакового покрытия на деки смычковых инструментов приводит к изменению их массы и жесткости, что оказывает влияние на излучение и тембр звука. Масса лакового покрытия может достигать 7...10 % массы деки. Это приводит к понижению частоты основного резонанса примерно на 5 %. Однако лаковое покрытие увеличивает жесткость деки, следовательно,

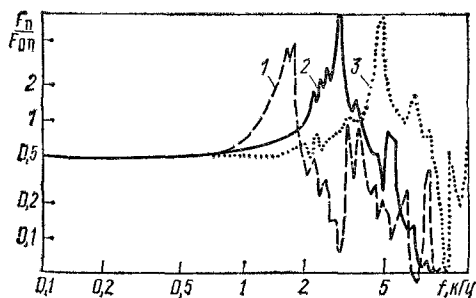


Рис. 6.26. Зависимость коэффициента передачи скрипичной подставки от частоты колебаний:

1 — при нагружении дополнительной массой; 2 — для нормальных условий работы; 3 — при заклинивании вырезов

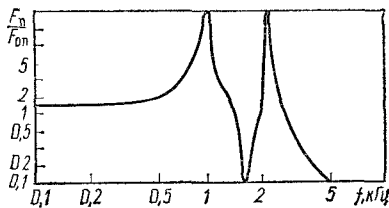


Рис. 6.27. Зависимость коэффициента передачи виолончельной подставки от частоты

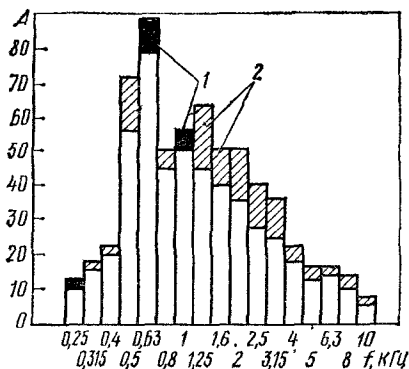


Рис. 6.28. Изменение амплитудно-частотной характеристики скрипки после покрытия лаком:

1—увеличение; 2—уменьшение

Влияние лакового покрытия на амплитудно-частотную характеристику скрипки получено экспериментально (рис. 6.28), оно будет зависеть от качества лака и толщины его слоя. Чем тоньше слой покрытия, тем, как правило, лучше при прочих равных условиях звучит инструмент. На излучательные свойства нижней деки лаковое покрытие оказывает меньшее влияние.

6.3. ВОЛЧИЙ ТОН

Волчий тон—это диссонирующий (неблагозвучный) тон, возникающий у смычковых инструментов, в первую очередь у виолончелей. Он характеризуется нерегулярным (мерцательным) нарастанием и затуханием извлекаемого смычком звука, создающего впечатление скрипящего шума. Природа появления волчьего тона—совпадение (или близкое положение) резонансов струны и корпуса при нелинейном возбуждении струны смычком. В этом случае струна и корпус ведут себя как связанные колебательные системы (см. п. 1.1, 1.2) с коэффициентом связи выше критического (сильная связь), поэтому при волчьем тоне наблюдается явление разделения частоты струны на две, соответствующие резонансным частотам связанной системы. Чаще всего волчий тон появляется в верхнем регистре струны *до*, среднем регистре струны *соль* и нижнем регистре струны *ре*.

Отклонение струны, возбужденной смычком, в этом случае не может быть описано соотношением (6.6), так как основной тон разделяется на два тона с частотами $\omega'_1 = \omega_1 + \Delta\omega$ и $\omega''_1 = \omega_1 - \Delta\omega$, где ω_1 —частота собственных колебаний струны при

частота основного резонанса повышается. При некотором уравнивании влияний массы и жесткости на частоту основного резонанса все-таки происходит увеличение волнового сопротивления дек, которое приблизительно можно оценить по формуле

$$W_d = \sqrt{K_d M_d}, \quad (6.13)$$

где K_d —эквивалентная жесткость деки; M_d —эффективная масса деки.

При увеличении массы деки на 10% и жесткости на 14% волновое сопротивление увеличится на 12%, а уровень интенсивности излучения деки уменьшится на 1 дБ.

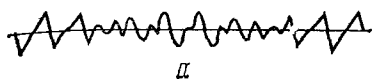
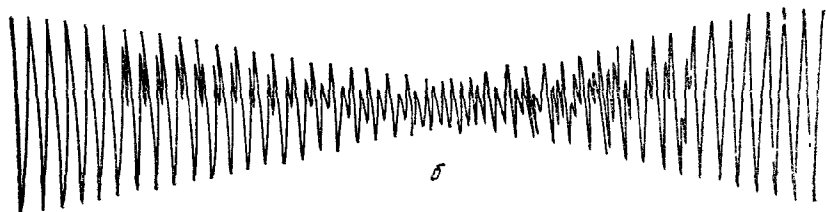


Рис. 6.29. Колебания струны при расщеплении основного тона для $\alpha = 0,5$;

a — построенные по уравнению (6.14); b — осциллограмма



связи слабее критической; $\Delta\omega$ — изменение частоты основного тона в результате сильной связи двух колебательных систем с одинаковыми частотами резонансов. В этом случае отклонение струны опишется уравнением [36]

$$\begin{aligned} a_B = & A \sin \frac{\pi n t_1}{T} \left\{ \alpha \sin \left[\omega_1 \left(t - \frac{t_1}{2} \right) + \Delta\omega t \right] + \right. \\ & \left. + (1 - \alpha) \sin \left[\omega_1 \left(t - \frac{t_1}{2} \right) - \Delta\omega t \right] \right\} + \\ & + A \sum_{n=2}^{\infty} \left[\frac{1}{n^2} \sin \frac{\pi n t_1}{T} \sin \frac{2\pi n}{T} \left(t - \frac{t_1}{2} \right) \right], \end{aligned} \quad (6.14)$$

где $A = (v_1 + v_2)T/\pi^2$ — амплитуда колебания; v_1 и v_2 — скорость колебания струны соответственно в прямом и обратном направлении при отсутствии сильной связи колебательных систем; T — период колебаний струны при отсутствии сильной связи; α — коэффициент, показывающий, в каком отношении находятся амплитуды разделенного основного тона.

Величина $\Delta\omega$ тем больше, чем сильнее связь колебательных систем. Уравнение (6.14) показывает, что при волчьем тоне появляется негармоничность обертонов, и тем большая, чем сильнее связь колебательных систем струны и корпуса.

При $\alpha = 0,5$ обе составляющие разделенного основного тона равны по амплитуде. При $\Delta\omega = 0,1\omega_1$ колебания струны будут иметь вид, показанный на рис. 6.29. Такой волчий тон возникает только при очень слабом давлении смычка.

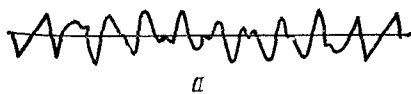
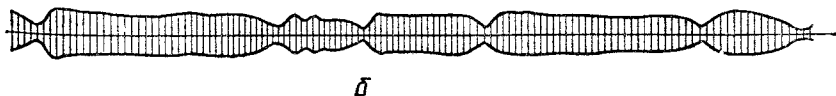


Рис. 6.30. Колебания струны при расщеплении основного тона для $\alpha = 1$;

a — построенные по уравнению (6.14), b — осциллограмма



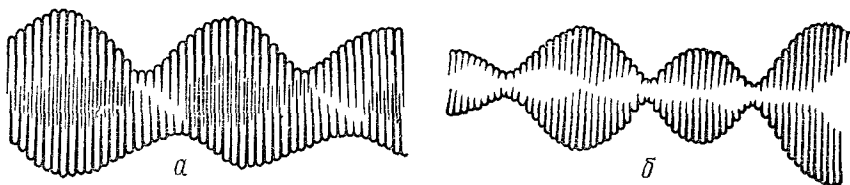


Рис. 6.31. Осциллограмма колебаний при волчьем тоне для $0 < \alpha < 0,5$:
 a — струны; b — деки

При $\alpha = 1$ или $\alpha = 0$ возбуждается лишь одно боковое колебание основного тона. Колебания струны в этом случае будут иметь вид, показанный на рис. 6.30, a , волчий тон будет звучать громко и пусто. Такой волчий тон наблюдается при энергичном движении смычком. Когда давление смычка на струну ослаблено, происходит мерцание тона (рис. 6.30, b). Это наиболее неприятный волчий тон, при котором происходит скачок фазы колебаний основного тона, объясняемый естественной неравномерностью движения смычка.

Осциллограмма колебаний струны при значениях $0 < \alpha < 0,5$ показана на рис. 6.31, a , деки — на рис. 6.31, b .

Характер волчьего тона и появление скачков фазы зависят как от места возбуждения смычком струны, так и от давления смычка на струну. Чем больше давление, тем больше $\Delta\omega$ и меньше α . При сильном давлении $\alpha \approx 0$. С увеличением расстояния от подставки до места касания смычком струны проявляется эффект, аналогичный увеличению давления.

Условие возникновения волчьего тона можно представить соотношением [36]

$$\frac{L \sqrt{M_d m_c / (C_d C_c)}}{\pi R_M^2 \Delta L_0} > 1, \quad (6.15)$$

где L — длина рабочей части струны; M_d — эффективная масса деки; m_c — масса рабочей части струны; C_d — гибкость деки; C_c — гибкость рабочей части струны; R_M — сопротивление потерь корпуса; ΔL_0 — расстояние от подставки до точки возбуждения.

Выражения под квадратным корнем — волновые сопротивления корпуса и струны; меняя их, можно изменить характер волчьего тона либо уменьшить его.

Соотношение (6.15) характеризует связь корпуса со струной, причем, если левая часть больше единицы, связь сильная (больше критической). При уменьшении связи до слабой (меньше критической) волчий тон пропадает, однако одновременно ухудшается и качество звука виолончели. Таким образом, соотношение (6.15) является необходимым, но недостаточным условием хорошего качества виолончели. Чтобы избавиться от волчьего тона и сохранить качество тембра высоким, нужно уменьшать связь между корпусом и струной только на частоте волчьего тона.

Уравнение (6.14) справедливо при раздвоении основного тона. На практике возможны случаи раздвоения обертонов, тогда уменьшать связь на одной частоте основного тона недостаточно.

6.4. СТРУННАЯ ОДЕЖДА

Под струнной одеждой смычковых инструментов понимают совокупность всех струн, натянутых между порошком грифа и подставкой для струн. Струнная одежда характеризуется мензурой, т. е. такими ее параметрами, которые определяют диапазон звучания инструмента, длины струн, диаметры кернов и навивок.

Мензура струн выбирается исходя из размеров инструмента, требуемой частоты колебаний струн, допустимых механических нагрузок и условий нормальной передачи энергии струн деке (табл. 6.14) [37]. Под жилами в таблице подразумеваются кишечные струны. Стальная проволока (ГОСТ 15598—70) используется для керна. Для навивки используется медная проволока (ГОСТ 2112—79), а также серебряная (ГОСТ 7222—75) или алюминиевая (ГОСТ 6132—79).

При известных длине рабочей части струны и частоте ее собственных колебаний по формуле (3.37) определяют усилие натяжения струны. Так, для скрипки оно составляет примерно 50...80 Н, для контрабаса — 320...360 Н.

6.5. НАСТРОЙКА

Настройкой смычковых музыкальных инструментов называют процесс получения требуемой частоты колебаний струн путем создания определенных усилий их натяжения. Смычковые инструменты настраивают по чистым квинтам (скрипка, альт, виолончель) или чистым квартам (контрабас) открытых струн. Процесс настройки смычковых инструментов несколько сложнее, чем щипковых, так как из-за отсутствия у них ладов настройка в октаву и унисон исключена.

Скрипка настраивается со струны *ля* первой октавы по камертону на частоту 440 Гц. Струна считается настроенной, если отсутствуют биения частот колебаний ее и камертона. Точность настройки струны проверяют, возбуждая ее смычком и повторно сравнивая с частотой колебаний камертона. Далее производят настройку струны *ре* первой октавы на слух мелодически в квинту с настроенной струной *ля*. Затем при одновременном возбуждении струн *ля* первой октавы и *ре* первой октавы путем подстройки струны *ре* добиваются отсутствия биений. Окончательно струну *ре* настраивают, одновременно возбуждая смычком струны *ре* и *ля*. Аналогично настраивают струны *соля* малой октавы (квинта со струной *ре* первой октавы) и *ми* второй октавы (квинта со струной *ля* первой октавы).

Таблица 6.14. Мензура струн смычковых инструментов

Тон	Частота колебаний, Гц	Диаметр, мм		Материал		Изготовитель
		керна	навивки	керна	навивки	
<i>Скрипка, L = 330 мм</i>						
<i>ми</i> ²	659,26	0,6...0,7	—	Жила	—	Полтавский мясокомбинат
<i>ля</i> ¹	440	0,76...0,9	—	»	—	
<i>ре</i> ¹	293,66	0,95...1,15	—	»	—	
<i>соль</i>	196	0,60...0,75	0,12	»	Серебро	
<i>ми</i> ²	659,26	0,25	0,14	Сталь	Алюминий	Энгельский завод духовых музыкальных инструментов
<i>ля</i> ¹	440	0,25	0,14	»	»	
<i>ре</i> ¹	293,66	0,63	0,14...0,16	Жила или полиэфирное моноволокно	»	
<i>соль</i>	196	0,63	0,12	То же	Серебро	
<i>ми</i> ²	659,26	0,25	—	Сталь	Алюминий	Мастерские Большого театра, комбинат Всероссийского хорового общества
<i>ля</i> ¹	440	0,25	0,14	»	»	
<i>ре</i> ¹	293,66	0,63...0,65	0,16	Жила	»	
<i>соль</i>	196	0,63...0,65	0,12	»	Серебро	
<i>Альт, L = 378 мм</i>						
<i>ля</i> ¹	440	0,76...0,85	—	Жила	—	Полтавский мясокомбинат
<i>ре</i> ¹	293,66	1...1,1	—	»	—	
<i>соль</i>	196	0,65...0,75	0,12	»	Серебро	
<i>до</i>	130,82	0,78...0,95	0,21	»	»	
<i>ля</i> ¹	440	0,09×7	—	Сталь	—	Фирма «Томастик» (Австрия)
<i>ре</i> ¹	293,66	0,09×7	0,13	»	Алюминий	
<i>соль</i>	196	0,08×8	0,17	»	Медь	
<i>до</i>	130,82	0,1×8	0,12 + 0,21	»	»	
<i>Виолончель, L = 690 мм</i>						
<i>ля</i>	220	1,18...1,39	—	Жила	—	Полтавский мясокомбинат
<i>ре</i>	147,83	1,4...1,75	—	»	—	
<i>Соль</i>	98	1,15...1,3	0,16...0,17	»	Серебро	
<i>До</i>	65,41	1,28...1,45	0,28...0,35	»	»	
<i>Контрабас, L = 1070 мм</i>						
<i>Соль</i>	98	2,2...2,7	—	Жила	—	»
<i>Ре</i>	73,91	3,2...3,7	—	»	—	
<i>Ля₁</i>	55	2,83...3	0,3...0,35	»	Медь	
<i>Ми₁</i>	41,21	2,8...3,50	0,4	»	»	
<i>Соль</i>	98	1,32	—	Сталь	—	Фирма «Томастик» (Австрия)
<i>Ре</i>	73,91	1,9	—	»	—	
<i>Ля₁</i>	55	2,05	—	»	—	
<i>Ми₁</i>	41,21	2,8	—	»	—	

Альт настраивают на квинту ниже скрипки (см. табл. 6 14). Струна *ля* первой октавы настраивается по камертону так же, как струна *ля* скрипки. На квинту ниже настраивается, как и у скрипки, струна *ре* первой октавы и еще на квинту ниже — струна *соль* малой октавы, а далее на квинту ниже — *до* малой октавы. Настройку очередной пары струн проверяют, одновременно возбуждая ее смычком.

Виолончель настраивают на октаву ниже альтя. Настройку начинают со струны *ля* малой октавы с помощью камертона *ля* первой октавы, т. е. в октаву. Дальнейшая настройка виолончели производится так же, как и настройка альтя, т. е. последовательно каждую струну в квинту.

Существует некоторая специфика настройки *контрабаса*, так как диапазон его звучания лежит в большой октаве (струны *соль* и *ре*) и контроктаве (струны *ля* и *ми*), и использование камертона в качестве эталона частоты затруднительно. Кроме того, струны должны быть настроены не в квинту, а в кварту. Настройку ведут, приглушая легким касанием пальца определенные тона на $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$ длины струн от подставки (флажолетами). Это приводит к выделению частот октавы, двойной октавы от частоты колебаний струны, т. е. к повышению частоты колебаний струны на указанные высотные интервалы. При касании пальцами струн на $\frac{1}{3}$ длины от подставки можно повысить ее частоту на квинту. При легком касании пальцем на $\frac{1}{4}$ длины струны *ля* контроктавы получают тон *ля* малой октавы. Он хорошо слышен, и струну настраивают в октаву по камертону *ля* первой октавы. Касаясь настроенной струны *ля* в середине, можно по квинтовому интервалу от нее настроить струну *ре* большой октавы (см. табл. 6.14). Прижимая слегка струну *ре* в середине, можно по ней в квинту настроить струну *соль* большой октавы. Струну *ми* контроктавы настраивают, прикасаясь к ней в середине и получая интервал квинты от струны *ля* контроктавы.

7. ЯЗЫЧКОВЫЕ МУЗЫКАЛЬНЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ

7.1. СОСТАВ И ОСОБЕННОСТИ

К группе язычковых музыкальных инструментов относят инструменты, звук в которых образуется за счет колебаний упругих язычков, размещенных в проемах специальных голосовых планок. Возбуждение язычков осуществляется благодаря разнице воздушных давлений, создаваемых с одной и другой сторон язычка. В состав язычковой группы входят гармони, баяны, аккордеоны и ряд других инструментов. Иногда к этой группе инструментов относят и некоторые духовые инструменты, в которых применяются одинарные или двойные трости (языч-

ки). В отличие от духовых инструментов с язычками (тростями) к группе язычковых отнесены только те инструменты, в которых используются проскакивающие (проходящие) язычки, помещаемые в так называемые голосовые планки.

По построению звукоряда язычковые инструменты делят на *диатонические* и *хроматические*. К первым относят в основном гармони, ко вторым баяны, аккордеоны и некоторые другие инструменты. Иногда под гармонью (гармонией, гармоникой) понимают всю группу язычковых инструментов с проскакивающими металлическими язычками, расположенными в проемах голосовых планок и имеющими специальные каналы для подачи струи воздуха.

Язычковые инструменты, имеющие воздушные камеры переменного объема (меха), конструктивно мало отличаются друг от друга и представляют собой разновидности гармоней, баянов, аккордеонов.

Между собой язычковые инструменты различаются строем, диапазоном звучания, количеством голосов (наибольшее число одновременно звучащих язычков при одной нажатой кнопке или клавише), количеством регистров (переключателей каналов подачи воздуха к язычкам), наличием или отсутствием возможности включения готовых аккордов.

Для удобства определения типа инструмента в зависимости от количества голосов, регистров и диапазона звучания принято условное числовое обозначение, например аккордеон 41 × 120-III-7/2. Первое число (в примере 41) обозначения указывает количество клавиш в правой части корпуса (в мелодии), второе число (120) — количество кнопок в левой части корпуса (в аккомпанементе). Если второе число представляет собой дробь, то в числителе ставят общее число кнопок аккомпанеента, в знаменателе — количество выборных кнопок. Третье число (III) показывает количество голосов, четвертое число (7/2) — количество регистров в мелодии (числитель) и в аккомпанементе (знаменатель).

Настройка язычков (голосов), соответствующих одной нажатой кнопке (клавише), производится на различные частоты. Так, при четырехголосье один из язычков — основной (строевой), причем частота его соответствует нотации, второй — на октаву ниже основного, третий — на октаву выше основного, четвертый настроен на ту же, что и основной язычок, частоту, но с повышением или понижением ее на несколько герц (в розлив), что в сочетании с основным тоном создает биения (физиологический унисон). Ряд планок (язычков), имеющих частоту выше частоты основного язычка, называют рядом пинноло. Язычки могут быть настроены и на другие частоты. Различные тембры звука получают включением соответствующих регистров, т. е. групп язычков. В инструментах с одним или двумя голосами регистровых переключателей обычно не делают.

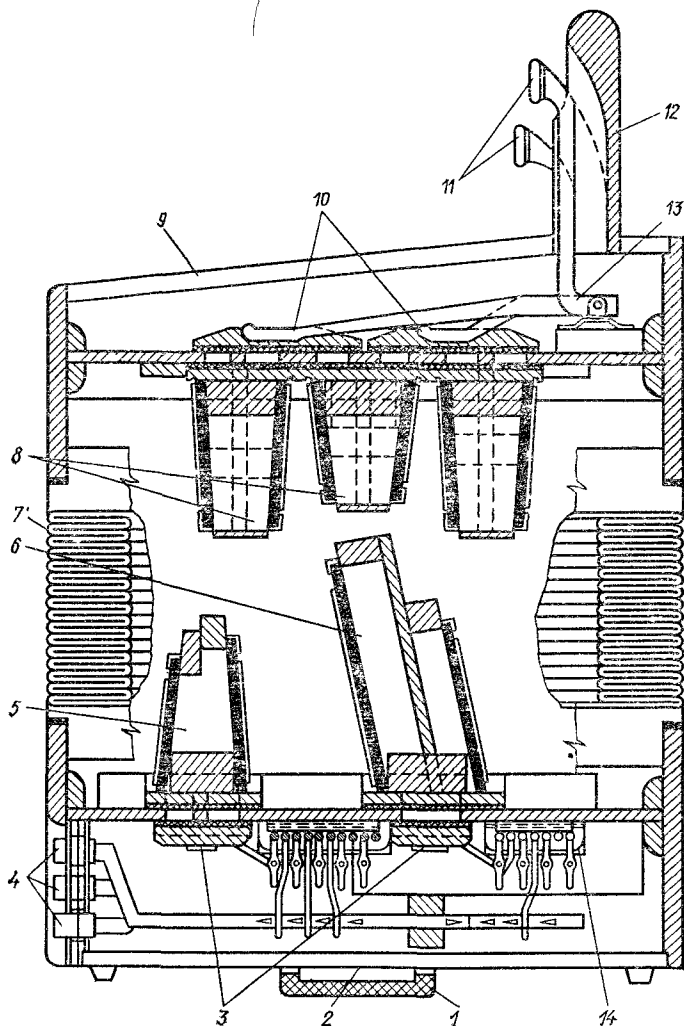


Рис. 7.1. Гармонь «хромка» в разрезе

1—левый ремень; 2—левая сетка; 3—клапан левой клавиатуры, 4—кнопка левой клавиатуры; 5—резонатор аккомпанемента; 6—резонатор басов; 7—мех, 8—резонатор мелодии, 9—сетка; 10—клапан, 11—игровая кнопка; 12—гриф; 13—рычаг; 14—механика

Современные язычковые инструменты широко используются для сольного, ансамблевого, оркестрового исполнения музыкальных произведений, а также для аккомпанирования и учебных целей.

Гармонь — наиболее простой инструмент из числа язычковых, снабженных мехами.

Гармонь состоит из грифа 12 (рис. 7.1), игровых кнопок 11, сетки 9, предохраняющей клапаны 10 от механических повреж-

дений, рычагов клавиатурной механики 13, резонаторов 8 с голосовыми планками мелодии, меха 7, резонатора 6 с голосовыми планками аккомпанемента, механики 14, кнопок левой клавиатуры 4, клапанов левой клавиатуры 3, левой сетки 2, левого ремня 1.

При растяжении (сжатии) меха создается разница давлений внутри и вне корпуса инструмента, что при открытом клапане (нажатой кнопке) приводит к движению воздуха через соответствующую голосовую планку и возбуждению в ее проеме язычка (голоса).

Гармони в основном делаются двух-, трех- и четырехголосными. У трех- и четырехголосных гармоней может быть 1...4 регистра. Аккомпанемент у гармоней делают как готовым, так и выборным. Строй в основном диатонический. Гармони делят на два основных вида: «хромки», издающие при сжатии и растяжении мехов звуки одной и той же высоты, и «венки», издающие при сжатии и растяжении мехов звуки различной высоты при одной и той же нажатой кнопке. «Венки» изготавливают с русским (более высокий тон извлекается при сжатии) и немецким (более высокий тон извлекается при растяжении) строем.

Диапазон звучания гармоней может быть различный. Для большинства из них он составляет примерно три октавы (табл. 7.1). Звукоряд (расположение кнопок) «хромки»

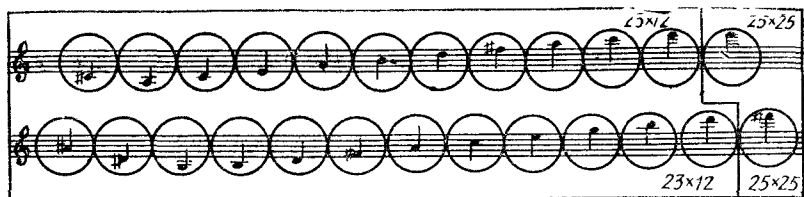
Таблица 7.1. Диапазон звучания мелодии некоторых гармоней

Тип гармонн	Тоны	Частота колебаний, Гц
23 × 12-II	<i>ля-фа-диез</i> ³	220 ... 1480
25 × 25-II	<i>соль — соль</i> ³	196 ... 1568
25 × 25-III	<i>соль — соль</i> ³	196 ... 1568
25 × 25-IV	<i>фа — фа</i> ³	174,6 ... 1396,9
«Венка»	<i>соль-диез — фа-диез</i> ³	207,6 ... 1661,2

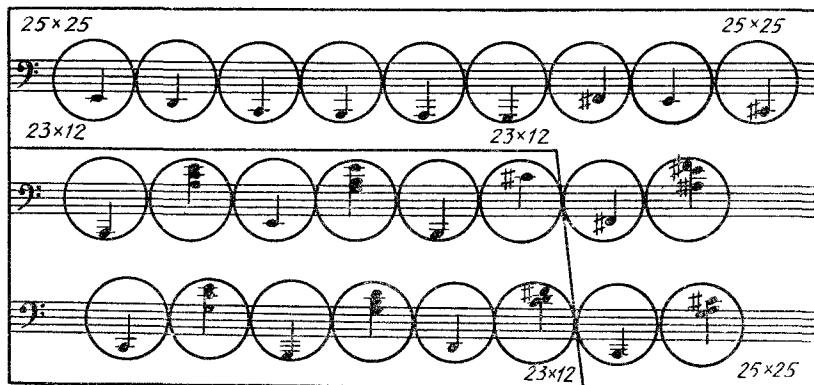
(рис. 7.2) отличен от звукоряда «венки» (рис. 7.3). Кнопки гармоней могут располагаться в один, два или три ряда, в зависимости от чего гармонь называют одно-, двух- или трехрядной. В аккомпанементе имеются кнопки басовых звуков и кнопки готовых аккордов (рис. 7.2, б). Аккорды составляют мажорные и минорные трезвучия и септаккорды.

При трехрядном расположении кнопок ближний к меху ряд состоит из кнопок, называемых басовыми. Второй и третий ряды состоят из чередующихся пар кнопок, нижняя из которых басовая, верхняя — аккордовая. Язычки мелодии настраивают в соответствии с принятыми диапазонами звучания и раскладкой.

Имеется ряд национальных гармоней (татарская, азербайджанская, дагестанская), приспособленных для исполнения на-



а



б

Рис. 7.2. Звукоряд гармонии «хромка» (сплошной линией отделены дополнительные кнопки гармонии 25×25 по сравнению с гармонью 23×12):

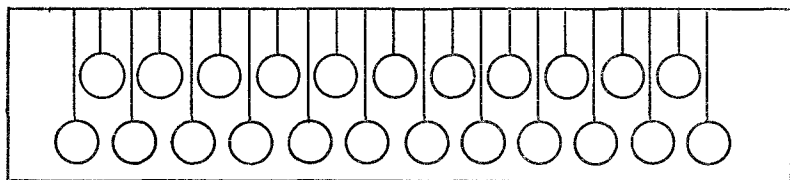
а — мелодия; б — аккомпанемент

циональной музыки. Они отличаются раскладкой (используются специальные клавиши вместо кнопок) и диапазоном звучания.

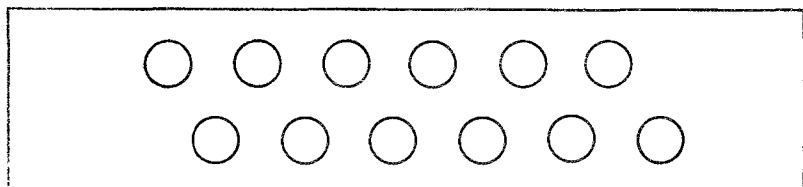
Основной недостаток гармоней — ограниченные исполнительские возможности.

Баян (кнопочный аккордеон) — сложный язычковый инструмент, снабженный мехами. Он может содержать от двух до четырех (иногда пяти) голосов. Основное отличие баяна от гармонии заключается в расширенном диапазоне звучания и хроматическом двенадцатиступенном равномерно-темперированном строе, что делает его инструментом широкого использования. Существуют следующие разновидности баяна: с готовым аккомпанементом (нажатием одной кнопки получают мажорные, минорные трезвучия и септаккорды), с выборным аккомпанементом (полная хроматическая гамма в басовой части без готовых аккордов) и с готово-выборным аккомпанементом (комбинация первых двух разновидностей).

Диапазоны звучания некоторых баянов приведены в табл. 7.2. Количество регистровых переключателей (регистров) и рядов кнопок у баянов делают обычно больше, чем у гармоней, что обусловлено большим звуковым диапазоном баянов (рис. 7.4). Кроме того, повышается удобство игры.



a



b

Рис. 7.3. Звукоряд гармонии «венга» 23 × 12:

a — мелодия; *b* — аккомпанемент

В ансамблях и оркестрах народных инструментов используются так называемые оркестровые баяны. От обычных баянов они отличаются тем, что клавиатуру (кнопки) имеют только в правой части корпуса.

Для получения определенной тембровой окраски звука созданы специальные тембровые баяны, в которых возбуждаемые язычки связаны с акустическими камерами (трубами), имеющими специально подобранные собственные частоты колебаний аналогично органным трубам. Такие баяны могут имитировать

**Таблица 7.2. Диапазоны звучания мелодии
некоторых баянов**

Тип баяна	Тоны	Частота колебаний, Гц
61 × 120-II	<i>Фа—ре⁴</i>	87,31 ... 2349 32
56 × 120 II	<i>Соль-диез—ре-диез⁴</i>	103,82 ... 2489,02
55 × 100 II	<i>Ля—ре-диез⁴</i>	110 ... 2489,02
52 × 100-II	<i>Ля-диез—до-диез⁴</i>	116,54 ... 2217,46
52 × 100-III—5/2	<i>фа—соль-диез⁴</i>	174,61 ... 3322,44
50 × 100-III—5	<i>фа—фа-диез⁴</i>	174,61 ... 2793 83
43 × 80-II	<i>до-диез—соль³</i>	138,59 ... 1567,98
37 × 60-II	<i>ми—ми³</i>	164,81 ... 1318,51

тембры кларнета, валторны, рожка, гобоя, трубы и т. д. Мехи тембровых баянов имеют специальные клапаны, позволяющие как при сжатии, так и при растяжении направлять поток воздуха в одну и ту же сторону.

Аккордеон — сложный язычковый инструмент, снабженный мехом. Он может содержать от двух до четырех (иногда до пяти) голосов. У аккордеона хроматический двенадцатиступенный равномерно-темперированный строй. Основное отличие аккордеона от баяна состоит в использовании в мелодии клавиатуры, аналогичной клавиатуре рояля, но меньшего размера (рис. 7.5). Кнопки аккомпанемента располагаются так же, как и в баянах (см. рис. 7.4, б).

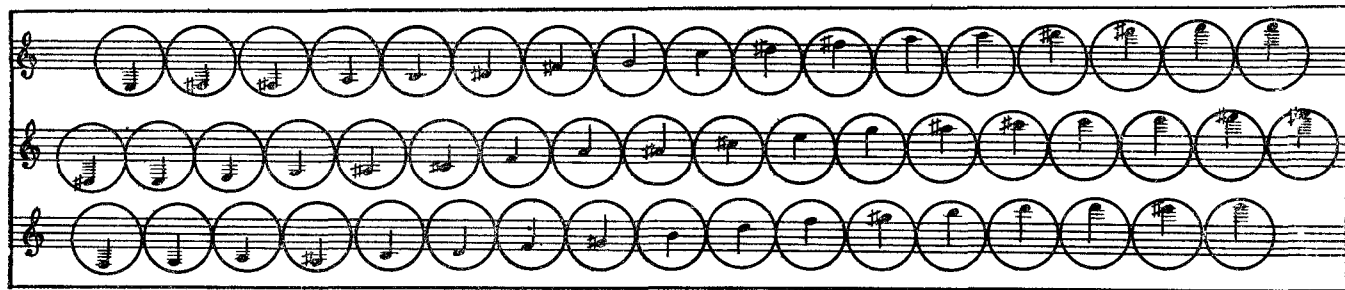
Другое отличие аккордеона — наличие розлива, что у баяна, как правило, не делают.

Диапазоны звучания некоторых аккордеонов приведены в табл. 7.3.

**Таблица 7.3. Диапазоны звучания мелодии
некоторых аккордеонов**

Тип аккордеона	Тоны	Частота колебаний, Гц
41 × 120-V-30	<i>Фа — ля⁴</i>	87,31 ... 3520
41 × 120-IV-16/6	<i>Фа — ля⁴</i>	87,31 ... 3520
41 × 120-IV-9/3	<i>Фа — ля⁴</i>	87,31 ... 3520
41 × 120-III-7/2	<i>Фа — ля⁴</i>	87,31 ... 3520
41 × 120-III-5	<i>Фа — ля³</i>	87,31 ... 1760
37 × 96-III-5/3	<i>Фа — фа³</i>	87,31 ... 1396,91
34 × 80-III-5/2	<i>Соль — ми³</i>	98 ... 1318,51
34 × 80-III-5	<i>Соль — ми³</i>	98 ... 1318,51

К числу язычковых инструментов относят *фисгармонию* — напольный инструмент с рояльной клавиатурой и ножными мехами для нагнетания воздуха; *органолу*, у которой мехи заменяет электрический вентилятор или компрессор. Кроме того, это *вубная* и *духовая гармоника*. В губной гармонии высота звука



а

баян

A complex musical score for the accompaniment of a bayan. It features six staves of music. The first five staves are grouped by dashed lines and labeled with button counts: 120 басов, 80 басов, 60 басов, 60 басов, 80 басов, and 120 басов. The sixth staff is labeled 'Верх инструмента'. The score includes various musical notations such as notes, stems, and accidentals, with some notes enclosed in circles. The word 'баян' is written at the bottom left and right of the score.

б

Рис. 7.4. Звукоряд баяна:

а — мелодия; б — аккомпанемент (сплошными линиями выделено различное количество кнопок)

41 клавиша

34 клавиши

25 клавиш

The image displays a musical score for a 41-key accordion. It consists of two staves. The upper staff contains a sequence of notes and chords, with vertical bars representing the chord diagrams for each measure. The lower staff contains a single melodic line of notes. Above the score, three brackets indicate the range of keys used: the top bracket spans the entire score and is labeled '41 клавиша'; the middle bracket covers the first 11 measures and is labeled '34 клавиши'; the bottom bracket covers the first 11 measures and is labeled '25 клавиш'. The notes in the upper staff are primarily eighth and sixteenth notes, while the lower staff features a steady eighth-note melody.

Рис. 7.5. Звукоряд мелодии аккордеона

зависит от положения губ на игровой части инструмента и вдвигания (или втягивания) воздуха в тот или иной канал. В духовой гармонии имеются общий входной канал и дополнительные клапаны для открывания каналов, подводящих струю воздуха к тому или иному язычку.

Основные параметры гармоней, баянов и аккордеонов приведены в табл. 7.4, губных и духовых гармоней — в табл. 7.5.

Таблица 7.4. Основные параметры аккордеонов, баянов, гармоней

Инструмент	Наибольший диапазон звучания			Количество одновременно звучащих язычков	
	основной	дополнительный		мелодии	аккомпанемента
		в сторону понижения	в сторону повышения		
Гармонь	<i>Си — ми²</i>	<i>До Ля</i>	<i>До ля⁴</i>	1 ... 5	2 ... 8
Баян	<i>Ми — ля⁴</i>	<i>До Соль₁</i>	<i>До ля-диез⁴</i>	1 ... 4	1 ... 8
Аккордеон	<i>фа — ля³</i>	<i>До Фа</i>	<i>До ля⁴</i>	1 ... 4	1 ... 8

Примечание. В гармониях, баянах, аккордеонах используются следующие виды головных планок мелодии: октавные, строевые, строевые дополнительные, пикколо, квинтовые.

Таблица 7.5. Основные параметры духовых и губных гармоней

Гармонь	Строй	Тональность	Диапазон звучания	Количество одновременно звучащих язычков	Количество регистров
Духовая	Хроматический	—	<i>фа — ми³</i>	1 ... 2	—
»	То же	—	<i>Фа — ми⁴</i>	3	1 ... 7
Губная	Диатонический	<i>До мажор</i>	<i>до¹ — си³</i>	1 ... 2	—
»	То же	<i>Соль мажор</i>	<i>соль — ля²</i>	1 ... 2	—
»	»	<i>Фа мажор</i>	<i>фа — фа³</i>	1 ... 2	—
»	»	<i>Ля минор</i>	<i>ля — соль³</i>	1 ... 2	—
»	»	То же	<i>си — ре³</i>	1 ... 2	—
»	»	<i>До мажор</i>	<i>до — ре⁴</i>	1 ... 2	—
»	Хроматический	—	То же	1 ... 2	—

7.2. АКУСТИЧЕСКИЙ АППАРАТ

Акустический аппарат язычковых инструментов включает в себя голосовые планки с проскакивающими (проходящими) язычками, входные камеры, клапаны, открывающие доступ потоку воздуха к язычку, и устройства создания и сохранения перепада давлений с двух сторон планки. Тембровые качества звука язычковых инструментов определяются в основном параметрами голосовых планок и входных камер.

Голосовая планка представляет собой рамку 2, в проеме которой колеблется язычок 1 (рис. 7.6, а). При разнице воздушных давлений с двух сторон планки язычок отклоняется. Когда отклонение язычка становится достаточно большим, отверстие (зазор) для прохода воздуха в проеме планки также становится большим. Давление воздушного потока на язычок уменьшается и он под действием упругих сил начинает возвращаться в исходное положение. При этом зазор между рамкой и язычком снова уменьшается и давление воздушного потока на язычок опять возрастет. Язычок изменит направление движения, возникнет колебательный процесс с частотой, определяемой параметрами язычка.

Свободно колеблющийся язычок. Предположим, что толщина язычка мала по сравнению с его длиной, действующая на язычок нагрузка распределена равномерно и трение язычка отсутствует, тогда движение язычка можно описать уравнением

$$EJ \frac{d^2y}{dx^2} + M = F(x; t), \quad (7.1)$$

где E — модуль упругости материала язычка; J — момент инерции площади поперечного сечения язычка относительно нейтральной оси сечения, перпендикулярной плоскости колебаний; y — мгновенное значение отклонения язычка в процессе колебаний; x — расстояние от точки крепления язычка до точки, в которой рассматривается отклонение y ; M — изгибающий момент в любом поперечном сечении; F — усилие внешнего воздействия на язычок.

При отсутствии внешнего воздействия свободные колебания язычка опишутся уравнением упругой линии [38]

$$EJ \frac{d^2y}{dx^2} = -M. \quad (7.2)$$

Дважды продифференцировав уравнение (7.2), найдем

$$\frac{d}{dx} \left(EJ \frac{d^2y}{dx^2} \right) = -\frac{dM}{dx} = -Q; \quad (7.3)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EJ \frac{d^2y}{dx^2} \right) = -\frac{dQ}{dx} = q, \quad (7.4)$$

где Q — сила инерции, действующая на свободно колеблющийся язычок; q — интенсивность силы инерции по длине язычка

Полагая интенсивность силы инерции

$$q = -\rho s \partial^2 y / \partial t^2, \quad (7.5)$$

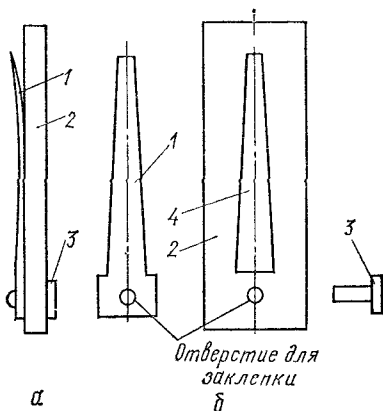


Рис. 7.6. Голосовая планка:
а — в сборе; б — в разобранном виде; 1 — язычок; 2 — рамка; 3 — заклепка; 4 — проем

соотношение (7.4) можно записать в виде

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = -\rho s \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad (7.6)$$

где ρ — плотность материала язычка; s — площадь поперечного сечения язычка.

Для язычка, сечение которого постоянно по длине, выражение (7.6) можно представить

$$EJ \partial^4 y / \partial x^4 = -\rho s \partial^2 y / \partial t^2, \quad (7.7)$$

$$\text{или } \partial^2 y / \partial t^2 + a^2 \partial^4 y / \partial x^4 = 0, \quad (7.8)$$

где $a = EJ / (\rho s)$.

В случае колебаний язычка с частотой основного тона уравнение колебаний будет

$$y = y_0 (A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t), \quad (7.9)$$

где y_0 — некоторая функция прогиба язычка, зависящая от координаты x , отсчитываемой от точки его крепления; ω — круговая частота собственных колебаний язычка.

Подставляя выражение (7.9) в уравнение (7.8), найдем

$$\partial^4 y_0 / \partial x^4 = \omega^2 / a^2 y_0, \quad (7.10)$$

где $\omega^2 / a^2 = k^4$.

Частота колебаний

$$f = ak^2 / (2\pi). \quad (7.11)$$

Частными решениями уравнения (7.10) будут $\sin kx$, $\cos kx$, $\text{sh } kx$, $\text{ch } kx$, общее решение можно представить в виде

$$y_0 = C'_1 \sin kx + C'_2 \cos kx + C'_3 \text{sh } kx + C'_4 \text{ch } kx, \quad (7.12)$$

где C'_1, C'_2, C'_3, C'_4 — постоянные коэффициенты, определяемые из граничных условий.

Уравнение (7.12) можно также представить в виде

$$y_0 = C_1 (\cos kx + \text{ch } kx) + C_2 (\cos kx - \text{ch } kx) + \\ + C_3 (\sin kx + \text{sh } kx) + C_4 (\sin kx - \text{sh } kx), \quad (7.13)$$

где $C_1 = (C'_2 + C'_4) / 2$; $C_2 = (C'_2 - C'_4) / 2$;

$$C_3 = (C'_1 + C'_3) / 2; \quad C_4 = (C'_1 - C'_3) / 2.$$

На закрепленном конце язычка прогиб и угол наклона касательной к упругой линии равны нулю, т. е. граничные условия

$$y_0 = 0; \quad \partial y_0 / \partial x = 0. \quad (7.14)$$

На свободном конце язычка граничные условия

$$\partial^2 y_0 / \partial x^2 = 0; \quad \partial^3 y_0 / \partial x^3 = 0. \quad (7.15)$$

Колебания язычка с частотами частичных тонов опишутся уравнениями, аналогичными уравнению (7.9). Наложением друг на друга таких колебаний можно получить

$$y = \sum_{i=1}^{\infty} y_{0i} (A_{1i} \cos \omega_i t + A_{2i} \sin \omega_i t), \quad (7.16)$$

где A_{1i} и A_{2i} — амплитуда косинусоидальной и синусоидальной составляющих i -го частичного тона; ω_i — круговая частота i -го частичного тона.

С учетом граничных условий (7.14) решение уравнения (7.13) будет $C_1 = C_3 = 0$. С учетом граничных условий (7.15) решение будет

$$\cos kL \operatorname{ch} kL = -1, \quad (7.17)$$

где L — длина рабочей (колеблющейся) части язычка.

Решение уравнения (7.17) имеет бесконечное множество корней. Первые семь из них $k_1 L = 1,875$; $k_2 L = 4,694$; $k_3 L = 7,855$; $k_4 L = 10,996$; $k_5 L = 14,137$; $k_6 L = 17,279$; $k_7 L = 20,42$. Величину корней уравнения (7.17) приближенно можно определить для $i > 2$ по формуле

$$k_i L \approx \pi(i - 0,5). \quad (7.18)$$

Частота колебаний любого частичного тона в соответствии с выражениями (7.11) и (7.8) будет

$$f_i = \frac{(k_i L)^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho s}} = \frac{(k_i L)^2}{2\pi \sqrt{12}} \frac{h}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (7.19)$$

где $J = bh^3/12$ — момент инерции площади поперечного сечения язычка относительно нейтральной оси; b — ширина язычка; h — толщина язычка

Для основной частоты (первого частичного тона)

$$f_1 = \frac{(1,875)^2}{2\pi \sqrt{12}} \frac{h}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 0,1615 \frac{h}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (7.20)$$

Эта формула используется для расчета основной частоты язычков, имеющих постоянное сечение по длине.

Первые обертоны колебаний язычка постоянного сечения по длине $f_2 = 6,267f_1$; $f_3 = 17,551f_1$; $f_4 = 34,393f_1$; $f_5 = 56,848f_1$; $f_6 = 84,925f_1$ и т. д. Следовательно, обертоны колеблющегося язычка негармоничны. Однако, как показывает опыт, амплитуды их весьма малы и быстро убывают с номером обертона.

Язычки музыкальных инструментов могут иметь изменяющиеся по длине сечения, из-за чего расчет их собственных частот колебаний весьма затруднителен, за исключением отдельных частных случаев.

Так, собственная частота колебаний язычка, толщина рабочей части которого линейно изменяется от значения h в точке креп-

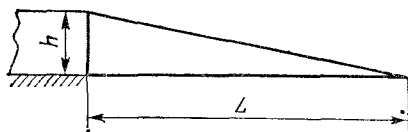


Рис. 7.7. Клиновидный язычок постоянной ширины

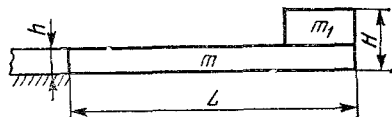


Рис. 7.8. Язычок с дополнительным грузом (напайкой)

ления до 0 на конце (рис. 7.7), может быть рассчитана по формуле

$$f_1 = \frac{2,30543^2}{2\pi \sqrt{12}} \frac{h}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 0,24419 \frac{h}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (7.21)$$

Язычки нижнего регистра инструмента для уменьшения их длины снабжают дополнительным грузом на конце (рис. 7.8). Собственная частота колебаний язычка с грузом на конце рассчитывается по приближенной формуле

$$f_1 = \frac{1}{4\pi \sqrt{m_1/m + 33/40}} \frac{H}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (7.22)$$

где H — толщина язычка с напайкой; m_1 — масса дополнительного груза (напайки); m — масса язычка без груза.

Чем меньше длина напайки, тем более точный результат дает расчет частоты по этой формуле.

Пороги возбуждения и срыва. Под *порогом возбуждения* язычка понимают минимальный перепад воздушного давления с противоположных сторон планки, при котором язычок начинает колебаться с собственной частотой. Порог возбуждения измеряют в паскалях, опыт показывает, что он составляет 40...250 Па. В специальной литературе часто приводят эту величину в миллиметрах водяного столба (1 мм вод. ст. = 9,80665 Па).

Под *порогом срыва* понимают максимальный перепад воздушного давления, при котором наступает срыв (прекращение) колебаний язычка. Порог срыва для язычков связан с порогом возбуждения и составляет обычно 2200...3000 Па. Максимально достигаемый в язычковых инструментах перепад давлений не превышает 2100...2500 Па.

Пороги возбуждения и срыва язычков зависят от их жесткости:

$$k = F/\Delta r = bh^3E/(4L^3), \quad (7.23)$$

где F — сила воздействия на язычок, приведенная к его свободному концу; Δr — отклонение конца язычка под действием силы F .

Чем меньше жесткость язычка, тем ниже пороги его возбуждения и срыва. На практике более жесткими оказываются более высокочастотные язычки (рис. 7.9). Заштрихованная на

рисунке зона отражает разброс значений жесткости для различных язычков.

Пороги возбуждения язычков зависят также от величин предварительных их отгибов в сторону большего воздушного давления. Оптимальный отгиб определяют путем технологической регулировки голосовых планок.

На процесс возбуждения язычка большое влияние оказывает рамка с проемом и примыкающая к ней входная камера. Надежных расчетов влияния рамки на акустические параметры инструментов на сегодня нет. Экспериментально установлено [39], что объемная скорость воздушного потока (расход воздуха) через проем рамки изменяется в зависимости от положения язычка:

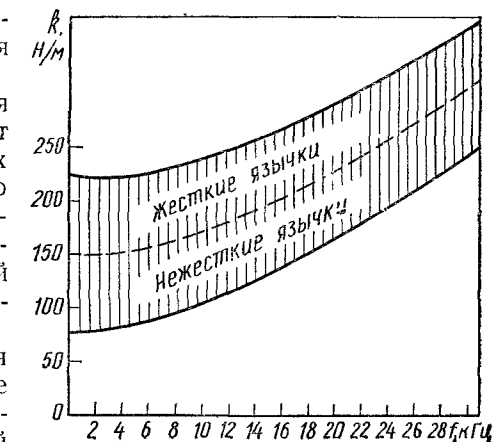


Рис. 7.9. Зависимость жесткости язычков от частоты

$$B = V/t, \quad (7.21)$$

где V — объем протекающего воздуха через зазор между язычком и рамкой.

В статическом режиме (неколеблющийся язычок) при постепенном (медленном) отклонении язычка от нулевого (начального) положения внутрь рамки (перепад давлений с разных сторон постоянен) объемная скорость до некоторого минимального значения изменяется почти линейно, после чего, при выходе на противоположную сторону рамки, снова нарастает (рис. 7.10). Измерения выполнены на планках разной толщины, мм: 2,45; 3,22; 4,33; 6,23, но при одинаковом зазоре между язычком и рамкой.

Средняя за период относительная объемная скорость воздушного потока зависит от перепада давлений (рис. 7.11). Планки с малыми зазорами будут иметь меньший расход воздуха.

Зависимость порога возбуждения Δp_b и амплитуды колебаний язычка A_j при неизменном перепаде давлений воздуха от начального положения язычка (в начальном положении язычок отогнут навстречу движению воздушного потока) качественно показана на рис. 7.12 [39]. Для выпускаемых инструментов характерен разброс значений порогов возбуждения язычков (рис. 7.13, *заштрихованная область*) в зависимости от частоты их собственных колебаний. Характерные зависимости порогов возбуждения от величин зазора между рамкой и язычком, находящимся в ее проеме, для различных частот собственных

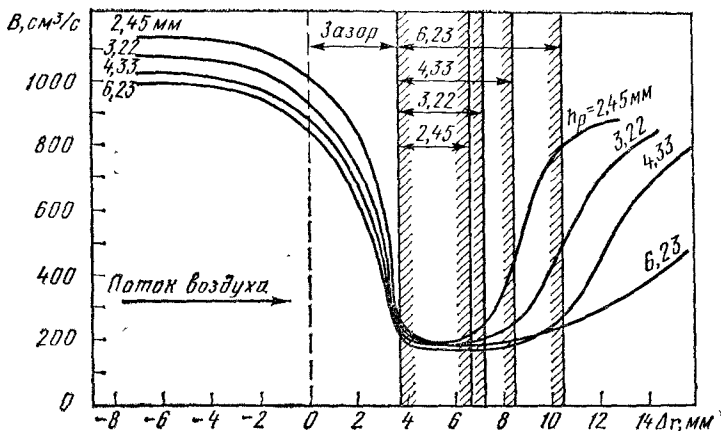


Рис. 7.10. Зависимость объемной скорости воздушного потока через зазор в проеме рамки планки при перепаде давлений 200 Па от положения конца язычка длиной 72 мм

колебаний язычков проиллюстрированы на рис. 7.14. Заштрихованные на рисунке области отражают конструктивные особенности и технологический разброс параметров язычков. По результатам усредненных статистических данных построены области разброса зазоров между рамкой и язычком (рис. 7.15). Область разброса тем меньше, чем выше качество планки.

При смещении нулевой точки (начальный отгиб язычка) от планки амплитуда колебаний язычка возрастает, но при этом несколько возрастает и порог возбуждения. Смещение же нулевой точки внутрь планки приводит к быстрому уменьшению

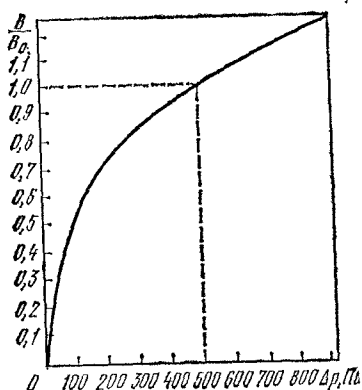


Рис. 7.11. Зависимость относительной объемной скорости потока воздуха от перепада давлений с двух сторон планки

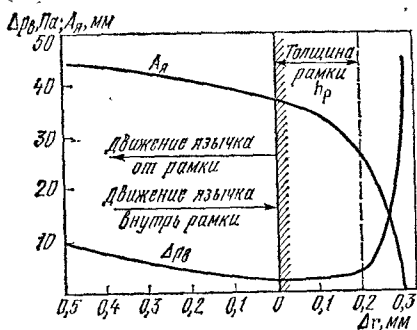


Рис. 7.12. Зависимость порога возбуждения и амплитуды колебаний язычка от отклонения конца язычка

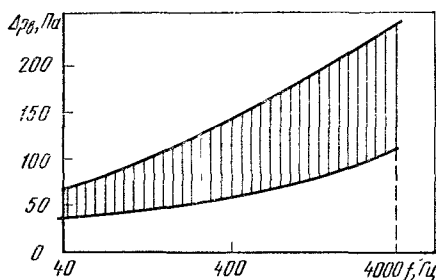


Рис. 7.13. Зависимость порога возбуждения язычков от частоты их собственных колебаний

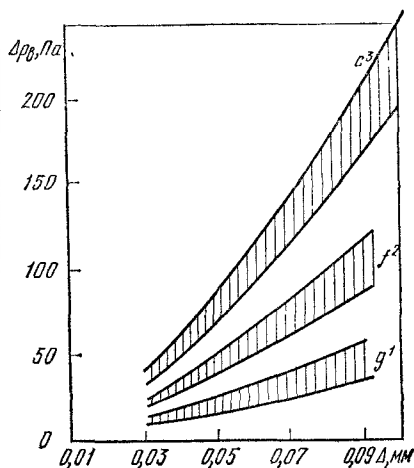
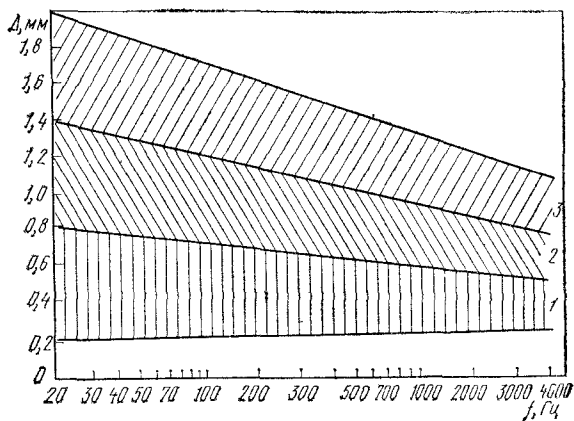


Рис. 7.14. Зависимость порога возбуждения язычков от величины зазора между язычком и рамкой для различных частот колебаний (по результатам исследований Д. Рихтера)

Рис. 7.15. Область разброса зазоров между язычком и рамкой в зависимости от частоты собственных колебаний язычка для инструментов:

1—очень хорошего качества; 2—хорошего качества; 3—удовлетворительного качества



амплитуды колебаний язычка до нуля (срыв колебаний), при этом порог возбуждения быстро возрастает, достигая при срыве бесконечности.

С увеличением перепада давлений с разных сторон язычка происходит смещение среднего положения язычка от начальной нулевой точки внутрь рамки. Вследствие этого замедляется рост амплитуды колебаний язычка $A_{\text{я}}$, затем амплитуда колебаний уменьшается и может наступить срыв колебаний язычка, что объясняется переходом среднего положения язычка A_0 на противоположную сторону планки (рис. 7.16) [39].

Изменение частоты колебаний язычков при изменении перепада давлений. С изменением перепада давлений, действующих на язычок голосовой планки, происходит изменение амплитуды и частичное изменение (уход) частоты его колебаний. Чем

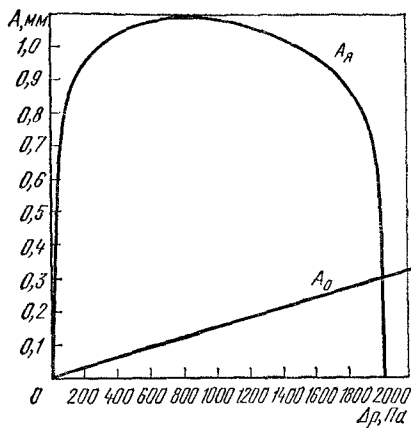
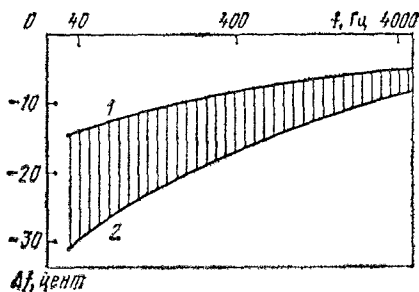


Рис. 7.16. Зависимость амплитуды колебаний конца язычка и его среднего положения от перепада воздушного давления с разных сторон язычка

Рис. 7.17. Уход частоты язычков при изменении перепада давлений от 250 ($\Delta f = 0$) до 750 Па:

1—для инструментов с жесткими язычками; 2—для инструментов с нежесткими язычками



больше перепад давлений, тем выше частота. Экспериментально установлено, что при изменении перепада давлений от 250 до 750 Па уход частоты колебаний язычков изменяется на 5...10 центов в верхнем регистре и на 15...35 центов в нижнем регистре (рис. 7.17). Большее изменение частоты соответствует язычкам, имеющим меньшую жесткость. Таким образом, при уменьшении жесткости язычков происходит уменьшение порога возбуждения и увеличение диапазона изменения частоты собственных колебаний с изменением перепада давлений.

Время возбуждения и затухания колебаний язычков. Под временем возбуждения язычков понимают такое время, в течение которого амплитуда колебаний язычка после нажатия клавиши (кнопки) достигает 0,95 максимальной амплитуды колебаний для данного перепада давлений. При этом предполагается, что процесс нарастания звука происходит по закону, близкому к экспоненциальному, а клавишу (кнопку) нажимают мгновенно. Тогда время возбуждения t_b через постоянную времени колебаний язычка τ_π выразится как

$$t_b = 3\tau_\pi. \quad (7.25)$$

Время возбуждения зависит от частоты собственных колебаний язычков (рис. 7.18). Время возбуждения несколько уменьшается с увеличением перепада давлений. Кроме того, оно зависит от конструктивных параметров язычка, планки, входной камеры и скорости открывания клапана, обеспечивающего доступ потока воздуха к язычку. Заштрихованная на рисунке область

отражает разброс значений времени возбуждения для язычков различного конструктивного исполнения.

Процесс затухания колебаний язычка (глушения) зависит от характера прекращения подачи воздушной струи. Если при открытом клапане (нажатой клавише или кнопке) внезапно прекратить сжатие или растяжение меха инструмента, колебания язычка могут продолжаться еще несколько секунд. Если быстро закрыть клапан (освободить клавишу или кнопку), звук прекратится приблизительно через 0,1...0,5 с.

Влияние входных камер на акустические параметры. Геометрические размеры входных камер определяют их акустические свойства. Частота собственных колебаний камеры приближенно может быть определена по известной формуле Гельмгольца

$$f_k = r_0 c_0 / \sqrt{2\pi V_k (2h_0 + \pi r_0)}, \quad (7.26)$$

где r_0 — радиус входного отверстия камеры со стороны клапана; c_0 — скорость звука в воздухе; V_k — объем входной камеры; h_0 — длина входного отверстия (толщина стенки между камерой и клапаном).

Предполагается, что площадь сечения входного отверстия камеры намного больше площади зазоров между язычком и рамкой и длина звуковой волны, образуемой колеблющимся язычком, намного больше размеров входной камеры. Это наблюдается на практике. Входные камеры обычно делают относительно узкими, что приводит к заметным погрешностям при расчете собственной частоты резонатора по формуле (7.26). Добротность входных камер как резонаторов составляет для первой резонансной частоты 1,5 ... 4, для частоты первого обертона камеры — несколько выше.

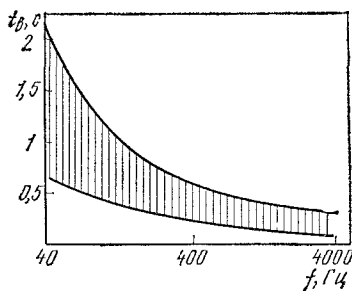


Рис. 7.18. Зависимость времени возбуждения язычков от частоты собственных колебаний для различных компонентов голосовых планок

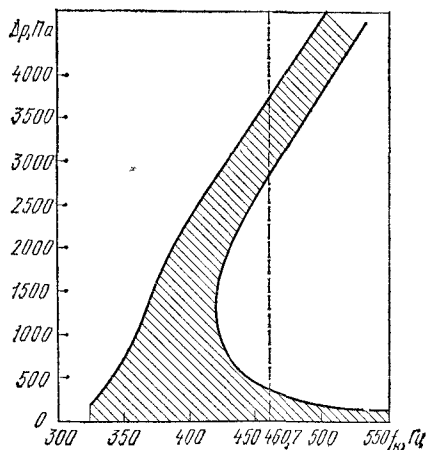


Рис. 7.19. Зависимость порога возбуждения язычка от собственной частоты входной камеры

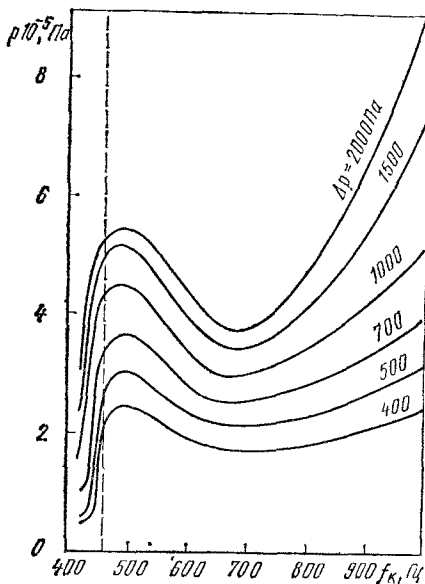


Рис. 7.20. Зависимость звукового давления от собственной частоты входной камеры при различных перепадах давления

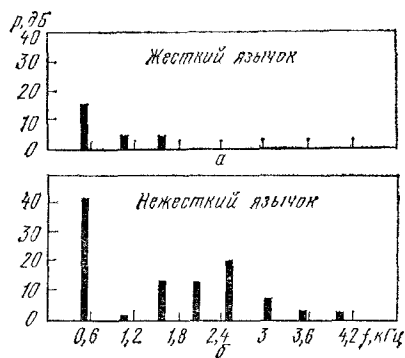


Рис. 7.21. Спектр звука тона до второй октавы:

а — жесткого язычка; б — нежесткого язычка

Колеблющийся язычок и присоединенная к рамке входная камера образуют связанную колебательную систему. В этой системе частоты негармоничных обертонов свободных колебаний язычка [см. формулу (7.19)] подавляются или существенно ослабляются, а основная частота звуковых колебаний язычка несколько понижается (на 7...12 центов), но остается близкой

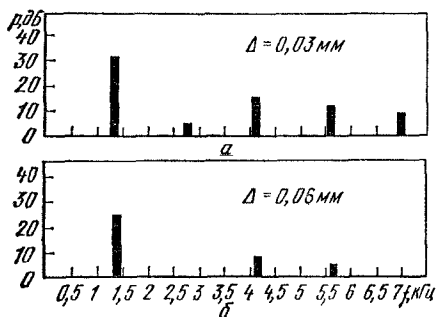


Рис. 7.22. Спектр звука тона фа третьей октавы при зазоре между язычком и рамкой:

а — 0,03 мм; б — 0,06 мм

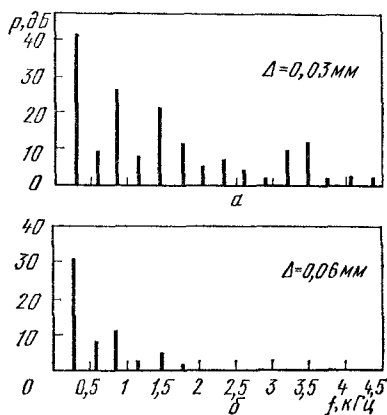


Рис. 7.23. Спектр звука тона ре первой октавы при зазоре между язычком и рамкой:

а — 0,03 мм; б — 0,06 мм

Рис. 7.24. Спектр звука тона фа большой октавы при зазоре между язычком и рамкой:

а—0,04 мм; б—0,08 мм

к основной частоте свободных колебаний. Обычно основная частота входной камеры в 3...7 раз превышает основную частоту язычка.

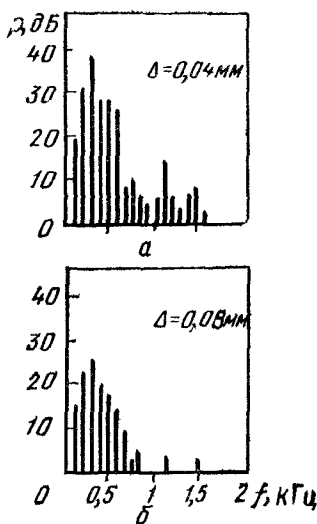
Зависимость порога возбуждения язычка Δp_v от собственной частоты колебаний входной камеры f_k при различных перепадах давления показана на рис. 7.19 [40]. Порог возбуждения мало изменяется, если собственная частота камеры больше собственной частоты язычка (460,7 Гц). Если же частота камеры близка, равна и меньше собственной частоты язычка, порог возбуждения растет вплоть до срыва колебаний или скачка на значительную величину. На частотах, близких к собственной частоте язычка, наблюдаются две зоны невозбуждения (см. рис. 7.19, *заштрихованная область*).

Звук, вновь появляющийся при повышенных перепадах давлений, существенно слабее начального, возникающего при малых перепадах давлений. Собственная частота входной камеры существенно влияет на создаваемое звуковое давление (рис. 7.20) [40]. С понижением собственной частоты камеры звуковое давление сначала падает, а затем несколько повышается по мере приближения к собственной частоте колебаний язычка (460,7 Гц), после чего вновь резко падает.

Поскольку зависимость расхода воздуха от положения язычка (см. рис. 7.10) имеет сложный спектральный состав, тем более сложный, чем меньше зазор между язычком и рамкой, при колебаниях язычка в голосовой рамке возникают обертоны, частоты которых практически кратны основной частоте. Число обертонов (спектр звука) зависит также от жесткости язычков и частот их собственных колебаний (рис. 7.21). С понижением жесткости язычков и частот их собственных колебаний количество обертонов растет. Спектры колебаний язычковых инструментов с планками, имеющими различные зазоры между язычком и рамкой, полученные для тонов различной высоты экспериментально, приведены на рис. 7.22, 7.23, 7.24.

Толщина планки, амплитуда колебаний язычка и величина зазора между язычком и рамкой— все эти параметры оказывают влияние на спектр звука и тембр инструмента в целом.

Зависимость звукового давления от перепада давлений. Усилие, прикладываемое музыкантом при игре. Зависимость звукового давления, создаваемого инструментом, от перепада



давлений, действующих на язычок, — наиболее важная динамическая характеристика язычковых инструментов.

Интенсивность звука, создаваемого инструментом, описывается соотношением

$$I = W_{зв}/(St) = p_{зв}^2/(c_0\rho_0), \quad (7.27)$$

где $W_{зв}$ — звуковая энергия, проходящая через площадь S за время t ; $p_{зв}$ — эффективное значение звукового давления; c_0 — скорость звука в воздухе; ρ_0 — плотность воздуха.

Единичную энергию, проходящую через единицу площади S (1) за единицу времени t (1), можно из уравнения (7.27) выразить так:

$$W_{зв}(1) = p_{зв}^2 S(1)t(1)/(c_0\rho_0). \quad (7.28)$$

Полагая, что эта энергия пропорциональна энергии, которую расходует музыкант за единицу времени на растяжение (сжатие) меха $W_M(1)$, можно записать

$$W_M(1) = k_0 W_{зв}(1), \quad (7.29)$$

где k_0 — коэффициент пропорциональности ($k_0 = \text{const}$).

Энергию $W_M(1)$ можно также выразить соотношением

$$W_M(1) = F\Delta l(1) = \Delta p s_M \Delta l(1), \quad (7.30)$$

где F — прикладываемое музыкантом усилие (предполагается, что за рассматриваемую единицу времени оно не изменяется); $\Delta l(1)$ — перемещение меха за единицу времени; Δp — перепад давлений воздуха внутри и вне меха; s_M — поперечное сечение воздушного пространства внутри камеры.

С учетом формул (7.28) и (7.30) выражение (7.29) запишется следующим образом:

$$p_{зв} = k_1 \sqrt{F} = k_2 \sqrt{\Delta p}, \quad (7.31)$$

где $k_1 = \sqrt{\Delta l(1) c_0 \rho_0 / [k_0 S(1) t(1)]}$; $k_2 = \sqrt{s_M \Delta l(1) c_0 \rho_0 / [k_0 S(1) t(1)]}$.

Коэффициенты k_1 и k_2 постоянны для одного язычка и одного инструмента.

Выражение (7.31) представляет собой идеализированную динамическую характеристику язычкового инструмента. Для практических целей ее удобно выразить в относительных единицах

$$p_{зв}/p_{зв0} = \sqrt{\Delta p/\Delta p_0} = \sqrt{F/F_0}, \quad (7.32)$$

где $p_{зв0}$ — звуковое давление, создаваемое инструментом при перепаде давлений воздуха Δp_0 или приложенном музыкантом усилии F_0 .

Идеализированная динамическая характеристика инструмента (рис. 7.25) отличается от реальной, что объясняется нелинейностью зависимости амплитуды колебаний язычка от перепада давлений (см. рис. 7.16), наличием трения в мехах и т. д. Чем ближе характеристика инструмента к идеализированной,

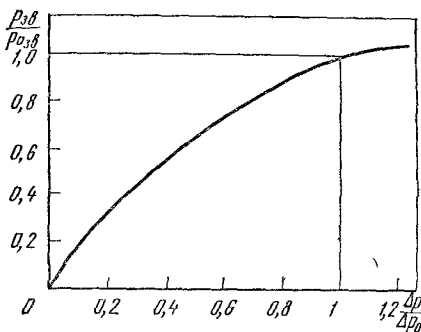


Рис. 7.25. Идеализированная динамическая характеристика язычкового инструмента

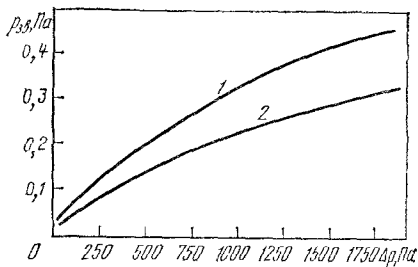


Рис. 7.26. Зависимость звукового давления, создаваемого тоном ля первой октавы на расстоянии 1 м от инструмента, от перепада давлений с разных сторон язычка при средней величине зазора между язычком и рамкой: 1—0,05 мм; 2—0,1 мм

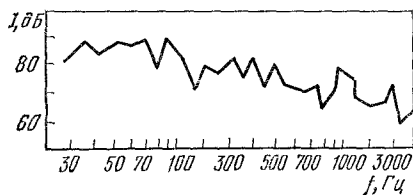


Рис. 7.27. Изменение интенсивности звука аккордеона 41 × 120 от частоты колебаний язычка при силе, прикладываемой музыкантом, 70 Н

тем выше игровые качества инструмента. Экспериментально полученная зависимость звукового давления от перепада давлений при возбуждении тона ля первой октавы показана на рис. 7.26, экспериментально полученная зависимость интенсивности звука аккордеона от частоты язычка при прикладываемом усилии 70 Н—на рис. 7.27. Средние значения прикладываемых музыкантом усилий при сжатии и растяжении мехов приведены в табл. 7.6. Динамический диапазон создаваемых язычковыми инструментами звуковых давлений от порога возбуждения до максимальных составляет 20...30 дБ.

Таблица 7.6. Усилие, прикладываемое музыкантом при игре, Н

Характер усилия	Аккордеон		Баян 52×100
	34×80	41×120	
Порог возбуждения	3 ... 20	3,5 ... 25	3 ... 25
Среднее рабочее	60 ... 100	70 ... 120	70 ... 130
Порог срыва	170 ... 250	200 ... 300	200 ... 290

7.3. РАСЧЕТ ДЛИН ЯЗЫЧКОВ

Размеры язычков определяются как их жесткостью, так и площадью соприкосновения с окружающей средой.

Амплитуда колебаний будет больше у более длинного по сравнению с другими язычка при равных собственных частотах и перепадах давлений воздуха. Поэтому громкость звука зависит как от длины язычка, так и от площади его поверхности. Динамический диапазон колебаний язычков тем больше, чем ниже порог возбуждения и меньше жесткость.

Расчет длин язычков выполняют в такой последовательности:

1. Выбирают исходный материал для язычков и добиваются при приемлемых технологических и конструктивных их размерах минимальной жесткости, в первую очередь для язычков высокочастотного регистра.

2. По формуле (7.19) находят длину L одного из язычков среднего регистра с частотой f и затем, приведя соотношение (7.20) к виду $L_i = L \sqrt{f/f_i}$, определяют длины язычков L_i для других частот f_i .

При таком расчете может оказаться, что высокочастотные язычки будут слишком коротки, а низкочастотные длинны. В этом случае поступают следующим образом [41]:

1. Определяют приемлемые длины язычков для трех точек звукового диапазона (две точки для краев диапазона и одна в средней октаве на равном высотном расстоянии от краев). Отношение длин язычков в этих точках для инструмента с диапазоном звучания 5 октав должно примерно составлять 5:2:1.

2. Строят оси координат. По оси абсцисс откладывают высоту тона (в октавах), по оси ординат в удобном линейном масштабе — длины язычков. На координатную плоскость наносят три точки и соединяют их плавной кривой. Это необходимо сделать для плавности перехода по тембру и громкости.

3. Находят на графике такую точку, в которой длина язычка из выбранного исходного материала дает высоту тона (частоту), совпадающую с вычисленной по формуле (7.20). Если эта точка находится слишком близко к одному из краев принятого для инструмента звукового диапазона, целесообразно либо выбрать другой материал, либо пересмотреть начальные размеры язычков для краев диапазона.

4. Толщину язычков топов, находящихся выше найденной на графике точки, уменьшают (сошлифовывают) для снижения их массы и сохранения приемлемой длины и частоты колебаний. Величину уменьшения толщины язычка, имеющего форму усеченного клина, можно определить по экспериментальной кривой (рис. 7.28). Если необходимо увеличить частоту язычка более чем в 1,5 раза, нужно изменить выбранные размеры язычков.

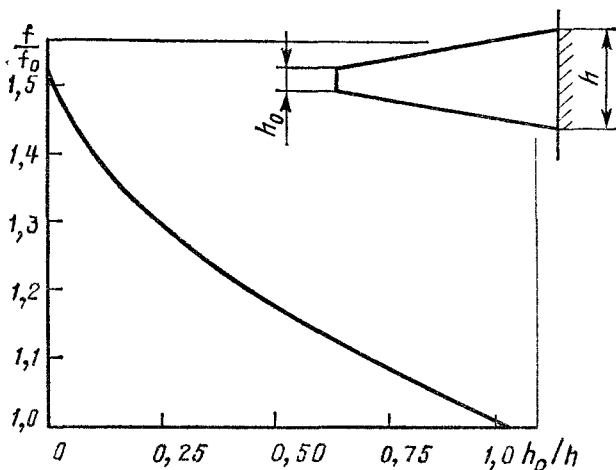


Рис. 7.28. Зависимость отношения частот язычка от отношения толщины его конца к толщине основания

5. На язычки, частота которых должна быть ниже найденной на графике точки, производят напайку (наклейку) дополнительных масс. Размеры напайки рассчитывают исходя из формулы (7.22). Полагая, что частота колебаний язычка с напайкой может быть равна при той же длине частоте колебаний язычка меньшей толщины h_0 без напайки

$$\frac{1}{4\pi\sqrt{m_1/m - 33/140}} \frac{H}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \frac{1}{4\pi\sqrt{33/140}} \frac{h_0}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

находят отношение масс напайки и язычка:

$$m_1/m = 33(H^2/h_0^2 - 1)/140. \quad (7.33)$$

Толщина язычка с напайкой H равна сумме толщин язычка без напайки h и напайки h_n :

$$H = h + h_n. \quad (7.34)$$

Масса напайки, если ширина ее равна ширине язычка,

$$m_1 = h_n b l \rho_n = h_n b \rho_n L/n,$$

а масса язычка

$$m = hbL\rho,$$

где b — ширина язычка и напайки; l — длина напайки; ρ_n — плотность материала напайки; L — длина язычка; n — отношение длины язычка к длине напайки; ρ — плотность материала язычка.

Отношение масс напайки и язычка будет

$$m_1/m = h_n \rho_n / (nh\rho). \quad (7.35)$$

В соответствии с формулой (7.22) можно записать

$$f_1 = 4\pi f L^2 \sqrt{33\rho/(140E)}. \quad (7.36)$$

Совместное решение уравнений (7.33), (7.34), (7.35) и (7.36) дает

$$H = \frac{(4\pi f L^2)^2 \rho_n}{2nhE} - 4\pi f L^2 \left\{ \frac{\rho_n}{nE} \left[\frac{\rho_n (4\pi f L^2)^2}{4nh^2 E} + \frac{33n\rho}{140\rho_n} - 1 \right] \right\}^{1/2}. \quad (7.37)$$

Толщина папайки

$$h_n = H - h. \quad (7.38)$$

Выше предполагалось, что ширина рабочей части язычка остается постоянной. Однако на практике часто с целью снижения порога возбуждения (уменьшения жесткости) ширину рабочей части язычка линейно уменьшают к концу. В этом случае расчет частоты можно выполнять по экспериментальной кривой (см. рис. 7.28), отношение толщины конца язычка к толщине основания заменяется отношением ширины его конца к ширине основания.

7.4. ТИПОВЫЕ НАБОРЫ ГОЛОСОВЫХ ПЛАНК И РАЗМЕРЫ ВХОДНЫХ КАМЕР

Голосовые планки и входные камеры резонаторов составляют акустическую основу язычковых музыкальных инструментов. От их качества в значительной мере зависит качество инструмента в целом. Для получения всей гаммы частотного диапазона звуков инструмента требуется большое количество голосовых планок и входных камер. Из технологических соображений размеры их приходится унифицировать, группируя по определенным типоразмерам.

Голосовые планки. Они могут быть *кусковыми* (на одной пластине устанавливаются язычки одного тона, причем их количество не превышает двух), *групповыми* или *секционными* (на одной металлической пластине равной толщины, у которой от четырех до семи пар проемов, устанавливаются язычки на группу тонов) и *цельными* (на одной или двух металлических пластинах устанавливаются язычки всего резонатора).

Кусковые планки чаще других используются в язычковых инструментах. Каждая отдельная планка имеет металлическую рамку 1 (рис. 7.29) с двумя сквозными проемами (отверстиями) 2 для язычков 3 одного определенного тона, причем один из них возбуждается при сжатии меха, другой — при растяжении.

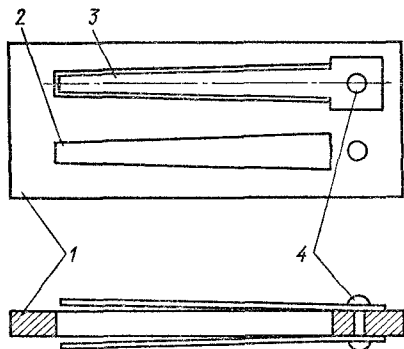


Рис. 7.29. Кусковая голосовая планка;
1 — рамка; 2 — проем; 3 — язычок, 4 — заклепка

Таблица 7.7. Унифицированные размеры язычков и проемов под язычки в рамках

Номер планки	Тон	Частота колебаний, Гц	Рабочая часть язычка, мм				Проём в рамке, мм			
			Длина L	Ширина		Толщина стальной денты h_d	Длина L_1	Ширина		Толщина рамки h_p
				основания b	конца b_0			для основания язычка b_1	для конца язычка b_0	
1	Фа ₁	43,65	62,9	5,88	5,88	0,7	63	5,9	6	7
1	Фа-диез ₁	46,25	62,9	5,88	5,88	0,7	63	5,9	6	7
1	Соль ₁	48,99	62,9	5,88	5,88	0,7	63	5,9	6	7
1	Соль-диез ₁	51,91	62,9	5,88	5,88	0,7	63	5,9	6	7
2	Ля ₁	55	58,9	5,88	5,88	0,7	59	5,9	6	6
2	Ля-диез ₁	58,27	58,9	5,88	5,88	0,7	59	5,9	6	6
2	Си ₁	61,73	58,9	5,88	5,88	0,7	59	5,9	6	6
2	До	65,4	58,9	5,88	5,88	0,7	59	5,9	6	6
3	До-диез	69,28	54,9	5,88	5,88	0,6	55	5,9	6	6
3	Ре	73,4	54,9	5,88	5,88	0,6	55	5,9	6	6
3	Ре-диез	77,78	54,9	5,88	5,88	0,6	55	5,9	6	6
3	Ми	82,4	54,9	5,88	5,88	0,6	55	5,9	6	6
4	Фа	87,30	49,9	4,88	4,88	0,6	50	4,9	5	5
4	Фа-диез	92,48	49,9	4,88	4,88	0,6	50	4,9	5	5
4	Соль	97,88	49,9	4,88	4,88	0,6	50	4,9	5	5
4	Соль-диез	103,82	49,9	4,88	4,88	0,6	50	4,9	5	5
5	Ля	110	43,9	4,88	4,88	0,6	44	4,9	5	5
5	Ля-диез	116,54	43,9	4,88	4,88	0,6	44	4,9	5	5
5	Си	123,46	43,9	4,88	4,88	0,6	44	4,9	5	5
5	до	130,5	43,9	4,88	4,88	0,6	44	4,9	5	5
6	до-диез	138,56	38,9	4,88	4,88	0,5	39	4,9	5	4
6	ре	146,8	38,9	4,88	4,88	0,5	39	4,9	5	4
6	ре-диез	155,56	38,9	4,88	4,88	0,5	39	4,9	5	4
6	ми	164,8	38,9	4,88	4,88	0,5	39	4,9	5	4
6а	Фа	87,3	39,9	4,18	3,18	0,5	40	4,2	3,3	4
6а	Фа-диез	92,48	39,9	4,18	3,18	0,5	40	4,2	3,3	4
6а	Соль	97,98	39,9	4,18	3,18	0,5	40	4,2	3,3	4
6а	Соль-диез	103,82	39,9	4,18	3,18	0,5	40	4,2	3,3	4
6б	Ля-диез	116,54	38,9	4,18	3,18	0,5	39	4,2	3,3	4
6б	Си	123,46	38,9	4,18	3,18	0,5	39	4,2	3,3	4
6б	до	130,5	38,9	4,18	3,18	0,5	39	4,2	3,3	4
6б	до-диез	138,56	38,9	4,18	3,18	0,5	39	4,2	3,3	4
7а	ре	146,8	37,9	3,68	2,68	0,55	38	3,7	2,8	4
7а	ре-диез	155,56	37,9	3,68	2,68	0,55	38	3,7	2,8	4
7а	ми	164,8	37,9	3,68	2,68	0,55	38	3,7	2,8	4
7	фа	174,6	36,9	3,68	2,68	0,55	37	3,7	2,8	4
7	фа-диез	184,96	36,9	3,68	2,68	0,55	37	3,7	2,8	4
7	соль	195,92	36,9	3,68	2,68	0,55	37	3,7	2,8	4
7	соль-диез	207,64	36,9	3,68	2,68	0,55	37	3,7	2,8	4
8	ля	220	35,9	3,68	2,68	0,55	36	3,7	2,8	3
8	ля-диез	233,08	35,9	3,68	2,68	0,55	36	3,7	2,8	3
8	си	246,92	35,9	3,68	2,68	0,55	36	3,7	2,8	3
9	до ¹	261,6	33,9	3,38	2,38	0,55	34	3,4	2,5	3
9	до-диез ¹	277,12	33,9	3,38	2,38	0,55	34	3,4	2,5	3
9	ре ¹	293,6	33,9	3,38	2,38	0,55	34	3,4	2,5	3
10	ре-диез ¹	311,12	31,9	3,18	2,18	0,55	32	3,2	2,3	3
10	ми ¹	329,6	31,9	3,18	2,18	0,55	32	3,2	2,3	3

Номер планки	Тон	Частота колебаний, Гц	Рабочая часть язычка, мм				Проем в рамке, мм			
			Длина L	Ширина		Толщина стальной ленты h_T	Длина L_1	Ширина		Толщина рамки h_p
				основания b	конца b_0			для основной язычка b_1	для конца язычка b_{01}	
10	фа ¹	349,21	31,9	3,18	2,18	0,55	32	3,2	2,3	3
11	фа-диез ¹	369,92	29,9	2,98	1,98	0,55	30	3,0	2,1	3
11	соль ¹	391,91	29,9	2,98	1,98	0,55	30	3,0	2,1	3
11	соль-диез ¹	415,28	29,9	2,98	1,98	0,55	30	3,0	2,1	3
12	ля ¹	440	27,9	2,88	1,88	0,55	28	2,9	2	3
12	ля-диез ¹	466,16	27,9	2,88	1,88	0,55	28	2,9	2	3
12	си ¹	493,84	27,9	2,88	1,88	0,55	28	2,9	2	3
13	до ²	523,31	25,9	2,78	1,8	0,55	26	2,8	1,9	3
13	до-диез ²	554,24	25,9	2,78	1,8	0,55	26	2,8	1,9	3
13	ре ²	587,21	25,9	2,78	1,8	0,55	26	2,8	1,9	3
14	ре-диез ²	622,63	23,9	2,68	1,7	0,55	24	2,7	1,8	3
14	ми ²	659,2	23,9	2,68	1,7	0,55	24	2,7	1,8	3
14	фа ²	696,7	23,9	2,68	1,7	0,55	24	2,7	1,8	3
15	фа-диез ²	739,84	21,9	2,58	1,6	0,5	22	2,6	1,7	2,5
15	соль ²	783,83	21,9	2,58	1,6	0,5	22	2,6	1,7	2,5
15	соль-диез ²	830,56	21,9	2,58	1,6	0,5	22	2,6	1,7	2,5
16	ля ²	880	19,9	2,48	1,5	0,5	20	2,5	1,6	2,5
16	ля-диез ²	932,32	19,9	2,48	1,5	0,5	20	2,5	1,6	2,5
16	си ²	987,68	19,9	2,48	1,5	0,5	20	2,5	1,6	2,5
17	до ³	1046,4	18,4	2,38	1,4	0,5	18,5	2,4	1,5	2,5
17	до-диез ³	1108,48	18,4	2,38	1,4	0,5	18,5	2,4	1,5	2,5
17	ре ³	1174,38	18,4	2,38	1,4	0,5	18,5	2,4	1,5	2,5
18	ре-диез ³	1244,51	16,4	2,28	1,3	0,5	16,5	2,3	1,4	2,5
18	ми ³	1318,4	16,4	2,28	1,3	0,5	16,5	2,3	1,4	2,5
18	фа ³	1396,82	16,4	2,28	1,3	0,5	16,5	2,3	1,4	2,5
19	фа-диез ³	1479,68	14,4	2,18	1,3	0,45	14,5	2,2	1,4	2,5
19	соль ³	1567,64	14,4	2,18	1,3	0,45	14,5	2,2	1,4	2,5
19	соль-диез ³	1661,12	14,4	2,18	1,3	0,45	14,5	2,2	1,4	2,5
20	ля ³	1760	13,4	2,08	1,22	0,45	13,5	2,1	1,3	2,5
20	ля-диез ³	1864,64	13,4	2,08	1,22	0,45	13,5	2,1	1,3	2,5
20	си ³	1975,36	13,4	2,08	1,22	0,45	13,5	2,1	1,3	2,5
21	до ⁴	2092,8	12,4	1,98	1,22	0,45	12,5	2	1,3	2,5
21	до-диез ⁴	2216,96	12,4	1,98	1,22	0,45	12,5	2	1,3	2,5
21	ре ⁴	2348,76	12,4	1,98	1,22	0,45	12,5	2	1,3	2,5
22	ре-диез ⁴	2488,94	11,4	1,88	1,12	0,45	11,5	1,9	1,2	2,5
22	ми ⁴	2636,8	11,4	1,88	1,12	0,45	11,5	1,9	1,2	2,5
22	фа ⁴	2793,62	11,4	1,88	1,12	0,45	11,5	1,9	1,2	2,5
23	фа-диез ⁴	2959,38	10,4	1,78	1,12	0,4	10,5	1,8	1,2	2,5
23	соль ⁴	3135,36	10,4	1,78	1,12	0,4	10,5	1,8	1,2	2,5
23	соль-диез ⁴	3322,24	10,4	1,78	1,12	0,4	10,5	1,8	1,2	2,5

Язычки крепятся к рамке заклепками 4. В инструментах массового производства применяются планки только этого вида. Такие планки удобно делать разной толщины для различных тонов (различных амплитуд колебаний язычка).

На практике толщину рамки выбирают приблизительно равной максимальной амплитуде колебаний конца язычка. При слишком тонких и толстых планках уменьшается интенсивность звука. Кусковые планки легко унифицируются для использования в различных видах музыкальных инструментов (табл. 7.7). У планок одного номера одинаковые рамки. Для планок с первого по шестой номер рамки изготавливаются с напайками и используются в основном в аккомпанементе.

Выпускаемые в настоящее время голосовые планки подразделяют на два набора: № 1 и № 2. Планки набора № 1 используются при изготовлении рядовых инструментов массового производства, № 2 — инструментов массового производства повышенного качества. Основное отличие планок этих наборов заключается в величинах зазоров между язычком и стенками проема рамки (табл. 7.8). Недостаток кусковых планок — сложность изготовления с малыми зазорами между язычком и стенками проемов. Количество кусковых голосовых планок в гармониях, баянах и аккордеонах массового производства зависит от размеров и конструктивных особенностей инструментов [42] (табл. 7.9).

Таблица 7.8. Величины зазоров между язычками и стенками проемов рамок, мм

Зазор	Набор планок № 1		Набор планок № 2	
	Длина проема		Длина проема	
	до 30 мм	более 30 мм	до 30 мм	более 30 мм

Между боковой кромкой язычка и стенкой проема	$0,06^{+0,02}_{-0,05}$	$0,07^{+0,02}_{-0,04}$	$0,04^{+0,02}_{-0,03}$	$0,05^{+0,02}_{-0,04}$
---	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------

Между торцом язычка и стенкой проема	$0,08^{+0,04}_{-0,06}$	$0,1^{+0,04}_{-0,06}$	$0,08^{+0,02}_{-0,06}$	$0,1^{+0,02}_{-0,08}$
--------------------------------------	------------------------	-----------------------	------------------------	-----------------------

Групповые (секционные) планки применяют редко, лишь в специальных (заказных) инструментах. Групповая планка представляет собой рамку равной толщины с проемами, в которых располагаются язычки (рис. 7.30). У групповых планок более низкие пороги возбуждения, так как зазоры между язычками и стенками проемов меньше, чем у кусковых. Недостаток этих планок — большая сложность изготовления и меньшая степень унификации.

Цельные (целиковые) планки применяют в основном для инструментов, изготавливаемых по заказам, и в губных гармониях. Они, как правило, имеют небольшие зазоры между язычками и

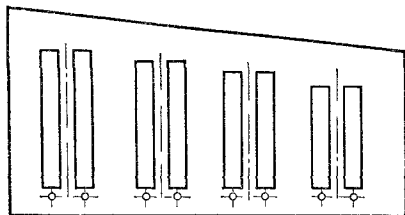


Рис. 7.30. Рамка групповой планки

стенками проемов, а следовательно, и низкие пороги возбуждения. К недостаткам планок относят сложность изготовления их разной толщины, поэтому их обычно делают одной толщины.

Для изготовления планок применяются материалы, имеющие близкие значения коэффициентов температурного расширения, удовлетворяющие требованиям антикоррозийности, механической прочности и минимального удельного веса (табл. 7.10, 7.11).

Таблица 7.9. Количество кусковых планок гармоней, баянов, аккордеонов

Тип инструмента	Количество планок	Тип инструмента	Количество планок
<i>Гармони</i>			
23×12-II	74	25×25-III	119
25×25-II	86	25×25-III	121
25×25-III	109	25×25-IV	144
25×25-III	111		
<i>Баяны</i>			
37×60-II	122	52×100-III	204
43×80-II	134	52×100-III	228
50×100-III	198	55×100-II	158
50×100-III	222	55×100-II	182
52×100-II	152	56×120-II	184
52×100-II	176	58×120-II	188
<i>Аккордеоны</i>			
26×32-II	84	37×96-III	171
26×45-III	126	41×120-III	171
34×80-III	150	41×120-III	183
34×80-III	162	41×120-IV	212
37×96-III	159	41×120-IV	224

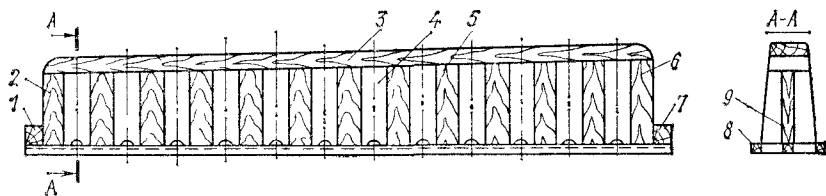


Рис. 7.31. Резонатор:

1, 7—крепежные бруски; 2, 6—клецы; 3—верхний брус; 4—входная камера; 5—перегородка между соседними входными камерами; 8—роетка; 9—перегородка между частями резонатора (средник)

Т а б л и ц а 7.10. Материалы, используемые для изготовления кусковых голосовых планок и резонаторов гармоней, баянов, аккордеонов

Деталь	Материал	ГОСТ
Рамка	Листы из алюминия и алюминиевых сплавов марок АОН, АДОН, АД1Н, Д16АТ, АМч21/2Н, АМр2Н, АМцН	21631—76
	Сплавы алюминиевые литейные в чушках марки АЛ94	1583—73
	Листы и полосы латунные марки Л63	931—73
	Сплавы алюминиевые литейные марок АЛ4, АЛ7, АЛ8, АЛ9, АЛ19	2685—75
	Лента стальная термообработанная	15146—69
Язычок	»	15146—69
Напайка (масса инертная)	»	»
Заклепка	Лента из алюминия и алюминиевых сплавов марок АОН, АДОН, АД1Н, Д16АТ, АМч21/2Н, АМр2Н, АМцН	21631—76
	Листы и полосы латунные марки Л63	931—78
	Листы свинцовые СЗ	9559—75
	Катанка круглая горячекатаная из углеродистой стали обыкновенного качества	ОСТ 14.15.193—86
	Заклепка с плоской головкой (повышенного качества)	14801—85
	Гвоздь «Лусс»	По действующей нормативно-технической документации
Резонатор	Пиломатериалы хвойных пород из древесины ели, сосны, пихты, кедра первого и второго сортов	8486—86
	Пиломатериалы лиственных пород из древесины березы, бука, ольхи и клена	2695—83
	Фанера клееная березовая и буковая марок	3916—69
	ФСФ, ФБА сорта $\frac{A}{AB}$	
	Фанера березовая марки БС-1 первого сорта	102—75
	Сополимер СП-20	По действующей нормативно-технической документации
	Полистирол ударопрочный	То же

голосовых планок, называют резонаторами. Резонатор состоит из крепежных брусков 1 и 7 (рис. 7.31), клецов 2 и 6, верхнего бруска 3, входных камер 4, перегородок 5, входных отверстий (розеток) 8 и средника 9.

Резонаторы подразделяют на резонаторы мелодии, баса и аккомпанемента.

Резонаторы мелодии служат для крепления планок мелодии и образования звукоряда мелодии инструментов. Одна куско-

Таблица 7.11. Материалы, используемые для изготовления голосовых планок и резонаторов духовых и губных гармоней

Деталь	Материал	ГОСТ
Рамка	Листы алюминиевые общего назначения	21631—76
	Листы и полосы латунные	931—78
	Сталь нержавеющая	По действующей нормативно-технической документации
Язычок	Полосы и ленты оловянно-фосфористой и оловянно-цинковой бронзы	1761—79
	Полосы и ленты кремнисто-марганцевой бронзы	4748—70
	Ленты латунные общего назначения	2208—75
Резонатор	Полистирол ударопрочный	По действующей нормативно-технической документации
	Пиломатериалы лиственных пород из древесины бука, ольхи, граба и клена	2695—83
	Сополимер стирола	12271—76

вая планка с двумя язычками одинаковой высоты тона (один из язычков работает при сжатии, другой — при растяжении меха) крепится на резонатор, образуя наружную стенку одной входной камеры. Остальные планки с язычками другой высоты тона крепятся соответственно к другим камерам. Количество входных камер в резонаторе зависит от диапазона звучания инструмента и конструкции клавиатурного механизма. В зависимости от вида и голосности инструмента могут применяться от двух до шести резонаторов мелодии. Параметры резонаторов мелодии для баяна 37 × 100-II приведены в табл. 7.12 [42].

Резонаторы аккомпанемента служат для крепления голосовых планок готовых аккордов аккомпанемента и образования звукоряда аккомпанемента. Они могут быть с одинаковыми по размерам противоположащими через средник входными камерами, предназначенными для планок одной высоты, и с различными по размерам противоположащими через средник входными камерами, предназначенными для планок, отличающихся по высоте на октаву.

Басовые резонаторы служат для крепления голосовых планок, предназначенных для создания басового звука в аккомпанементе. Их подразделяют на резонаторы для заемного басового механизма (заемные резонаторы) и для незаемного басового механизма (незаемные резонаторы). Заемные резонаторы

Т а б л и ц а 7.12. Параметры резонаторов мелодии баяна 37×100-II

Номер планки	Тон	Частота колебаний язычка, Гц	Габарит камеры, мм (длина × ширина × глубина)	Объем камеры, мм ³	Собственная частота камеры, Гц	Отношение частоты камеры к частоте язычка
--------------	-----	------------------------------	---	-------------------------------	--------------------------------	---

Резонатор 1-го ряда

10	ля	220	45×15×10	6750	1595	7,25
11	до ¹	261,6	42×15×9	5670	1620	6,19
12	ре-диез ¹	311,12	39×15×8	4680	1836	5,9
13	фа-диез ¹	369,92	37×14×7	3626	2106	5,69
14	ля ¹	440	35×14×6	2940	2322	5,28
15	до ²	523,31	33×14×5,5	2541	2430	4,64
16	ре-диез ²	622,63	31×14×5	2170	2680	4,3
17	фа-диез ²	739,84	29×14×4,5	1827	2720	3,68
18	ля ²	880	27×14×4	1512	3240	3,68
19	до ³	1046,4	25×14×3,5	1235	3510	3,35
20	ре-диез ³	1244,51	23×14×3,3	1063	3780	3,04
21	фа-диез ³	1479,68	21×14×3	882	4212	2,85

Резонатор 2-го ряда

11	ля-диез	233,08	42×15×9	5670	1620	6,95
12	до-диез ¹	277,12	39×15×8	4680	1836	6,63
13	ми ¹	329,6	37×14×7	3626	2106	6,39
14	соль ¹	391,91	35×14×6	2940	2322	5,92
15	ля-диез ¹	466,16	33×14×5,5	2541	2430	5,21
16	до-диез ²	554,24	31×14×5	2170	2680	4,84
17	ми ²	659,2	29×14×4,5	1827	2720	4,13
18	соль ²	783,83	27×14×4	1512	3240	4,13
19	ля-диез ²	932,32	15×14×3,5	1285	3510	3,76
20	до-диез ³	1108,48	23×14×3,3	1063	3780	3,41
21	ми ³	1318,4	22,5×14×3,3	1055	3788	2,87
22	соль ³	1567,64	21×14×3	882	4212	2,69

Резонатор 3-го ряда

10	соль-диез	207,64	50×15×10	7500	1400	6,74
11	си	246,92	43×15×10	6450	1566	6,34
12	ре ¹	293,6	39×15×8	4680	1836	6,25
13	фа ¹	349,21	37×14×7	3626	2106	6,03
14	соль-диез ¹	415,28	35×14×6	2940	2322	5,59
15	си ¹	493,84	33×14×5,5	2541	2430	4,92
16	ре ²	587,21	31×14×5	2170	2680	4,56
17	фа ²	696,7	29×14×4,5	1827	2720	3,9
18	соль-диез ²	830,56	27×14×4	1512	3240	3,9
19	си ²	987,68	25×14×3,5	1285	3510	3,55
20	ре ³	1174,38	23×14×3,3	1063	3780	3,22
21	фа ³	1396,82	21×14×3	882	4212	3,02
22	соль-диез ³	1661,12	21×14×3	882	4212	2,54

имеют одну сторону для формирования более низких звуков, вторую — более высоких. Незаемные резонаторы имеют дополнительные системы входных камер, служащие для голосовых планок, настраиваемых выше или ниже основных.

Резонаторы для духовых и губных гармоней меньших размеров, другого конструктивного оформления изготавливаются из других исходных материалов, чем резонаторы для баянов и аккордеонов (см. табл. 7.10, 7.11). Это связано со спецификой их эксплуатации и вызвано требованиями повышенной влагостойкости.

При определении размеров входных камер принимают во внимание, что при приклейке к резонатору голосовых планок камеры работают как акустические резонаторы, собственные частоты которых приближенно рассчитывают по формуле Гельмгольца (7.26). Эти частоты должны не совпадать с частотами обертонов язычка, образующими диссонирующие интервалы (см. рис. 2.17). Длины входных камер выбирают в соответствии с размерами голосовых планок и учетом запаса на их крепление. Размеры же планок определяются размерами язычков.

Опытным путем установлено, что наилучшее возбуждение язычка достигается в случае минимальной глубины входной камеры, немного превышающей максимальную величину амплитуды колебаний конца язычка. Кроме того, порог возбуждения понижается, когда собственная частота входной камеры существенно превышает собственную частоту колебаний язычка (см. рис. 7.19).

7.5. КЛАВИАТУРНЫЕ МЕХАНИЗМЫ ГАРМОЕЙ, БАЯНОВ, АККОРДЕОНОВ

Клавиатурным механизмом называют систему рычагов и передач, обеспечивающих открытие (закрытие) клапанов для доступа потока воздуха во входные камеры при нажатии (отпускании) соответствующих клавишей или кнопок инструмента. Клавиатурные механизмы подразделяют на *левый* (басов, аккомпанемента) и *правый* (мелодии).

Левые механизмы находятся при игре под левой рукой. Их делят на *заемные* и *беззаемные*. В заемном механизме при нажатии на кнопку басов звучат не только язычки планок резонатора басов, но и дополнительно ряд одноименных язычков резонатора аккордов, т. е. открываются два клапана и возбуждаются дополнительно два язычка. Преимущество заемного механизма состоит в уменьшении количества язычков в инструменте, недостаток — в неодновременности возбуждения и глушения язычков, участвующих в звукообразовании.

В беззаемном механизме басы и аккорды имеют самостоятельные группы язычков, не связанные механическими пере-

ключателями. При нажатии на кнопку беззаемного механизма открывается только один клапан.

В инструментах с большим количеством одновременно звучащих язычков используют, как правило, заемные клавиатурные механизмы, в аккордеонах — как заемные, так и беззаемные, в баянах — почти всегда заемные.

С увеличением количества одновременно звучащих язычков (голосов) неизбежно возрастает усилие статического сопротивления клавиатуры (кнопок) (табл. 7.13).

Таблица 7.13. Нормальные усилия статического сопротивления при нажатии на клавишу (кнопку), Н

Принадлежность клавиши (кнопки)	Гармонь	Баян и аккордеон
В правом механизме двухголосного инструмента	1,5...1,7	1,2...1,4
трехголосного »	1,8...2	1,3...1,5
четыреголосного »	2,1...2,3	1,4...1,6
В левом механизме	3,1...3,3	2,3...2,5

Левые клавиатурные механизмы могут быть *выборными, готовыми* или *готово-выборными*. В выборных механизмах для извлечения аккорда необходимо нажать кнопки, соответствующие каждому звуку аккорда, в готовых механизмах — лишь одну кнопку. В готово-выборных механизмах, нажимая на рычаг переключателя, можно переходить от готовых аккордов к выборным и наоборот.

Ряды кнопок левых механизмов баянов и аккордеонов располагаются в следующем порядке (считая от меха): ряд вспомогательных басов; ряд основных басов; ряд аккордов мажора; ряд аккордов минора; ряд неполных доминантсептаккордов (для аккордеонов может быть полный ряд доминантсептаккордов); ряд уменьшенных септаккордов; ряд увеличенных септаккордов (встречается редко).

Правые клавиатурные механизмы аккордеонов состоят из двух рядов клавиш (черные и белые) с механизмами для открытия клапанов. Правые клавиатурные механизмы баянов и гармоней состоят из рядов кнопок (пуговиц) с механизмами открытия клапанов. Количество рядов кнопок обычно 3...5 (у гармоней может быть 2).

Преимущество многорядных (более 3) клавиатурных механизмов заключается в возможности перехода при исполнении музыкальных произведений из одной тональности в другую без изменения аппликатуры (расположение в порядок чередования пальцев при игре).

7.6. РЕГИСТРЫ И ТЕМБРЫ

Количество одновременно звучащих язычков баянов, аккордеонов и гармоней при нажатии на клавишу (кнопку) может быть 2...5. По назначению язычки подразделяют на *строевые* (настраиваются на частоту основного тона), *строевые с розливом* (настраиваются выше или реже ниже основного тона на несколько герц), *октавные* (настраиваются на октаву ниже строевого), *пикколо* (настраиваются на октаву выше строевого), *квинтовые* (настраиваются на квинту выше строевого). Комбинации включения язычков в инструментах могут быть различными, а их количество определяется максимальным количеством одновременно звучащих язычков при одной нажатой кнопке (клавише):

$$N \leq 2^{q-1}, \quad (7.39)$$

где N — количество используемых комбинаций включения язычков; q — наибольшее количество одновременно звучащих язычков

С увеличением числа используемых комбинаций разница в тембровых оттенках для некоторых из них становится незначительной, поэтому не все комбинации включения язычков используются в инструментах (табл. 7.14).

Таблица 7.14. Количество одновременно звучащих язычков

Инструмент	Всего	Строевой	Строевой с розливом	Октавный	Пикколо	Квинтовый
Баян	2	2	—	—	—	—
Аккордеон	2	1	1	—	—	—
Гармонь	2	1	1	—	—	—
Баян	3	1	—	1	1	—
»	3	2	—	1	—	—
»	3	2	—	—	1	—
Аккордеон	3	1	1	1	—	—
Гармонь	3	1	1	1	—	—
»	3	1	1	—	1	—
Баян	4	2	—	1	1	—
Аккордеон	4	1	1	1	1	—
Гармонь	4	1	1	1	1	—
Баян	5	2	—	1	1	1
»	5	3	—	1	1	—
Аккордеон	5	1	1	1	1	1

Используемые в инструментах комбинации включения язычков называют *регистрами*, а переключатели для их перестройки — *регистровыми*. Регистровые переключатели увеличивают тембровые возможности инструментов. Они используются как в мелодии, так и в аккомпанементе. Регистры мелодии четырехголосного (т. е. наибольшее число одновременно звучащих язычков при нажатии на клавишу равно четырем) аккордеона приведены в табл. 7.15.

Тембровые оттенки звучания язычковых инструментов определяются не только комбинацией включения язычков, но и качеством голосовых планок, параметрами входных камер. Кроме того, в инструментах с так называемой ломаной используется дополнительная тембровая камера (рис. 7.32). Она для двух резонаторов мелодии создает дополнительные резонансные частоты, которые, как правило, приводят к смягчению тембра. Сочетание звуков язычков резонаторов, расположенных у тембровой камеры, и язычков резонаторов, находящихся вне тембровой камеры, дает при различных комбинациях богатое разнообразие звучания, расширяющее тембровые возможности инструмента.

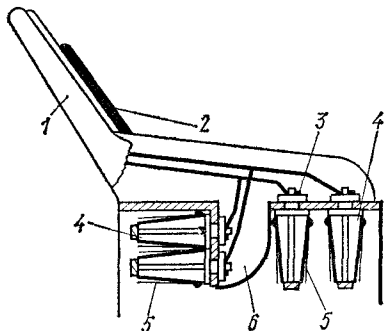


Рис. 7.32. Правая часть аккордеона с ломаной декой

1—гриф; 2—клавиатура; 3—клапаны; 4—резонаторы; 5—голосовые планки; 6—тембровая камера

Таблица 7.15. Регистры мелодии четырехголосного аккордеона

Номер комбинации включения язычков	Включаемые язычки (планки)				Условное название получаемого тембра
	Строевой	Строевой с розливом	Октавный	Пикколо	
1	—	—	+	—	Виолончель
2	+	—	+	—	Бандонеон
3	+	—	—	—	Кларнет
4	+	—	—	+	Флейта
5	—	+	+	+	Фисгармония
6	+	+	+	—	Аккордеон
7	+	+	+	+	Тутти
8	+	+	—	—	Скрипка
9	+	+	—	+	Челеста
10	+	—	+	+	Фагот
11	—	—	+	+	Орган
12	—	—	—	+	Пикколо

7.7. ОСОБЕННОСТИ АКУСТИЧЕСКОГО АППАРАТА ТЕМБРОВЫХ ЯЗЫЧКОВЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

Тембровыми называют язычковые инструменты (баяны, аккордеоны), предназначенные для имитации тембров духовых или струнных инструментов в ансамблях и оркестрах. Такие инструменты имеют, как правило, только одну правую клавиатуру. У тембровых язычковых инструментов в отличие от обыч-

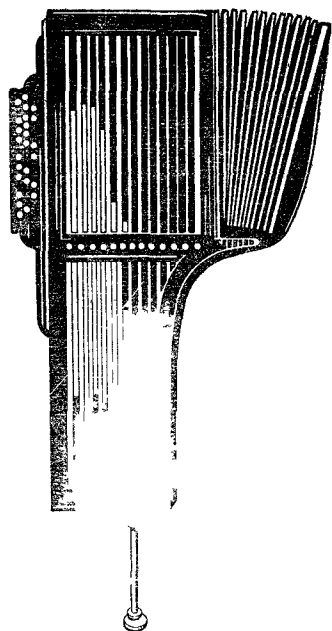


Рис. 7.33. Баян-кларнет

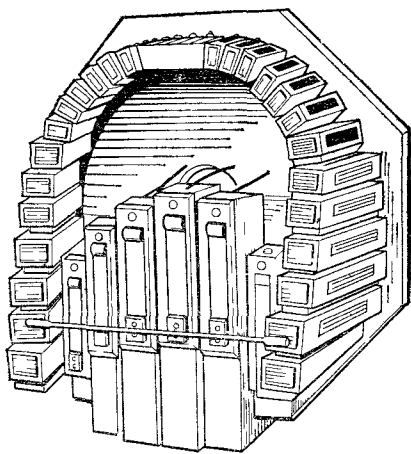


Рис. 7.34. Внутреннее устройство баяна-фагота

ных входные камеры существенно увеличены. Форма камер и материал для их изготовления различны. Камеры могут иметь устройства для подстройки собственных частот. Конструктивно они выполняются в виде закрытых или открытых труб прямоугольного или круглого сечения, полостей различной формы, снабженных иногда раструбами. Язычки могут быть значительно больше по размерам, чем в обычных инструментах, причем на сжатие и растяжение обычно работает один язычок, для чего применяются специальные переключающие клапаны.

Названия тембровым инструментам дают с учетом названий тех инструментов, тембры которых имитируются наилучшим образом. На рис 7 33 показан внешний вид баяна-кларнета, на рис 7 34—внутреннее устройство баяна-фагота. В связи с ограниченным применением тембровые инструменты серийно не выпускают.

Параметры некоторых тембровых баянов приведены в табл. 7 16 [43].

Так как данные таблицы получены по единичным образцам тембровых инструментов, на которые нет технической документации, нельзя ожидать точного их (данных) повторения, если используемые инструменты не будут копиями описанных образцов. Поэтому приводимые в таблице параметры ориентировочны.

Т а б л и ц а 7.16. Параметры некоторых тембровых язычковых инструментов

Инструмент	Диапазон звучания	Характеристика тембра
Баян-пикколо	<i>соль</i> ¹ — <i>соль</i> ⁴	Имитирует тембр флейты пикколо. Не имеет характерного для флейты свистящего призвука.
Баян-флейта	<i>ми</i> ¹ — <i>ми</i> ⁴	Имитирует тембр флейты. Позволяет исполнить быстрые пассажи и гаммы. Хорошо звучит совместно с баяном-пикколо и баяном-кларнетом.
Баян-гобой	<i>соль</i> — <i>ми</i> ³	Инструмент звучит нежно и сочно. Хорошо имитирует тембр гобоя.
Баян-рожок (английский рожок)	<i>ми</i> — <i>фа</i> ³	Хорошо имитирует в среднем регистре тембр альтового гобоя.
Баян-кларнет	<i>ми</i> — <i>фа</i> ³	В нижней части диапазона хорошо имитирует тембр кларнета, в верхней части — хуже.
Баян-фагот	<i>Ля-диез</i> ₁ — <i>ля-диез</i> ¹	Густой и грубый в нижней части диапазона, хорошо имитирует духовой фагот. В верхней части диапазона тембр с кларнетным оттенком.
Баян-валторна	<i>Ля-диез</i> — <i>до-диез</i> ²	Имитирует тембр валторны недостаточно полно, звучит довольно мягко.
Баян-труба	<i>ля-диез</i> — <i>ля-диез</i> ²	Напоминает тембр трубы, но звуки с крикливым оттенком.
Баян-туба	<i>Ми</i> ₁ — <i>ми</i>	Хорошо имитирует густой суровый тембр тубы, но звук менее сочен.
Баян-контрфагот	<i>До</i> ₁ — <i>до-диез</i>	Напоминает тембр фагота, но с более низким диапазоном звуков. Звук густой грубый.

7.8. НАСТРОЙКА

Под настройкой язычковых инструментов понимают процесс получения необходимой высоты (частоты) колебаний язычков в соответствии с требуемым музыкальным строем и звуковым диапазоном. Настройки подразделяют на *черновую*, *предварительную* и *окончательную*.

Черновую настройку выполняют на стадии шлифования стальных полос (заготовок) для язычков, придавая им определенный профиль. Она позволяет при дальнейших операциях штамповки и наклейки язычков получить высоту их звучания с точностью до полтона.

Предварительная настройка производится после сборки голосовых планок (наклейки язычков на рамки). Требуемую частоту колебаний язычков с точностью примерно до $1/12$ тона по-

лучают удалением части металла у основания (для уменьшения частоты) или вершины (для увеличения частоты) язычка, причем голосовая планка с помощью быстродействующего зажима крепится в специальном станке, входная камера которого соединена с устройством, создающим постоянный перепад давлений. В этом случае используются два способа настройки: слуховой и визуальный. При слуховом способе правильность настройки язычка определяют на слух по наличию или отсутствию биений, сравнивая с контрольным (эталонным) язычком. Визуальный способ настройки основывается на сравнении частот язычков с эталонной частотой генератора с помощью цифровых, стрелочных, электронно-лучевых индикаторов.

Окончательную настройку установленных на резонаторы голосовых планок выполняют с точностью до нескольких центов ($1/32$ тона, или 6 центов), удаляя (как и в предварительной настройке) части металла у основания или вершины язычка. Окончательная настройка осуществляется визуальным и слуховым способами, причем при визуальном способе используют цифровые или электронно-лучевые индикаторы, как более точные.

Язычки, не установленные на резонаторы, бедны обертонами, причем в спектрах их колебаний имеются провалы первых обертонов (см. п. 7.2). Установка голосовых планок на резонаторы или в станки для настройки с входными камерами обеспечивает связь колеблющегося язычка с входной камерой, что приводит к изменению частоты его собственных колебаний и обогащению спектра звуков (появление обертонов). Негармоничность обертонов в этом случае настолько мала, что с ней при настройке можно не считаться. Кривую настройки практически считают прямой, совпадающей с расчетной. Поэтому настройка язычков легко механизмуется.

Методы окончательной настройки баянов и аккордеонов слуховым способом те же, что и фортепиано: октавно-квинтовый, квинто-квартовый и кварто-квинтовый. Баяны и аккордеоны имеют 12-ступенный равномерно-темперированный строй. Интервалы октавы (унисон) настраивают чисто (без биений), интервалы квинт и кварт — с биениями, частота которых должна быть близка частотам, приведенным в табл. 4.11. Наиболее часто применяют октавно-квинтовый и кварто-квинтовый методы (см. п. 4.6).

Окончательную настройку слуховым способом начинают со средней части диапазона (зона темперации) мелодии, а затем по октавным интервалам настраивают остальные тоны. Причем сначала настраивают строевые язычки, затем октавные, пикколо и квинтовые. По настроенным язычкам строевых планок мелодии настраивают язычки басов большой октавы (в октаву по малой октаве мелодии). Далее настраивают язычки малой октавы (в октаву по большой октаве басов, сверяя точность на-

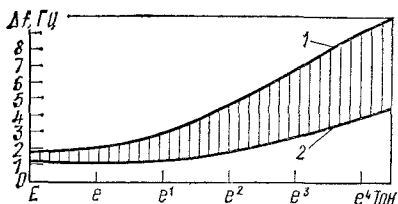
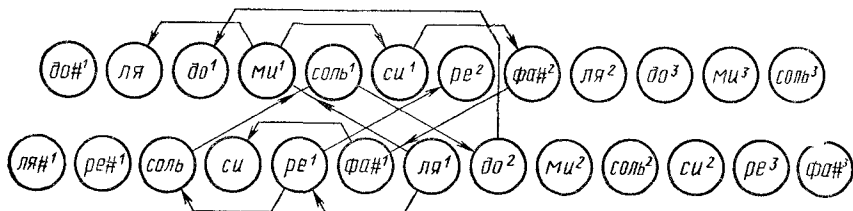


Рис. 7.35. Усредненные кривые розлива:

1 — острого; 2 — тупого

Рис. 7.36. Схема настройки зоны температуры двухрядной гармонии



стройки по унисону с малой октавой мелодии). Дальнейшую настройку басов производят в октаву так же, как и в мелодии. Язычки аккомпанемента настраивают, обычно начиная с первой октавы, в унисон или в октаву с язычками мелодии.

Настройку строевых язычков с розливом выполняют либо сравнением с эталонными язычками на планках, укрепленных на резонаторах, либо на слух опытными настройщиками. При этом частоты биений от нижних тонов мелодии к верхним плавно изменяются обычно в сторону повышения от 1...1,5 до 6...15 Гц, причем нижние границы относят к случаю так называемого тупого розлива (рис. 7.35, кривая 2), верхние — острого розлива (рис. 7.35, кривая 1). Язычки левого полукорпуса обычно в розлив не настраивают.

Существуют аккордеоны с двумя строевыми язычками в розлив на тон, причем один из них настраивается выше основного строевого, другой ниже, что дает сочный колоритный звук.

Особенность окончательной настройки гармоней, имеющих диатоническую гамму звуков, заключается в том, что интервалы квинты и кварты настраиваются чисто (без биений), как и интервалы октавы. Настройку начинают с тона ля¹ по камертону на частоту 440 Гц. Далее настройку производят по схеме (рис. 7.36) в следующем порядке:

- ля¹ — ре¹ — квинта вниз;
- ля¹ — ми¹ — кварта вниз;
- ля¹ — ля — октава вниз;
- ми¹ — си¹ — квинта вверх;
- си¹ — фа-диез² — » »
- фа-диез² — фа-диез¹ — октава вниз;
- фа-диез¹ — си — квинта вниз;
- ре¹ — соль — » »
- соль — соль¹ — октава вверх;
- ре¹ — ре² — » »
- соль¹ — до² — кварта вверх;
- до² — до¹ — октава вниз.

Звук *ре-диез¹* настраивают в слаженный аккорд с *фа-диез¹ — си¹* по трезвучию *фа-диез¹ — си¹ — ре-диез¹*. Звук *ля-диез¹* настраивают в кварту вверх со звуком *ре-диез¹*, звук *до-диез¹* — в кварту вниз с *фа-диез¹*.

После настройки строевых язычков мелодии переходят к настройке басов:

фа-диез¹ мелодии — *фа-диез* басов — октава вниз;
соль¹ мелодии — *соль* — октава вниз;
ля — *Ля* — октава вниз;
си — *Си* — » »
до¹ — *до* — » »
до-диез¹ — *до-диез* — октава вниз;
ре¹ — *ре* — октава вниз;
ми¹ — *ми* — » »

Язычки аккомпанемента и ненастроенные язычки мелодии и баса настраивают в октаву и унисон. Строевые с розливом язычки гармонией настраивают так же, как и язычки аккордеонов.

По окончании проверяют правильность настройки инструмента в целом.

8. ДУХОВЫЕ МУЗЫКАЛЬНЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ

8.1. СОСТАВ И ОСОБЕННОСТИ

Духовыми называют музыкальные инструменты, звучащим телом которых является расположенный в их внутреннем канале столб воздуха. Духовые инструменты делятся на *лабиальные* (губные), *тростевые* (иногда неудачно называемые язычковыми) и *амбушюрные* (ротовые).

К лабиальным инструментам относят флейты, которые подразделяют на *продольные* и *поперечные*.

К тростевым инструментам относят гобой, фагот, кларнет, саксофон, причем в гобое и фаготе используются *двойные* трости, а в кларнете и саксофоне — *одинарные*. Трости представляют собой пластинки из специальных пород тростника, срезанные плавно (на нет) в верхней части.

Лабиальные и тростевые инструменты по способу звукоизвлечения и построению клапанной системы традиционно относят к деревянным инструментам, несмотря на то, что саксофоны и флейты поперечные почти всегда делают металлическими, а кларнеты и гобой часто пластмассовыми.

К амбушюрным инструментам относят валторну, трубу, тромбон, тубу, саксогорны (альт, тенор, баритон, бас), корнет. Часто их также называют медными, так как для их изготовления используют в основном латуни.

Все перечисленные инструменты составляют группу духовых инструментов, входящих в состав симфонического оркестра. Кроме этих инструментов существует большое количество духовых инструментов различного назначения (горны пионерские, охотничьи рожки, фанфары, дудки, сопилки, свирели и др.). Процесс звукообразования у них аналогичен такому же процессу в инструментах симфонической группы.

Духовым инструментам присущ натуральный звукоряд, т. е. ряд частот, который образуется в результате колебаний целого столба воздуха в канале инструмента или его кратных частей, получаемых делением длины канала на 2, 3, 4, 5 и т. д., причем частота колебаний увеличивается в 2, 3, 4, 5 и т. д. раз соответственно. Переход от основной частоты к более высоким частотам осуществляется в основном путем передувания, т. е. увеличения скорости воздушной струи. При плавном увеличении скорости воздушной струи повышение частоты происходит скачкообразно (рис. 8.1). Передувание осуществляется тем легче и имеет тем больше переходов, чем больше отношение длины воздушного канала инструмента к среднему диаметру. В инструменте одновременно с колебаниями целого воздушного столба происходят собственные самостоятельные колебания и его отдельных частей, что вызывает появление высших гармоник (обертонов). В некоторых инструментах с большим отношением длины канала к диаметру и расширяющимся раструбом колебания на основной частоте вообще не возникают.

Хроматический звукоряд духовых инструментов получают изменением длины воздушного канала. Для этого в деревянных инструментах используются клапаны, открывающие (закрывающие) дополнительные отверстия, которые соединяют канал инструмента с окружающей воздушной средой. Это приводит к уменьшению длины воздушного канала инструмента для вдуваемой струи воздуха и изменению частоты собственных колебаний воздушного столба. В медных духовых инструментах для этих же целей используют вентили или выдвижные кулисы (цуги), позволяющие включать (выключать) дополнительные участки воздушных каналов инструмента.

Деревянные духовые инструменты. Возбуждение звука в таких инструментах осуществляется либо в результате дробления и завихрения подаваемой струи воздуха при столкновении с внутренними острыми кромками входного отверстия (лабиаль-

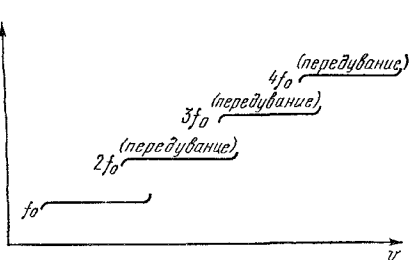


Рис. 8.1. Зависимость частоты колебаний столба воздуха в канале духового инструмента от скорости подачи воздушной струи (передувания)



Рис. 8.2. Поперечная флейта

ные инструменты), либо в результате прерывания вдуваемой струи с помощью вибрирующей трости (тростевые инструменты) с частотой собственных колебаний воздушного столба в канале инструмента. Регулируют и направляют воздушную струю в деревянных духовых инструментах губы и язык музыканта.

Флейта представляет собой трубку с цилиндрическим (иногда коническим со стороны вдуваемой струи) каналом, имеющую специальные отверстия для изменения длины воздушного канала, прикрываемые пальцами или специальными клапанами. Вдувание струи у продольных флейт производится в торце инструмента, а направление вдуваемой струи совпадает с направлением канала инструмента. У поперечных флейт системы Бема (рис. 8.2) место вдувания воздушной струи несколько отстоит от конца флейты, а направление вдуваемой струи перпендикулярно направлению воздушного канала. В торце поперечной флейты есть пробка для регулировки длины воздушного канала и подстройки инструмента на требуемую частоту.

Продольные флейты изготовляют в основном из клена, черного или гренадильного дерева, а также из пластмасс. Поперечные флейты обычно делают из латуни с различным видом покрытий.

На поперечной флейте играют девятью пальцами, десятым, большим, пальцем правой руки поддерживают инструмент снизу. Игра на флейте требует большого расхода воздуха, особенно на нотах нижнего и высокого регистров. Диапазон звучания поперечной флейты достигает четырех с половиной октав (от *си* малой октавы до *ми-бемоль* четвертой октавы), однако тоны *си* малой октавы и *до-диез*, *ре*, *ми-бемоль* четвертой октавы трудно извлекаются.

Большое распространение получила флейта-пикколо с диапазоном звучания на октаву выше обычной поперечной.

Трость в тростевых деревянных инструментах с одинарной тростью (кларнет, саксофон) располагается над краями отверстия, через которое вдувается воздух. Она под воздействием воздушной струи приходит в колебательное движение, открывая и прикрывая отверстие, что способствует более легкому возбуждению воздушного столба в канале инструмента и тем самым уменьшению расхода воздуха.

В инструментах с двойной тростью (гобой, фагот) под действием вдуваемой струи изменяется щель между тростями, что также облегчает процесс возбуждения воздушного столба в канале инструмента.

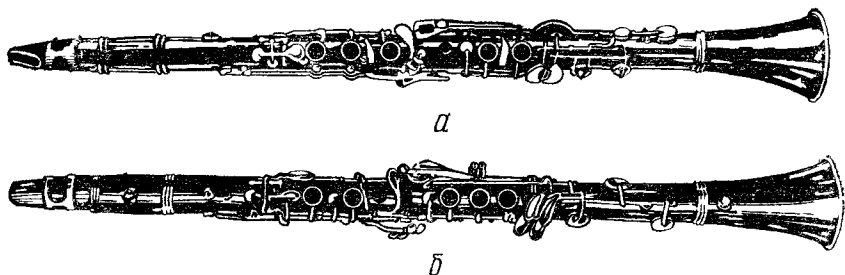


Рис. 8.3. Кларнет:

а — немецкой системы; б — французской системы

Кларнет состоит из пяти частей (рис. 8.3). Первая, верхняя, часть представляет собой клювообразный мундштук с укрепленной тростью. К мундштуку примыкает вторая, короткая, часть ствола, называемая бочонком и служащая для подстройки инструмента путем перемещения вдоль ее оси канала. Далее расположены две другие части, составляющие основу ствола инструмента. На них расположены звуковые отверстия и клапаны. Нижней, пятой, частью является раструб. Основа ствола кларнета изготавливается из черного или гренадильного дерева, эбонита или пластмассы.

Помимо большого кларнета с диапазоном звучания от *ре* малой октавы до *фа* третьей октавы применяют бас-кларнет (звучит на октаву ниже) и малый (пикколо) кларнет (звучит на октаву выше). Звук кларнетов имеет богатый спектр, в составе которого почти нет четных гармоник, что придает звуку своеобразный тембр.

У саксофона трость и мундштук похожи на кларнетные (рис. 8.4). Саксофон относят к группе деревянных инструментов, так как, несмотря на его металлическую конструкцию (как правило, нейзильберовую или латунную), он имеет аппликатуру, аналогичную с аппликатурой деревянных инструментов. Саксофоны изготовляют разных размеров и разных диапазонов звучания. Так, диапазон звучания альтового саксофона от *ре-бемоль* малой октавы до *ля-бемоль* второй октавы, тенорового — от *ля-бемоль* большой октавы до *ми-бемоль* второй октавы. Эти инструменты обладают своеобразным художественно ценным тембром, вследствие чего получили большое распространение в современных оркестрах.

Гобой имеет двойную трость и систему звуковых отверстий, открываемых и закрываемых с помощью клапанов (рис. 8.5). Гобои изготовляют из гренадильного или черного дерева, а также из пластмасс. Гобой состоит из трех основных частей. Трость гобоя вставляется в специальное отверстие в верхней части инструмента, из-за этого гобой нельзя подстроить под

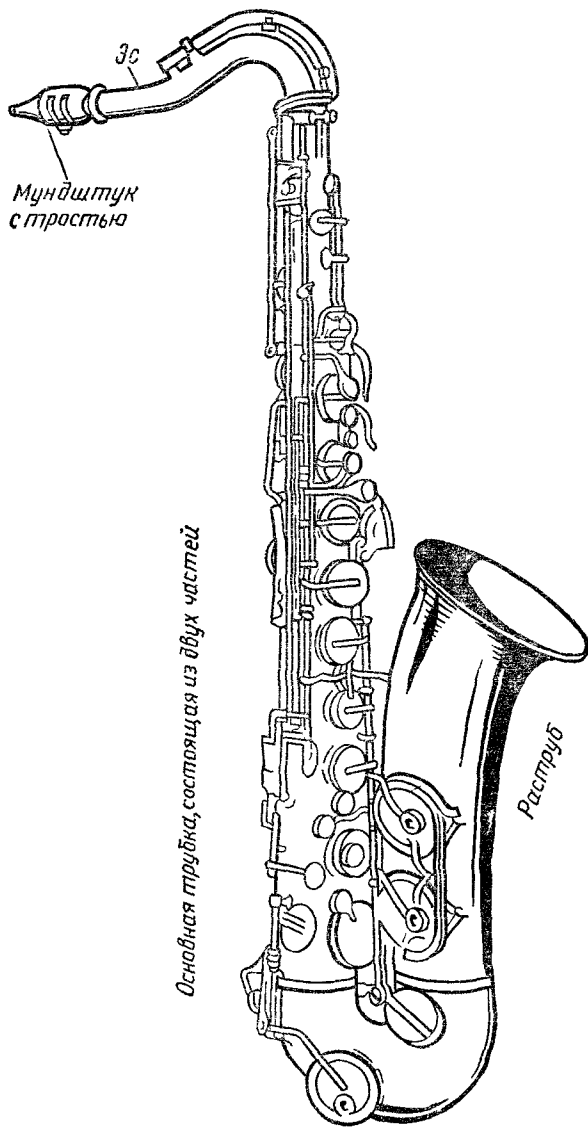


Рис. 8.4. Саксофон

другие инструменты по высоте звука. По аппликатуре гобой похож на поперечную флейту. Диапазон звучания гобоя составляет от *си-бемоль* малой октавы до *фа* третьей октавы. Помимо обычного гобоя используется альтовый гобой (английский рожок), который звучит на квинту ниже и тембр которого из-за горшкообразной формы раструба несколько отличается от тембра обычного гобоя. Звуки гобоев богаты обертонами.

Основная трубка, состоящая из двух частей

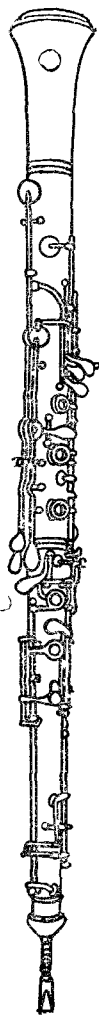


Рис. 8.5. Гобой

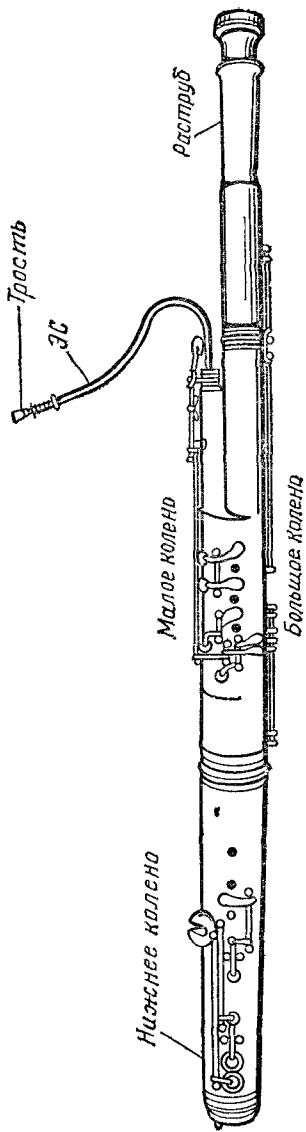


Рис. 8.6. Фагот

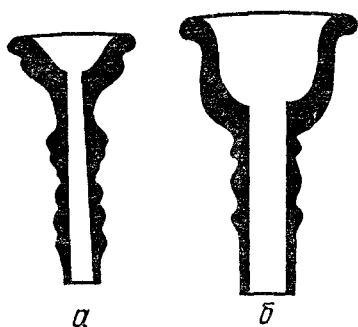


Рис. 8.7. Мундштук:
а — трубы; б — губы

У фагота двойная трость несколько большего размера, чем у гобоя (рис. 8.6). Фагот изготавливают из клена. Он состоит из четырех частей (нижнее колено, малое колено, большое колено, раструб). Трость насаживается на длинную трубку с клапаном. Звуки верхних тонов извлекают при открытом клапане, низких тонов — при закрытом. На корпусе фагота располагаются основные и дополнительные клапаны. Звук фагота богат обертонами. Помимо обычного фагота (диапазон звучания от *си-бемоль* контроктавы до *ми-бемоль* второй октавы) применяют и контрфагот, диапазон звучания которого на октаву ниже.

Основные характеристики тембров деревянных духовых инструментов приведены в табл. 8.1 [44].

Медные духовые инструменты. Все медные инструменты относят к числу амбушюрных, в которых роль тростей выполняют определенным образом сложенные губы музыканта и специально приспособленные для этих целей воронкообразные мундштуки (рис. 8.7). При вдвухании в инструмент струи воздуха музыкант, изменяя величину щели между губами, увеличивает или уменьшает количество (скорость) поступающего в канал инструмента воздуха. При этом частота изменения подачи автоматически синхронизируется частотой собственных колебаний столба воздуха, заключенного в воздушном канале инструмента. В некоторой мере действие губ сходно с действием двойной трости. Длина и диаметр воздушного канала инструмента, а также изменение диаметра по длине влияют как на диапазон звучания, так и на тембровые качества инструмента. Экспериментально установлено, что чем больше изогнут воздушный канал инструмента, тем звук более мягкий и более матовый. Удлиненная форма канала с прямоугольными участками приводит к получению более ярких тембров. Все добавочные лабиринты, шероховатости канала, в том числе и неизбежные при конструировании вентильных механизмов, не только затрудняют извлечение основного тона, но и приглушают общее звучание инструмента.

У медных духовых инструментов выходная часть звукового канала выполнена в виде раструба, т. е. оканчивается плавным увеличением диаметра канала до некоторого максимального.

Для получения хроматического звукоряда изменяют длину воздушного канала инструмента, используя поворотные (роторные) или помповые вентильные механизмы (рис. 8.8). В мед-

Таблица 8.1. Основные характеристики тембров деревянных духовых инструментов

Инструмент	Диапазон звучания	Низкий регистр	Средний регистр	Высокий регистр
Флейта поперечная большая	<i>си</i> — <i>ми-бемоль</i> ⁴	Гудящие шипящие звуки без обертонов, не извлекаемые <i>pp</i> и <i>f</i> (происходит передувание на октаву вверх). Расход воздуха большой	Светлые нежные, но лишенные блеска звуки полного тона, хорошо извлекаемые от <i>pp</i> до <i>f</i> . Расход воздуха небольшой	Светлые блестящие звуки, хорошо извлекаемые <i>f</i> и <i>ff</i> , но с трудом <i>p</i> . Самые высокие звуки извлекаются только <i>ff</i> , причем сопровождаются пронзительным свистом. Расход воздуха большой
пикколо	<i>си</i> ¹ — <i>ми-бемоль</i> ⁵	Слабые шипящие звуки, не исполняемые <i>pp</i> и <i>f</i> (немедленно происходит передувание). Расход воздуха большой	Светлые свистящие звуки, бедные обертонами, хорошо извлекаемые от <i>p</i> до <i>f</i> . Расход воздуха небольшой	Резкие свистящие звуки, получаемые лишь <i>f</i> . Расход воздуха большой
Кларнет	<i>ре</i> — <i>фа</i> ³	Гулкие гудящие звуки, холодно-прозрачные <i>pp</i> , с металлическим оттенком <i>ff</i> . Расход воздуха значительный	Чистые, кристальные сопрановые звуки, получаемые от <i>pp</i> до <i>ff</i> . Расход воздуха минимальный	Резкие свистящие звуки, извлекаемые лишь <i>f</i> . Расход воздуха большой
Гобой	<i>си-бемоль</i> — <i>фа</i> ³	Грубые звуки носового тембра, получаемые <i>mf</i> и <i>f</i> , но трудно извлекаемые <i>p</i> . Расход воздуха большой	Звуки приятного тембра, извлекаемые как <i>p</i> , как и <i>f</i> . Расход воздуха незначительный	Светлые резкие звуки, трудно извлекаемые <i>pp</i> . На самых высоких тонах звуки очень резкие, неестественного тембра. Расход воздуха повышенный
Фагот	<i>Си-бемоль</i> ₁ — <i>ми-бемоль</i> ²	Резкие трескучие звуки, извлекаемые лишь <i>mf</i> и <i>f</i> . Расход воздуха большой	Мягкие полные звуки органного характера, но с певучим оттенком. С повышением частоты звука проявляется гнусавость тембра. Расход воздуха небольшой	Напряженные сдавленные звуки, трудно исполняемые <i>p</i> . С повышением частоты звука напряженность его растет. Расход воздуха повышенный

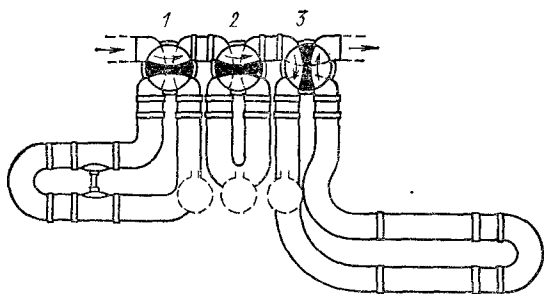


Рис. 8.8. Схема поворотного вентиляльного механизма (1—3 — номера вентилялей)

ных инструментах используют механизмы с тремя основными вентилями. Первый при включении понижает строй на один тон, второй — на полтона, третий — на полтора тона. Вентили можно включать по отдельности или вместе в любом сочетании. При этом общее понижение строя будет приближенно равняться сумме понижений отдельных вентилялей. Точного соответствия сумме понижений получить невозможно в связи с тем, что каждый дополнительно включенный крон рассчитывается на начальную основную длину канала. При двух или тем более трех одновременно включенных кронах общая длина дополнительных крон оказывается меньше расчетной.

Различные комбинации включения основных вентилялей позволяют получить семь комбинацией высоты звуков. Помимо них в медных инструментах часто используют дополнительный вентиль, понижающий высоту звуков на кварту (квартвентиль).

Для изменения высоты тона тромбонов используют специальную кулису (выдвижной крон), что позволяет делать это плавно.

Расход воздуха в медных инструментах зависит от длины и диаметра канала, а также от диапазона извлекаемых звуков. У медных, как и у деревянных духовых инструментов, расход воздуха увеличивается при извлечении низких и высоких тонов.

Один из способов изменения характера звучания медных инструментов — применение сурдины. *Сурдина* выполняется в виде полной сферы или конуса из легкого металла, дерева или другого материала и размещается у выходного отверстия раструба. Звук инструмента с сурдиной получается резким носовым.

Валторна представляет собой длинную узкоканальную трубу, свернутую спиралеобразно и оканчивающуюся широким раструбом (рис. 8.9). Валторна снабжена вентиляльным механизмом с четырьмя или пятью вентилями. Диапазон звучания валторны зависит от ее размеров, обычно от *си* контроктавы до *фа* второй октавы (для инструментов, используемых в симфонических оркестрах) и от *ля* контроктавы до *ми-бемоль* второй

октавы (для инструментов, используемых преимущественно в духовых оркестрах). Пятивентильные (двойные) валторны имеют дополнительный квартвентиль, работающий на повышение строя на чистую кварту путем укорачивания части канала инструмента.

У валторны мягкий певучий тембр, хорошо сливающийся с тембрами струнных и духовых деревянных инструментов.

Роль сурдины при игре на валторне обычно выполняет правая рука музыканта, которой он прикрывает раструб.

Валторна широко используется как сольный и ансамблевый инструмент.

Труба — духовой инструмент, у которого узкий канал согнут в один оборот и оканчивается небольшо-

м раструбом (рис. 8.10). Труба снабжена помповым (рис. 8.10, а) или поворотным (рис. 8.10, б) трех- или четырехвентильным механизмом. Диапазон звучания трубы обычно от *ми* малой октавы до *ля* второй октавы. Тембр яркий, пронзительный. Труба широко применяется в симфонических, духовых оркестрах. В джазе трубу часто используют с сурдиной.

Тромбон — духовой инструмент, снабженный подвижной кулисой (рис. 8.11). Перемещая кулису, изменяют длину воздушного канала инструмента, что позволяет плавно повышать или понижать высоту извлекаемых звуков. Диапазон звучания тромбона различен в зависимости от его размеров. Для тембрового тромбона он составляет от *си-бемоль* контроктавы до *ре* второй октавы.

Иногда тромбон делают с квартвентилем, понижающим звук на кварту. Этот тромбон является комбинацией тенорового и басового тромбонов.

Существуют тромбоны и с основными вентилями и невыдвижными кулисами.

У тромбона в нижнем регистре тембр мрачный, среднем и высоком — светлый яркий. Тромбоны используют в основном в оркестрах.

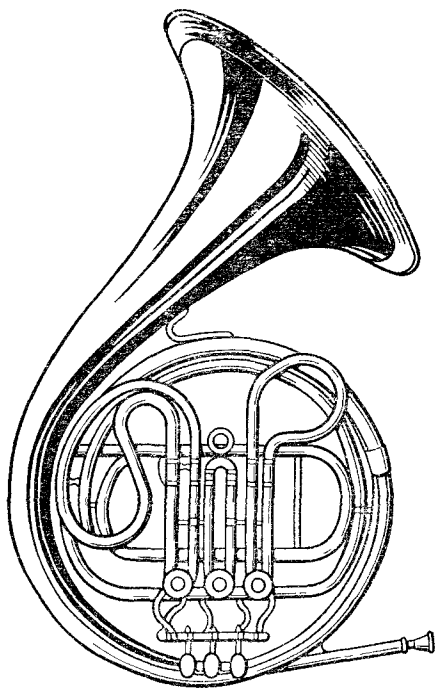


Рис. 8.9. Валторна

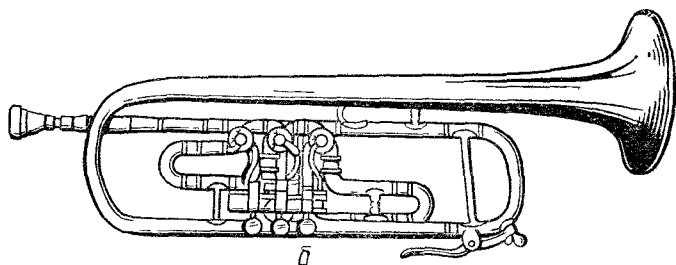
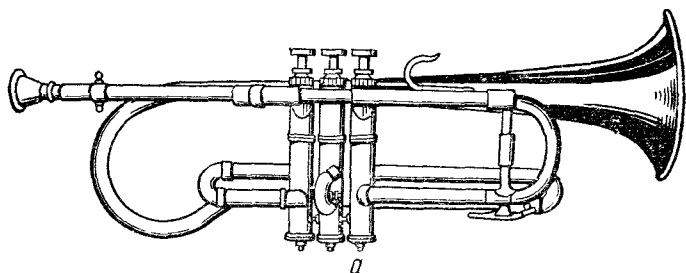


Рис. 8.10. Труба с вентильным механизмом:
а — помповым; б — поворотным

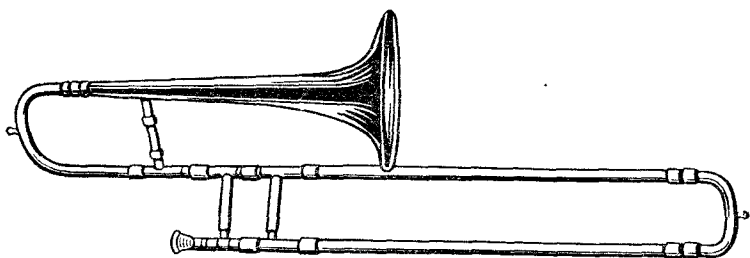


Рис. 8.11. Тромбон

Труба — самый низкий по звучанию медный духовой инструмент, который представляет собой длинную, свернутую несколько раз трубу, расширяющуюся по мере приближения к раструбе (рис. 8.12). Труба снабжена вентильным механизмом. Диапазон звучания тубы-бас от *ми* контроктавы до *ми* первой октавы, тубы-контрабас — от *до* контроктавы до *си* малой октавы. Тембр звучания тубы суровый, массивный, грузный, слитный. Труба используется в оркестрах.

Саксгорны — семейство медных духовых инструментов с воздушным каналом относительно большого диаметра, постепенно увеличивающегося от вентильного механизма к раструбе. Ин-

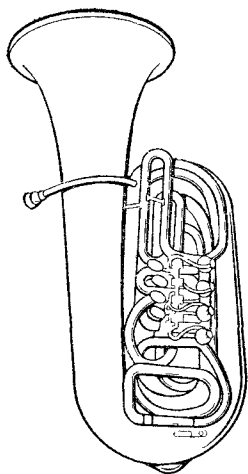
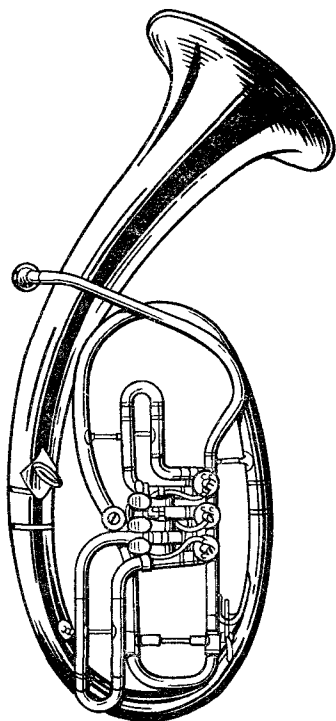


Рис. 8.12. Ту́ба



Рис. 8.13. Альт-горн



струменты этого семейства отличаются друг от друга в основном размерами (альт, тенор, баритон, бас).

Альт (альтгорн) — медный широко мензурный духовой инструмент (рис. 8.13). Диапазон звучания от *ми-бемоль* малой октавы до *соль* второй октавы. Тембр относительно тусклый. Альт используется в духовом оркестре.

Тенор (теноргорн) особенно полно и мягко звучит в среднем и верхнем регистрах. Диапазон звучания от *ми* большой октавы до *си-бемоль* первой октавы.

У *баритона* (баритонгорна) густой мягкий тембр, певучие звуки. В низком регистре звук сочный. Диапазон звучания от *ре* большой октавы до *си-бемоль* первой октавы.

8.2. АКУСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Пока нет исчерпывающих акустических исследований духовых инструментов. Так, например, мало исследованы негармоничность их обертонов, динамические характеристики, пороги возбуждения и передувания, влияние тростей, мундштуков и формы звукового канала на точность строя и качество тембра. Однако уже имеющиеся результаты экспериментальных иссле-

дований позволяют расширить представление об акустике духовых инструментов.

Акустические характеристики духовых инструментов зависят от размеров, формы, качества поверхностей каналов, вентиляльных и клапанных механизмов, используемого для их изготовления материала, а также от качества мундштуков и тростей. Качество же извлекаемого звука в значительной мере зависит от приобретенных музыкантом навыков игры, искусства исполнителя.

Духовой инструмент представляет собой сложную колебательную систему, в которой имеются связанные колебательные узлы. Это — губы музыканта (лабиум), мундштуки, трости, каналы воздушного ствола. Частота колебаний системы зависит от собственных частот колебаний составляющих (узлов), величины акустической связи между ними, их добротности и условий возбуждения инструмента.

Обычно добротность составляющих колебательной системы губы — мундштук или трость значительно ниже добротности воздушного канала инструмента. Поэтому частота звуковых колебаний инструмента определяется в основном собственной частотой колебаний воздушного столба в его канале. Влияние музыканта (изменение натяжения губ или усилия и места прижатия трости, скорости подачи воздушной струи) на частоту звуковых колебаний инструмента весьма ограничено, за исключением случаев передувания. При определении собственной частоты колебаний воздушного столба в первом приближении этим влиянием пренебрегают.

При расчетах обычно считают колебания внутри канала инструмента незатухающими, а стенки канала жесткими.

Акустическое сопротивление воздушного канала. На процесс формирования звука инструментами оказывает большое влияние сопротивление возбудителя (губ, трости и т. д.), воздушного канала и сопротивление излучения. Акустическое сопротивление (импеданс) канала инструмента можно выразить так:

$$z = z_a/s = p/vs, \quad (8.1)$$

где z_a — удельное акустическое сопротивление; s — площадь сечения воздушного канала; p — звуковое давление; vs — объемная скорость звуковых колебаний воздуха; v — скорость звуковых колебаний частиц воздушной среды.

Если допустить, что фронт звуковой волны плоский и звуковое давление изменяется синусоидально, для рупора произвольной формы справедливо уравнение [45]

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial (\ln s)}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + k^2 p = 0, \quad (8.2)$$

где x — расстояние от входа (начала) инструмента в направлении раструба; s — площадь сечения воздушного канала инструмента в точке x ; $k = \omega/c_0$; ω — круговая частота; c_0 — скорость звука.

Решение этого (основного) дифференциального уравнения воздушного канала показывает, что звуковое давление в начале p_1 и конце p_2 воздушного канала и объемные смещения φ_1 и φ_2 связаны соотношением

$$\begin{aligned} p_2 &= ap_1 + b\varphi_1; \\ \varphi_2 &= \alpha p_1 + \beta\varphi_1. \end{aligned}$$

Коэффициенты a , b , α , β зависят от геометрической формы и размеров рупора (табл. 8.2, 8.3).

Если пренебречь активной составляющей акустического сопротивления на входе и выходе рупора, входной и выходной импедансы можно выразить как $z_1 = p_1/(j\omega\varphi_1)$, $z_2 = p_2/(j\omega\varphi_2)$. Тогда отношение звукового давления на выходе к звуковому давлению на входе

$$p_2/p_1 = a + b/(j\omega z_1), \quad (8.3)$$

$$\text{или } p_2/p_1 = z_2(j\omega\alpha + \beta/z_1). \quad (8.4)$$

Связь между акустическими сопротивлениями на входе z_1 и выходе z_2 воздушного канала инструмента, следовательно, может быть представлена соотношением [43; 47]

$$z_1 = (j\omega\beta z_2 - b)/(j\omega\alpha + \omega^2\alpha z_2). \quad (8.5)$$

Акустическое сопротивление губ и тростей. Губы музыканта или заменяющие их устройства при пропускании через них струи воздуха выполняют роль возбудителей колебаний воздушного столба в канале инструмента.

При игре на медных (амбушюрных) инструментах напряжение губ и давление воздушной струи определяют частоту вибраций губ. Через периодически сужающуюся и расширяющуюся щель воздух проходит в чашки мундштука, периодически изменяя давление воздуха, что приводит к резонансным явлениям в канале инструмента. Губы образуют своеобразный клапан, являющийся составной частью акустической системы духовых инструментов.

Входное сопротивление инструмента зависит от формы рупора, мундштука и напряжения губ музыканта. Экспериментально установлено, что оно практически не зависит от величины звукового давления.

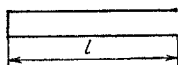
При игре музыкант автоматически согласует выходное сопротивление губ с входным сопротивлением инструмента, что позволяет ему играть с меньшим расходом энергии. Явление резонанса возникает при наибольшем сопротивлении канала инструмента. Соответственно и акустическое сопротивление губ очень велико, причем его активная составляющая при резонансе много меньше реактивной. Если же извлекаемые частичные тоны лежат в диапазоне низкого акустического сопротивления.

Таблица 8.2. Некоторые расчетные соотношения раструбов

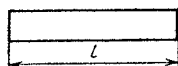
Формула рупора	Рисунок рупора	Условия резонанса
----------------	----------------	-------------------

Цилиндрический воздушный канал

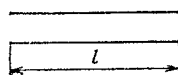
$$s = \text{const}, \\ 0 \leq x \leq l$$



$$\text{ctg } kl = 0$$



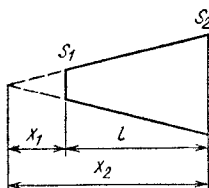
$$\text{tg } kl = 0$$



$$\text{tg } kl = 0$$

Конический воздушный канал

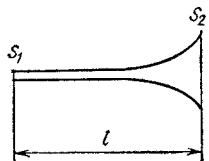
$$s_1 x_2^2 = s_2 x_1^2, \\ l = x_2 - x_1$$



$$\text{tg } kl = -kx_1$$

Экспоненциальный воздушный канал

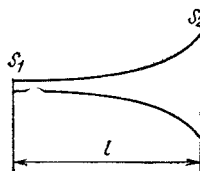
$$s = s_1 e^{\delta x}, \\ 0 \leq x \leq l, \\ \text{при } x = 0 \quad s = s_1, \\ \text{при } x = l \quad s = s_2$$



$$\text{ctg } \sigma l = -\delta / (2\sigma), \\ \text{где } \sigma = \sqrt{k^2 - \delta^2 / 4}, \\ k > \delta / 2$$

Гиперболический воздушный канал

$$s = \frac{s_1 l^2}{[x(\sqrt{s_1/s_2} - 1) + l]^2}, \\ 0 \leq x \leq l$$



$$\text{ctg } kl = \frac{r_1 - r_2}{r_1 kl}, \\ \text{где } r_1 = \sqrt{s_1/\pi}, \\ r_2 = \sqrt{s_2/\pi}$$

Таблица 8.3. Значения коэффициентов a , b , α , β для различных форм рупоров [46]

Кэф-фици-ент	Рупор с цилиндрическим воздушным каналом	Рупор с коническим воздушным каналом	Рупор с экспоненциальным воздушным каналом	Рупор с гиперболическим воздушным каналом
a	$\cos kl$	$\frac{x_1 \sin k(l + \varepsilon_1)}{x_2 \sin k\varepsilon_1},$ где $\varepsilon_1 = \frac{1}{k} \operatorname{arctg} kx_1$	$e^{-\frac{\delta l}{2}} \left[\cos \sigma l + \frac{\delta}{2\sigma} \sin \sigma l \right]$	$\frac{r_1}{r_2} \cos kl - \left(\frac{r_1}{r_2} - 1 \right) \frac{\sin kl}{kl}$
b	$\frac{\gamma}{s} \sin kl$	$\frac{\gamma x_1}{s_1 x_2} \sin kl$	$\frac{\gamma k}{s_1 \sigma} e^{-\frac{\delta l}{2}} \sin \sigma l$	$\frac{\gamma}{s_1} \left[\frac{r_1}{r_2} \sin kl - \frac{\cos kl}{kl} \left(\frac{r_1}{r_2} - 1 \right)^2 + \frac{\sin kl}{k^2 l^2} \left(\frac{r_1}{r_2} - 1 \right)^2 \right]$
α	$-\frac{s}{\gamma} \sin kl$	$-\frac{s_2 x_1 \sin k(l + \varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\gamma x_2 \sin k\varepsilon_1 \sin k\varepsilon_2},$ где $\varepsilon_2 = \frac{1}{k} \operatorname{arctg} kx_2$	$-\frac{s_2 k}{\gamma \sigma} e^{-\frac{\delta l}{2}} \sin \sigma l$	$-\frac{s_2 r_1}{\gamma r_2} \sin kl$
β	$\cos kl$	$-\frac{s_2 x_1 \sin k(l - \varepsilon_2)}{s_1 x_2 \sin k\varepsilon_2}$	$-\frac{s_2}{s_1} e^{-\frac{\delta l}{2}} \left[\cos \sigma l - \frac{\delta}{2\sigma} \sin \sigma l \right]$	$\frac{r_2}{r_1} \left[\left(\frac{r_1}{r_2} - 1 \right) \frac{\sin kl}{kl} + \cos kl \right]$

Примечания: 1. При расчете части рупора значения s , x , l берут применительно к этой части, как к самостоятельному инструменту, т. е. длина l рассчитываемой части рупора принимается равной фактической ее длине. 2. Значение γ для всех форм рупоров можно определить по формуле $\gamma = \rho_0 \omega c_0 = k \rho_0 c_0^2$.

то отраженные раструбом волны возвращаются к губам в противофазе и происходит гашение колебаний губ на этих частотах.

Из практики известно, что на одном инструменте два музыканта извлекают при прочих равных условиях отличающиеся по спектральному составу звуки. В спектре звука содержится тем больше обертонов, чем больше амплитуда колебаний губ. На частоте 200 Гц она примерно составляет 1,5...2 мм при среднем усилии вдувания. С повышением частоты амплитуда колебаний губ уменьшается. Перепад давлений воздуха на губах музыканта при игре на трубе составляет 10...80 Па, а в канале инструмента 0,5...1,5 Па.

При игре на тростевых инструментах функция губ музыканта сводится в основном к нажиму на трость с целью корректировки тембра и строя инструмента. Если губы не прикасаются или слегка прикасаются к трости, звук получается более резким с преобладанием в спектре высоких частот. Касание трости губами смягчает тембр звука.

Толщина и форма трости влияют на тембр инструмента, динамический диапазон и высоту извлекаемых звуков. Высоту звуков инструмента с тонкой тростью музыкант может изменять в большем диапазоне, чем с толстой. Диапазон частоты звуков кларнета с тонкой тростью может достигать 30, с толстой — всего 5 центов. Однако при прочих равных условиях строй инструмента с толстой тростью будет на несколько центов выше, чем с тонкой. Причем на низких частотах такое повышение частоты больше, чем на высоких.

Собственная частота колебаний трости обычно выше собственной частоты колебаний воздушного столба в канале инструмента и составляет 1200...3000 Гц. Колебания трости вызывают изменения скорости проходящего воздушного потока с той же частотой. Это приводит к возбуждению воздушного столба в канале инструмента. Резонансы будут возникать на тех частотах, на которых акустическое сопротивление воздушного канала инструмента максимально.

Выходное сопротивление щели между тростью (тростями) и поверхностью, к которой она прижимается, очень велико. Поэтому как для амбушюрных, так и для тростевых инструментов выходное сопротивление возбудителя (губы, трости) принимают при расчетах весьма большим, т. е. $z_b \rightarrow \infty$. Со стороны возбудителя воздушный канал инструментов считают закрытым.

При игре на лабиальных инструментах возбуждение воздушного столба в канале инструмента производится путем расчленения вдуваемой воздушной струи об острый конус открытого отверстия. Сопротивление и состояние губ музыканта здесь не оказывают прямого влияния на тембр и высоту звука. Лабиальные инструменты при акустических расчетах считают открытыми со стороны возбудителя.

Резонансные частоты воздушных каналов. При расчете резонансных частот духовых инструментов обычно пренебрегают активной составляющей акустического сопротивления воздушных каналов, так как она много меньше реактивной. Кроме того, сопротивление излучения считают много меньшим сопротивления воздушного канала, т. е. $z_2 \ll \ll z_1$, а сопротивление источника возбуждения (губы, трости) — весьма большим (рис. 8.14, а, б). Если $z_2 \approx 0$, выражение (8.5) примет вид

$$z_1 = j\beta/(\omega a), \quad (8.6)$$

где ω — круговая частота собственных колебаний воздушного столба в канале инструмента.

При открытом раструбе (см. рис. 8.14, а) входное акустическое сопротивление цилиндрического рупора с учетом значений коэффициентов табл. 8.3 можно представить как

$$z_1 = j\rho_0 c_0 \operatorname{tg} kl/s. \quad (8.7)$$

При открытом раструбе конического рупора выражение (8.6) с учетом значений коэффициентов табл. 8.3 примет вид

$$z_1 = j\rho_0 c_0 k x_1 \operatorname{tg} kl/[s_1 (k x_1 + \operatorname{tg} kl)], \quad (8.8)$$

где x_1 — расстояние от вершины конуса до начала рупора.

При открытом раструбе экспоненциального рупора выражение (8.6) с учетом значений коэффициентов табл. 8.2 можно представить так:

$$z_1 = j2\sigma\rho_0 c_0 k/[s_1 \sigma (2\sigma \operatorname{ctg} \sigma l + \delta)], \quad (8.9)$$

где $\sigma = \sqrt{k^2 - \delta^2/4}$; s_1 — площадь сечения входа (начала) рупора; δ — показатель крутизны изгиба экспоненты рупора.

При открытом раструбе гиперболического рупора выражение (8.6) с учетом значений коэффициентов табл. 8.3 можно записать следующим образом:

$$z_1 = j \frac{\rho_0 c_0 [(r_1/r_2) \sin kl - (r_1/r_2 - 1)^2 \cos kl/(kl) + (r_1/r_2 + 1)^2 \sin kl/(k^2 l^2)]}{s_1 [(r_1/r_2) \cos kl - (r_1/r_2 - 1) \sin kl/(kl)]}, \quad (8.10)$$

где r_1 — радиус воздушного канала на входе рупора; r_2 — радиус раструба.

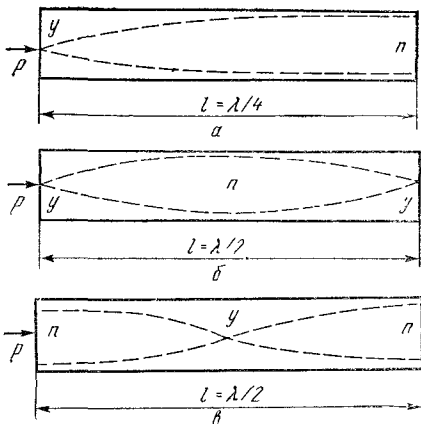


Рис. 8.14. Возбуждение колебаний в цилиндрическом воздушном канале: а — с одним открытым концом; б — с двумя закрытыми концами; в — с двумя открытыми концами; y — узел смещения (пучность звукового давления); n — пучность смещения (узел звукового давления)

Возбуждение (резонанс) воздушного канала инструмента происходит тогда, когда его акустическое сопротивление стремится к бесконечности, т. е. $z_1 \rightarrow \infty$. Учитывая, что $k = \omega/c_0$, условие резонанса для цилиндрического рупора исходя из выражения (8.7) можно записать так:

$$\operatorname{ctg} kl = 0, \quad (8.11)$$

для конического рупора с учетом выражения (8.8)

$$\operatorname{tg} kl = -kx_1, \quad (8.12)$$

для экспоненциального рупора с учетом выражения (8.9)

$$\operatorname{ctg} kl = -\delta/(2\sigma), \quad (8.13)$$

для гиперболического рупора с учетом выражения (8.10)

$$\operatorname{ctg} kl = -(r_2 - r_1)/(r_1 kl). \quad (8.14)$$

При закрытом раструбе $z_2 \rightarrow \infty$, тогда входное сопротивление инструмента из выражения (8.5) можно представить как

$$z_1 = j\beta/(\omega\alpha). \quad (8.15)$$

Для цилиндрического канала с закрытым раструбом входное сопротивление

$$z_1 = -j\rho_0 c_0 (\operatorname{ctg} kl)/s, \quad (8.16)$$

а условие резонанса ($z_1 \rightarrow \infty$)

$$\operatorname{tg} kl \approx 0. \quad (8.17)$$

Уравнение (8.17) выполняется при $kl = \pi/2; 3\pi/2; 5\pi/2$, т. е. когда $kl = (2n - 1)\pi/2$, где n — целое число; $k = \omega/c_0 = 2\pi/\lambda$, где $\omega = 2\pi f$, λ — длина волны.

Резонанс цилиндрического канала с открытым раструбом возникает на частотах

$$f_n = (2n - 1) c_0/\lambda = (2n - 1) c_0/(4l), \quad (8.18)$$

где $\lambda = 4l$.

Второй конец канала (со стороны возбуждения) можно считать закрытым, так как акустические сопротивления губ и трости весьма велико. Таким образом, для открытого со стороны раструба и закрытого со стороны возбуждения цилиндрического канала возбуждаемые частоты относятся друг к другу как последовательный ряд нечетных чисел 1:3:5:7:9 и т. д., т. е. четные гармоники будут отсутствовать.

В цилиндрическом канале с закрытым раструбом или открытым с двух сторон резонанс возникает на частотах

$$f_n = nc_0/\lambda = nc_0/(2l), \quad (8.19)$$

где $\lambda = 2l$.

Таким образом, в закрытом с одной стороны или в открытом с двух сторон цилиндрическом рупоре возникает полный ряд гармоник, т. е. в колебательном процессе участвуют четные и нечетные гармоники.

Длина воздушного канала рупора с одним открытым концом

$$l = c_0/(4f), \quad (8.20)$$

с двумя открытыми концами

$$l = c_0/(2f). \quad (8.21)$$

Для других нецилиндрических рупоров с открытыми раструбами на частоте резонанса, как следует из выражений (8.12), (8.13) и (8.14), могут возникать и нечетные, и четные гармоники. Причем кратность обертонов основному тону может нарушаться.

Условия резонансов для различных рупоров сведены в таблицу (см табл. 8.2).

Поправка на длину воздушного канала с открытым концом. На открытом конце канала инструмента появляется дополнительное затухание колебаний в связи с излучением и инерцией среды. Это приводит к понижению частоты, что можно рассматривать как увеличение длины звукового канала [48]:

$$\Delta l = 8r_2/(3\pi). \quad (8.22)$$

Фактическая длина канала с учетом выражений (8.20) и (8.21) должна быть

$$l_{\text{ф}} = l - \Delta l. \quad (8.23)$$

При повышенных частотах длина волны может стать соизмеримой с радиусом раструба r_2 , величина Δl в выражении (8.23) будет уменьшаться, что приведет к дополнительной негармоничности обертонов. В некоторых работах [47, 49] даются следующие значения Δl на один открытый конец канала: от $0,576r_2$ до $0,85r_2$.

Во всех приведенных ранее формулах для расчета собственных частот колебаний воздушных столбов в каналах инструментов нужно принимать не фактическую $l_{\text{ф}}$, а расчетную l длину рупора.

Влияние мундштука на строй инструмента. Мундштук можно считать дополнительным объемом, соединенным узким отверстием с основным воздушным каналом инструмента. Мундштук приближенно представляют в виде двух сочлененных рупоров, длина которых мала по сравнению с длиной звуковой волны [47]. Чашка мундштука 1 (рис. 8.15, а) представляет в сечении короткий, быстро сужающийся обратный конус. Она посредством плавного расширяющегося конуса 2 соединяется с основным каналом 3 инструмента.

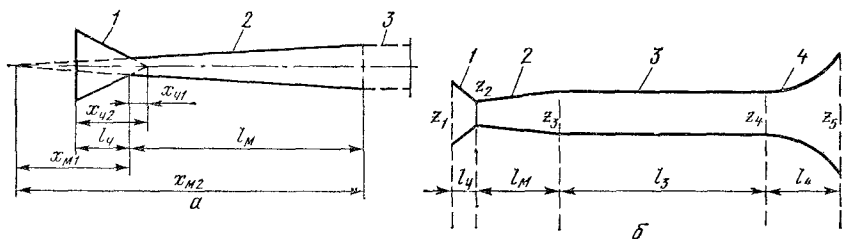


Рис. 8.15. Расчетная схема:

a — мундштука; *б* — медного духового инструмента; 1 — чашка мундштука; 2 — расширяющаяся конусная часть мундштука, 3 — цилиндрическая часть канала инструмента; 4 — раструб

Акустическое сопротивление обратного конуса

$$z_{ч1} = \frac{j\omega a_1 z_{ч2} - b_1}{j\omega\beta_1 + \omega^2 a_1 z_{ч2}}, \quad (8.24)$$

прямого конуса

$$z_{м2} = \frac{j\omega\beta_2 z_{м3} - b_2}{j\omega a_2 + \omega^2 a_2 z_{м3}}, \quad (8.25)$$

где $z_{ч2} = z_{м2}$ — акустическое сопротивление на входе расширяющегося конуса; $z_{м3} = z_3$ — акустическое сопротивление на входе третьего участка канала.

Учитывая, что $z_{ч2} = z_{м2} = z_2$, при известном значении $z_{м3} = z_3$ можно определить по формулам (8.24) и (8.25) акустическое сопротивление z_1 на входе инструмента.

Общая схема расчета акустического сопротивления воздушного канала инструмента. Для расчета акустического сопротивления воздушного канала *медного духового инструмента* его делят на участки, сечение которых изменяется по одному закону (рис. 8.15, б). В такой схеме принимают сопротивление излучения $z_5 \ll z_4$, т. е. $z_5 \approx 0$. Тогда входное акустическое сопротивление участка 4 [см. соотношение (8.5)]

$$z_4 = j b_4 / (\omega a_4), \quad (8.26)$$

участка 3

$$z_3 = (j\omega\beta_3 z_4 - b_3) / (j\omega a_3 + \omega^2 a_3 z_4), \quad (8.27)$$

участка 2

$$z_2 = (j\omega\beta_2 z_3 - b_2) / (j\omega a_2 + \omega^2 a_2 z_3). \quad (8.28)$$

Входное акустическое сопротивление участка 1 равно общему входному сопротивлению акустического канала инструмента:

$$z_1 = (j\omega a_1 z_2 - b_1) / (j\omega\beta_1 + \omega^2 a_1 z_2). \quad (8.29)$$

При резонансе $z_1 \rightarrow \infty$, тогда

$$z_2 = -j\beta_1 / (\omega a_1). \quad (8.30)$$

Приравняв это соотношение уравнению (8.26), найдем

$$z_3 = (\alpha_1 b_2 + a_2 \beta_1) / [j\omega (\alpha_1 \beta_2 + a_2 \beta_1)]. \quad (8.31)$$

Подставив выражение (8.24) в уравнение (8.27), получим

$$z_3 = (-\beta_3 b_4 - b_3 a_4) / [j\omega (a_3 a_4 + a_3 b_4)]. \quad (8.32)$$

Сопоставив уравнения (8.31) и (8.32), придем к соотношению

$$\frac{\alpha_1 b_2 + a_2 \beta_1}{\alpha_1 \beta_2 + a_2 \beta_1} = \frac{\beta_3 b_4 + b_3 a_4}{a_3 a_4 + a_3 b_4} = 0. \quad (8.33)$$

Если подставить значения соответствующих коэффициентов из табл. 8.3 для конкретного инструмента в уравнение (8.33), можно найти частоты $\omega = kc_0$, при которых данное уравнение решается. Эти частоты и будут резонансными частотами инструмента. В табл. 8.4 приведены расчетные частоты для конического и экспоненциального рупоров [47].

Таблица 8.4. Расчетные частоты экспоненциального и конического рупоров без мундштуков ($d_1 = 1,1$ см; $d_2 = 9$ см; $l = 136$ см)

Номер частичного тона	Частота гармоники натурального ряда, Гц	Частота конического рупора, Гц	Негармонич- ность обертонов конического рупора, Гц	Частота экспонен- циального рупора, Гц	Негармонич- ность обертонов экспонен- циального рупора, Гц
1	111,1	111,1	—	—	—
2	222,1	224	1,8	233,1	—
3	333,3	343	9,7	349,2	0,45
4	444,4	468	23,6	466,2	0
5	555,5	585	29,5	587,3	4,55
6	666,6	710	43,4	698,4	0,9
7	777,7	832	54,3	—	—
8	888,8	958	69,2	932,4	0

Деревянные духовые инструменты отличаются от медных в основном системой клапанов, соединяющих внутренний воздушный канал посредством специальных отверстий с окружающим пространством. Расчет выполняют для каждого случая состояния клапанов (открытых или закрытых).

Рассмотрим в качестве примера инструмент с двумя одновременно открытыми клапанами A, B (рис. 8.16). Открытый конец канала нагружен сопротивлением окружающей среды $z_6 \approx 0$. Для участка l_3 акустическое сопротивление в соответствии с уравнением (8.5) и значениями коэффициентов (см. табл. 8.3)

$$z_5 = jb / (\omega a). \quad (8.34)$$

Для цилиндрического канала

$$z_5 = j\rho_0 c_0 (\operatorname{tg} kl) / s.$$

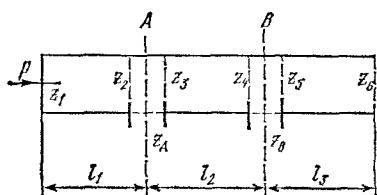


Рис. 8.16. Расчетная схема деревянного духового инструмента

Акустическое сопротивление отверстия B (открытого клапана)

$$z_B = j\rho_0 c_0 k / Y_B, \quad (8.35)$$

где Y_B — проводимость отверстия B .

$$Y_B = 2\pi r_B^2 / (2h_B + \pi r_B), \quad (8.36)$$

где r_B и h_B — радиус и глубина отверстия B .

Подставив выражение (8.36) в выражение (8.35), найдем

$$z_B = j\rho_0 c_0 k (h_B + \pi r_B / 2) / s_B, \quad (8.37)$$

где $s_B = \pi r_B^2$ — площадь сечения отверстия B .

Акустические сопротивления z_5 и z_B включены параллельно, следовательно,

$$z_4 = z_5 z_B / (z_5 + z_B). \quad (8.38)$$

Соответственно

$$z_3 = (j\omega\beta_3 z_4 - b_3) / (j\omega\alpha_3 + \omega^2\alpha_3 z_4). \quad (8.39)$$

Акустическое сопротивление отверстия A (открытого клапана)

$$z_A = j\rho_0 c_0 k (h_A + \pi r_A / 2) / s_A, \quad (8.40)$$

где $s_A = \pi r_A^2$ — площадь сечения отверстия A .

Тогда акустическое сопротивление участка l_1

$$z_2 = z_3 z_A / (z_3 + z_A). \quad (8.41)$$

Таким образом, входное акустическое сопротивление

$$z_1 = (j\omega\beta_1 z_2 - b_1) / (j\omega\alpha_1 + \omega^2\alpha_1 z_2). \quad (8.42)$$

При резонансе $z_1 \rightarrow \infty$, следовательно,

$$z_2 = -j\alpha_1 / (\omega\alpha_1). \quad (8.43)$$

Подставив значения z_5 из уравнения (8.34) и z_B из уравнения (8.35) в выражение (8.38), можно найти акустическое сопротивление z_4 . В свою очередь подставив его значение в выражение (8.39), можно определить акустическое сопротивление z_3 . Зная его значение, по формуле (8.41) можно рассчитать акустическое сопротивление z_2 . Приравняв его значение соотношению (8.43) и подставив значения соответствующих коэффициентов табл. 8.3, можно найти резонансные частоты инструмента.

Аналогично находят резонансные частоты при различном количестве открытых клапанов.

Под мензурой медного духового инструмента понимают совокупность размеров воздушных каналов, выполняющих роль акустического резонатора.

При акустических расчетах обычно полагают, что оси каналов выпрямлены, т. е. представляют их в виде прямой линии.

Длина воздушного канала. Длина канала рассчитывается по формуле (8.23):

$$l_{\phi} = l - \Delta l = c_0 / (4f_0) - aR,$$

где f_0 — частота основного тона акустического канала при отключенных кронах, a — поправочный коэффициент ($0,576 \leq a \leq 0,85$); R — внутренний радиус выходного отверстия раструба.

У медных инструментов либо натуральный (фанфары, горны и др.), либо хроматический (равномерно-темперированный) строй (флейты, кларнеты, трубы, валторны, саксгорны и др.). Основное различие их мензур заключается в формах каналов мундштуков и основных воздушных каналов инструментов, наличии или отсутствии кронов, подключаемых вентилями и выдвигаемых.

Использование кронов для получения темперированного строя. Изменение частоты в духовых инструментах достигается или передуванием (изменение скорости подачи воздушной струи), или изменением рабочей длины воздушного канала.

При передувании образуется ряд тонов, частоты которых относятся друг к другу как ряд нечетных чисел или как ряд натуральных чисел [см. уравнения (8.18) или (8.19)].

В инструментах с длинным нецилиндрическим рупором первый тон обычно не возбуждается, частоты получаемых тонов относятся друг к другу как неполный ряд натуральных чисел, т. е. 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 и т. д. Второй по порядку тон (отношение к первому фиктивному тону составляет 3) удален от первого по порядку тона (отношение к первому фиктивному тону составляет 2) на квинту, т. е. на 7 полутонов; третий (отношение 4) от второго (отношение 3) — на кварту, т. е. на 5 полутонов; четвертый от третьего — на большую терцию, т. е. на 4 полутона; пятый от четвертого — на малую терцию, т. е. на 3 полутона и т. д.

Общий диапазон частот натурального звукоряда медных духовых инструментов составляет 2...3 октавы. Однако этот диапазон по сравнению с равномерно-темперированным заполнен не непрерывно, а скачкообразно, причем с увеличением номеров чисел натурального ряда скачки частот уменьшаются.

При помощи вентиляльных механизмов достигается заполнение образуемых между частотами натурального ряда провалов до гаммы частот равномерно-темперированного строя. Для восполнения отсутствующих тонов (6 полутонов) наибольшего провала между частотами первого и второго тонов (7 полутонов) можно

с помощью вентиляй подключать 6 дополнительных, увеличивающих длину канала кронов. Однако большое количество кронов и соответственно вентиляй усложняет инструмент и игру на нем. Поэтому используют, как правило, три основных вентиля. С помощью первого (по порядку) включается дополнительный крон, понижающий частоту инструмента на 1 тон (200 центов). Второй ventиль позволяет понизить частоту на 1 полутона (100 центов), а третий — на 1,5 тона (300 центов).

С помощью шести комбинаций включения вентиляй можно понизить частоту звука на 6 полутонов и заполнить наибольший, самый низкий провал частот. Другие, более высокие, провалы заполняются автоматически.

Аппликатуры валторны в строе *C* и трубы в строе *B* приведены в табл. 8.5, 8.6. Строй инструмента определяется самым низким тоном при закрытых вентилях (отключенных кронах)*.

Так как более высокие провалы частот натурального звуко-ряда меньше квинты, в верхних регистрах извлечение отдельных тонов может осуществляться несколькими способами.

При одновременном включении нескольких вентиляй точность строя нарушается (технологические погрешности точности в данном случае не считаются). Частота нижнего извлекаемого звука (основного тона) из уравнения (8.18)

$$f_0 = c_0 / (4l), \quad (8.44)$$

где c_0 — скорость звука в воздухе, l — эквивалентная (с учетом влияния открытого конца канала) длина воздушного канала.

Чтобы понизить частоту на полтона, необходимо получить с помощью второго вентиля отношение частот

$$f_0 / f_{01} = k_0 = 2^{1/12}, \quad (8.45)$$

где f_{01} — частота на полтона ниже частоты f_0 .

Чтобы понизить частоту на m полутонов, нужно найти отношение частот

$$f_0 / f_{0m} = k_0^m = 2^{m/12}, \quad (8.46)$$

где f_{0m} — частота на m полутонов ниже частоты f_0 .

С учетом выражений (8.44) и (8.46) можно получить

$$f_0 / k_0^m = c_0 / [2(l + \Delta l_m)] = c_0 / [2l(1 + \varepsilon_m)], \quad (8.47)$$

где $\Delta l_m = l\varepsilon_m$ или $\Delta l_m = l(k_0^m - 1)$ — длина дополнительно включаемого крона для понижения звука на m полутонов, $\varepsilon_m = k_0^m - 1$.

Расчетные отношения частот и относительные удлинения воздушного канала при включении кронов для получения равно-

* Такое определение строя является условным при градации духовых инструментов по высоте звучания. Такая градация удобна для музыкантов, в связи с чем она вошла в мировую терминологию.

Таблица 8.5. Аппликатура валторны в строе С

Номера включае- мых вентилей	Интер- вал в полу- тонах	Извлекаемые частячные тоны											
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	16
Нату- ральный ряд (без вентилей)	0	до	соль	до ¹	ми ¹	соль ¹	—	до ²	ре ²	ми ²	—	соль ²	до ³
2	1	Си	фа-диез	си	ре-диез ¹	фа-диез ¹	—	си ¹	соль- диез ²	ре-диез ²	—	фа- диез ²	си ²
1	2	Ля-диез	фа	ля-диез	ре ¹	фа ¹	соль- диез	ля-диез ¹	—	ре ²	—	фа ²	ля- диез ²
1 + 2 или 3	3	Ля	ми	ля	до-диез	—	—	ля ¹	—	до-диез ²	—	—	ля ²
2 + 3	4	Соль- диез	ре-диез	соль- диез	—	—	—	соль- диез ¹	—	—	—	—	соль- диез
1 + 3	5	Соль	ре	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1 + 2 + 3	6	Фа-диез	до-диез	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Таблица 8.6. Аппликатура трубы в строе В

Номера вентилей	Интервал в полу- тонах	Извлекаемые частячные тоны						
		2	3	4	5	6	7	8
Натуральный ряд (без вентилей)	0	ля-диез	фа ¹	ля-диез ¹	ре ²	фа ²	—	ля-диез ²
2	1	ля	ми ¹	ля ¹	до-диез ²	ми ²	—	ля ²
1	2	соль-диез	ре-диез ¹	соль-диез ¹	до ²	ре-диез ²	—	соль-диез ²
1 + 2 или 3	3	соль	ре ¹	соль ¹	си ¹	—	—	соль ²
2 + 3	4	фа-диез	до-диез ¹	фа диез ¹	—	—	—	фа-диез ²
1 + 3	5	фа	до ¹	—	—	—	—	—
1 + 2 + 3	6	ми	си	—	—	—	—	—

Таблица 8.7. Относительные значения частот, получаемых путем включения кронов

Номера включаемых кронов (вентилей)	Количество полутонов m	Расчетное относительное частотно-температурное удлинение воздушного канала f_0/f_{0m}	Расчетное относительное удлинение воздушного канала $\Delta l_p/l$	Фактическое относительное частотно-температурное удлинение при подключении кронов $f_0/f_m = 1 + \epsilon_m$	Фактическое относительное удлинение воздушного канала $\frac{\Delta l_m}{l} = \frac{\Delta f}{f_0}$	Погрешность	
						в относительных значениях частоты и длины канала	в центах от требуемой частоты
0	0	1	0	1	0	0	0
2	1	1,059463	0,059463	1,059463	0,059463	0	0
1	2	1,122462	0,122462	1,122462	0,122462	0	0
3	3	1,189207	0,189207	1,189207	0,189207	0	0
1 + 2	3	1,189207	0,189207	1,181925	0,181925	0,00728	11
2 + 3	4	1,259921	0,259921	1,24867	0,24867	0,01125	16
1 + 3	5	1,334839	0,334839	1,311669	0,311669	0,02317	30
1 + 2 + 3	6	1,414213	0,414213	1,371132	0,371132	0,04308	53

мерно-темперированного строя приведены в табл. 8.7. Из таблицы видно, что одновременное включение нескольких кронов, понижающих звук на один, два или три полутона, ведет к понижению звуков на частоту меньшую, чем при простом сложении частот отдельных полутонов. В результате получаются суженные по частоте интервалы. Чтобы их расширить, понижают против расчетных частоты полутонов, получаемые включением одиночных вентилей (табл. 8.8).

Таблица 8.8. Некоторые варианты корректировки интервалов, получаемых при комбинированном включении вентилей

Номера включаемых вентилей	Количество полутонов m	Расчетное относительное удлинение воздушного канала $\Delta l_p/l$	Фактическое относительное удлинение воздушного канала $\Delta l_m/l$ при подключении кронов			Погрешность строя, цент		
			I вариант	II вариант	III вариант	I вариант	II вариант	III вариант
2	1	0,059463	0,06253	0,07	0,062	-5	-17,5	-3,6
1	2	0,122462	0,12571	0,135	0,13	-5	-19,2	-12,4
3	3	0,189207	0,20303	0,205	0,209	-20	-22,7	-27,9
1 + 2	3	0,189207	0,18824	0,205	0,192	+1	-22,7	-3,6
2 + 3	4	0,259921	0,26556	0,275	0,271	-8	-20,8	-15,5
1 + 3	5	0,334839	0,32874	0,34	0,329	+8	-6,8	+6
1 + 2 + 3	6	0,414213	0,39127	0,41	0,401	+28	+4	+17,1

При совместном использовании в некоторых инструментах обычных вентилей с квартвентильями за счет увеличения общей длины воздушного канала удается получить ряд дополнительных

звуков нижнего регистра инструмента (табл. 8.9). Однако возможность использования квартвентиля вместе с обычными вентилями весьма ограничена.

Таблица 8.9. Дополнительное понижение звуков при использовании квартвентиля

Номера включаемых вентиляей	Общее относительное удлинение канала	Понижение частоты звука, цент	Номера включаемых вентиляей	Общее относительное удлинение канала	Понижение частоты звука, цент
4	0,33484	500	1 + 2 + 4	0,52224	727
2 + 4	0,39653	578	2 + 3 + 4	0,59956	814
1 + 4	0,45971	660	1 + 3 + 4	0,66274	880
3 + 4	0,53703	740	1 + 2 + 3 + 4	0,72527	942

В некоторых инструментах применяют вентили, укорачивающие длину канала и повышающие частоту извлекаемого звука, но они не нашли широкого применения.

Некоторые инструменты, например так называемые двойные валторны, изготавливают с двумя системами вентиляей. При действии одной системы инструмент обретает строй *B*, другой — строй *F*.

Формы каналов. Медные духовые инструменты условно подразделяют на инструменты с гиперболическим раструбом (трубы, корнеты, тромбоны, валторны, фанфары, горны и др.) и с экспоненциальным раструбом (флюгельгорны, альтгорны, теноргорны, баритоны, тубы, геликоны и др.).

Сечение гиперболического раструба (см. табл. 8.2) изменяется по закону

$$s = s_1 l_p^2 / [x_p (\sqrt{s_1/s_2} - 1) + l_p]^2, \quad (8.48)$$

где s_1 — площадь сечения канала в начале раструба; l_p — длина раструба; x_p — расстояние от начала раструба до плоскости сечения канала; s_2 — площадь сечения канала в конце раструба, т. е. при $x_p = l_p$.

В практических расчетах удобнее отыскивать не площадь сечения, а диаметр раструба:

$$d = A/(l + x + B) + F, \quad (8.49)$$

где A , B , E — постоянные коэффициенты, определяющие характер изменения диаметра гиперболического раструба; l — общая длина воздушного канала инструмента; x — расстояние от начала канала до точки определения его диаметра.

Коэффициенты A , B , E и другие геометрические параметры акустического звукового канала медных инструментов с гиперболическими рупорами приведены в табл. 8.10.

Таблица 8.10. Некоторые параметры воздушных каналов инструментов с гиперболическими раструбами при отключенных кронах *

Инструмент	Общая длина воздушного канала l_{Φ} , мм	Длина гиперболической части канала l_{Γ} , мм	Диаметр канала в начале гиперболического раструба d_0 , мм	Наибольший диаметр раструба D , мм	A , мм ²	B , мм	E , мм
Труба с поворотным вентиляльным механизмом							
in B	1 314	700	11,5	125	2 939	25	7,44
in E_s	2 036	700	12	130	3 182	26	7,62
Труба с помповым вентиляльным механизмом in B	1 314	635	11,5	120	2 819	25	7,24
Корнет in B	1 332	500	12	120	2 954	26	6,39
То же с удлиненной гиперболической частью	1 331,5	550	12	120	2 940	26	6,9
Корнет in E_s	973	475	11	110	2 605	25	5,8
Валторна in F	3 655	1 490	12	310	12 240	40	4
» in E_s	4 132	1 490	12	310	12 240	40	4
Валторна двойная $\frac{\text{in } F}{\text{in } B}$	$\frac{3 655}{2 680}$	1 490	12	310	12 240	40	4
Тромбон in B	$\frac{2 734}{3 866}$	500	19	200	5 756	30	8,14
Пионерский горн in B	1 325	440	11	120	2 880	25	4,8
Фанфара	2 020	605	11	130	3 098	25	6,1

Примечания: 1. Длина воздушного канала двойной валторны при закрытых вентилях приведена в числителе, при нажатом клапане четвертого вентиля — в знаменателе. 2. Длина воздушного канала тромбона при вдвинутом кроне (шуге) дана в числителе, при выдвинутом — в знаменателе. 3. За выдвигаемым краном у тромбона имеется конический участок длиной примерно 330 мм, на котором диаметр канала увеличивается от 14 до 19 мм.

* Таблица составлена по результатам замеров П. Н. Зимина.

Коэффициенты A , B , E могут быть найдены при известном одном из промежуточных значений диаметра раструба:

$$A = \frac{(D - d_0)(D - d_1)(x - x_0)(l_\Phi - x_0)(l_\Phi - x_1)(d_1 - d_0)}{[(D - d_1)(x_1 - x_0) - (l_\Phi - x_1)(d_1 - d_0)]^2}; \quad (8.50)$$

$$B = \frac{(l_\Phi - x_0)(l_\Phi - x_1)(d_1 - d_0)}{(D - d_1)(x_1 - x_0) - (l_\Phi - x_1)(d_1 - d_0)}; \quad (8.51)$$

$$E = \frac{d_0(D - d_1)(x - x_0) - D(l_\Phi - x_1)(d_1 - d_0)}{(D - d_1)(x_1 - x_0) - (l_\Phi - x_1)(d_1 - d_0)}, \quad (8.52)$$

где D — диаметр выходного отверстия раструба; d_0 — диаметр канала в начале гиперболического раструба; x_0 — расстояние от начала канала инструмента (чашки мундштука) до начала гиперболического раструба; x_1 — расстояние от начала канала до плоскости сечения раструба с диаметром d_1 ($x_0 < x < l_\Phi$).

У инструментов с экспоненциальным раструбом сечение воздушного канала на значительном протяжении изменяется по экспоненциальному закону:

$$s = s_0 e^{\delta(x-x_0)}, \quad (8.53)$$

где s_0 — площадь сечения канала в начале экспоненциального раструба; δ — показатель крутизны экспоненты; x — расстояние от начала канала до рассматриваемой плоскости сечения раструба ($x_0 \leq x \leq l_\Phi$); x_0 — расстояние от начала канала до начала раструба.

Диаметр раструба будет изменяться следующим образом:

$$d = d_0 e^{\delta_p(x-x_0)}, \quad (8.54)$$

где d_0 — диаметр канала в начале экспоненциального раструба; δ_p — показатель крутизны экспоненты диаметра ($\delta_p = \delta/2$).

Величина подкасательной экспоненты остается всегда постоянной (рис. 8.17), что упрощает графическое построение мензуры раструба. Практически у инструментов с экспоненциальным рупором диаметры воздушных каналов описываются не одной, а несколькими зависимостями. Так, после чашки мундштука форма канала близка к конической, далее следует, как правило, цилиндрическая или коническая с малым углом наклона часть. В цилиндрическую часть канала встраивают вентиляльные механизмы. Затем начинается раструб, диаметр которого изменяется по экспоненциальному закону, за исключением конечной части, рассчитываемой по гиперболическому закону [см. формулу (8.49)]. Некоторые размеры воздушных каналов с экспоненциальным раструбом приведены в табл. 8.11.

У инструментов низкого звучания (баритон, туба, бас-геликон, контрабасовые туба и геликон) в начале раструба сразу же за чашкой мундштука находится коническая часть, расширяющаяся от 13...14 до 16...20 мм.

Мензура мундштуков. Мундштук состоит из чашки, устья и канала (рис. 8.18). Под мензурой мундштука понимается совокупность размеров и форм его внутренних полостей. От мензуры

Таблица 8.11. Некоторые параметры воздушных каналов инструментов с экспоненциальными раструбами *

Инструмент	Общая длина воздушного канала l_{ϕ} , мм	Приближенная длина расширяющихся участков канала раструба $l_{\phi} - x_0$, мм	Диаметр канала в начале раструба d_0 , мм	Приближенная длина экспоненциальной части раструба $x - x_0$, мм	Приближенное значение показателя экспоненты δ_p , 1/м	Диаметр канала в начале гиперболического раструба d_{0r} , мм	Длина гиперболической части раструба l_r , мм	Диаметр выходного отверстия раструба D , мм	A , мм ²	B , мм	E , мм
Флюгельгорн in B с вентиляльным механизмом											
поворотным	1300	1060	11,5	910	1,47	44	150	140	2459	22,3	29,74
помповым	1300	1025	11	915	1,48	42,4	150	140	2249	20,3	29,2
Альтгорн овалный с поворотным вентиляльным механизмом	1999	1360	15	1060	1,12	48,4	300	200	4175	25,4	35,6
Альтгорн с помповым вентиляльным механизмом	2000	1500	12	1200	1,11	45,2	300	200	3726	22,4	33,66
Альтгорн круглый in Es	1961	1450	12	1050	1,107	38,3	400	290	4280	16,34	28,06
Теноргорн с вентиляльным механизмом											

поворотным	2694	1860	15	1460	0,87	52,5	400	250	6880	32,237	36,58
помповым	2692	2030	14	1630	0,877	58,2	400	250	7800	37,2	40,36
Баритон с вентиляльным механизмом											
поворотным	2661	1800	18	1400	1	76	400	275	13 526	59,2	46,55
помповым	2660	1970	16	1570	1,035	81,2	400	275	15 080	66,7	48,9
Туба in Es с вентиляльным механизмом											
поворотным	4050	2990	18	2495	0,66	95,5	465	360	12 815	44,25	70,4
помповым	4048	3361	18	2786	0,61	96,6	575	360	18 833	64,3	67,1
Бас-геликон in Es											
австрийской системы	4050	3200	18	2715	0,69	117,4	485	360	16 088	59,11	87,83
кавалерийский	4046	3285	18	2770	0,69	117,4	515	360	16 873	62,07	88,16
Туба-контрабас in B с вентиляльным механизмом											
поворотным	5480	4380	20	3765	0,47	121,7	615	400	23 906	76,4	87,1
помповым	5480	4440	20	3840	0,52	118,3	600	400	22 716	71,999	84,496
Контрабас-геликон in B австрийской системы	5480	4605	18	4105	0,46	132,1	500	400	15 801	53,299	103,54

* Таблица составлена по результатам замеров П. Н. Зимина.

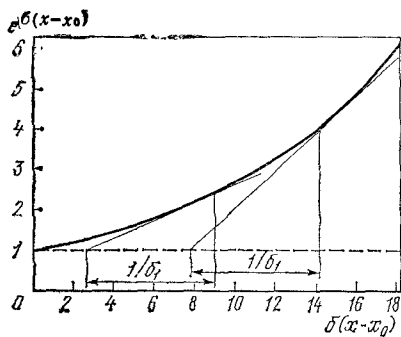


Рис. 8.17. Экспонента и ее подкасательные

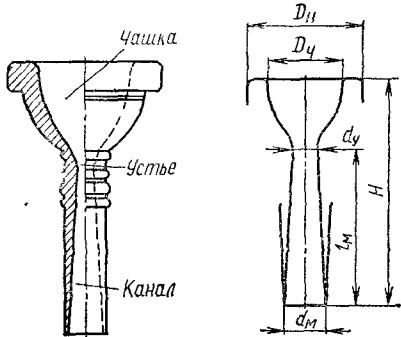


Рис. 8.18. Устройство мундштука и расчетная схема

мундштука зависят удобство и легкость звукоизвлечения и в некоторой мере спектральный состав звука.

Мундштуки изготовляют различных размеров для того, чтобы каждый музыкант смог подобрать мундштук под свой амбушюр. Точный подбор мундштука позволяет уменьшить утомляемость губ при продолжительной игре и повысить точность интонации.

Экспериментально установлено, что более резкий переход от чашки к устью способствует увеличению высших обертонов в спектре звука и некоторому уменьшению амплитуд низких частичных тонов, делает тембр более ярким. Плавный переход от чашки к устью делает тембр более мягким. Мундштуки первого типа предпочтительнее для оркестровых труб, второго типа — для валторн. С увеличением диаметра чашки улучшаются условия колебаний губ с более низкими частотами и соответственно извлечения более низких звуков, но несколько усложняются условия извлечения высоких звуков. Опытным путем установлена приблизительная зависимость отношений квадратов диаметров чашек мундштуков D_4 и собственных частот f_0 воздушных столбов инструментов:

$$D_{q1}/D_{q2} = \sqrt{f_{02}/f_{01}}. \quad (8.55)$$

Чем больше диаметр устья мундштука, тем большую громкость можно получить и тем труднее будет играть на инструменте из-за большого расхода воздуха. Экспериментально установлена взаимосвязь диаметра устья d_y и наружного диаметра чашки:

$$0,22D_4 \leq d_y \leq 0,28D_4. \quad (8.56)$$

Большая величина диаметра устья встречается у мундштуков валторн, меньшая — у мундштуков труб. Воздушные каналы

мундштуков имеют форму, близкую к конусообразной. Разница диаметров выходной части конуса и основного канала инструмента в месте их сочленения не должна превышать 1...1,5 мм. Средние размеры воздушных каналов мундштуков основных медных инструментов приведены в таблице 8.12.

Таблица 8.12. Средние значения основных размеров мундштуков медных инструментов, мм

Инструмент	Тональность	Наружный диаметр чашки D_n	Внутренний диаметр чашки D_q	Диаметр устья d_y	Отношение глубины чашки к диаметру чашки l_q/D_q		Длина мундштука $H = l_q + l_m$
					минимальное	максимальное	
Корнет	<i>Es</i>	23	14,5	3,3	0,6	1,12	70
»	<i>B</i>	26	16,5	3,8	0,76	1,26	70
Труба	<i>B</i>	26	16,5	3,8	0,61	1,15	85
Альтгорн	<i>Es</i>	31	20	4,6	0,95	1,37	75
Теноргорн	<i>B</i>	35,4	23	5,3	1	1,3	80
Баритон	<i>B</i>	38,3	25	5,75	0,95	1,36	85
Тромбон	<i>B</i>	38,3	25	5,75	0,95	1,2	85
Туба	<i>Es</i>	44,7	29,4	6,8	1,02	1,26	95
»	<i>B</i>	49,9	33	7,6	1,03	1,28	95
Валторна	<i>F</i>	24	17	4,6	1,45	2,1	65

Подстройка частоты. Строй медных инструментов определяется их конструкцией. Настройка инструментов практически задается уже при их изготовлении. Однако некоторую подстройку можно выполнять смещением в небольших пределах кронов. Для смещения строя в целом вверх или вниз предусматриваются обычно кроны общего строя. Возможность использования этих кронов для изменения строя весьма ограничена, так как изменение общей длины воздушного канала инструмента должно сопровождаться пропорциональным изменением расстояний между вентилями. Поэтому медные духовые инструменты обычно не подстраивают под другие инструменты.

8.4. МЕНЗУРА ДЕРЕВЯННЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

Под мензурой деревянного духового инструмента понимают совокупность размеров воздушных каналов, выполняющих роль акустического резонатора. При этом изогнутые части инструментов при расчетах считают спрямленными.

Особенности мензуры деревянных инструментов. Получение хроматической гаммы звуков в деревянных инструментах достигается не путем включения дополнительных кронов и удлинения тем самым воздушного канала, как в медных инструментах, а путем включения дополнительных отверстий в канале и уменьшения его рабочей длины. При таком методе изменения частоты удается получить более точную гамму частот равномерно-темперированного строя. Степень повышения частоты определяется местом расположения дополнительных боковых отверстий (кла-

панов), а также их глубиной и диаметром, высотой подъема открывающих (закрывающих) боковые отверстия клапанов, точностью распределения отверстий по длине акустического канала. Чем больше диаметр бокового отверстия и меньше его глубина (толщина стенки инструмента), тем легче возбуждается звук. Однако при увеличении диаметра отверстия и уменьшении его глубины требуется некоторое смещение центра отверстия в сторону раструба.

Боковые отверстия деревянных инструментов подразделяют на отверстия, не имеющие клапанов, с открывающимися клапанами и с закрывающимися клапанами.

Отверстия, не имеющие клапанов, называют основными. С их помощью получают основной диатонический звукоряд инструмента. Эти отверстия закрываются пальцами рук. В современных инструментах они обычно армируются специальными кольцами (очками), которые помогают точнее перекрывать пальцами отверстия.

Отверстия с открывающимися клапанами в исходном состоянии закрыты и открываются при нажатии на клапан. Они служат для получения альтерированных тонов, не входящих в состав основного диатонического звукоряда.

Отверстия с закрывающимися клапанами в исходном состоянии открыты и закрываются при нажатии на клапан. Эти отверстия (клапаны) называют добавочными. С их помощью получают самые низкие звуки инструмента. Количество таких клапанов делают от 2 до 7. Этими клапанами управляют мизинцами (у фаготов — большими пальцами).

Чтобы можно было извлекать одни и те же звуки разными пальцами, предусматривают управление одним клапаном с помощью нескольких рычагов.

У гобоя, кларнета и фагота делают так называемые *октавные* клапаны, представляющие собой отверстия малого размера, и их располагают обычно с противоположной основным отверстиям стороны, открывающие их клапаны нажимают большим пальцем левой руки.

В спектрах звуков флейты, гобоя и фагота содержатся как четные, так и нечетные частичные тоны. При передувании частота звука повышается на октаву, две октавы и т. д., поэтому эти инструменты называют *октавирующими*.

В спектрах звуков кларнетов содержатся в основном нечетные частичные тоны. При передувании частота звука повышается на квинту через октаву, поэтому эти инструменты называют *квинтирующими*.

Основные размеры канала*. Размеры воздушного канала духового инструмента определяют диапазон звучания, легкость

* Цифровые данные размеров воздушных каналов деревянных инструментов подготовлены сотрудником лаборатории духовых и ударных инструментов НИКТИМПа П. Ю. Кузнецовым.

звукоизвлечения и оказывают влияние на спектральный состав звуков деревянных инструментов (табл. 8.13). Расположение боковых отверстий клапанов и их размеры приведены в табл. 8.14.

Т а б л и ц а 8.13. Основные размеры воздушных каналов инструментов

Инструмент	Общая длина воздушного канала, мм		Диаметр выходного отверстия раструба, мм
	минимальная	максимальная	
Флейта-пикколо	270,4	276,2	9,3
Флейта большая	605	616,5	19
Флейта-альт	805,4	820,9	26
Кларнет	741,5	741,5	58
Гобой	596,5	596,5	37

У флейты-пикколо на длине 76,7 мм (при полностью вдвинутой регулировочной пробке) от закрытого конца внутренний диаметр воздушного канала составляет 11 мм. Затем на участке 162,2 мм диаметр сужается до 7,8 мм, потом на участке 31,5 мм расширяется до 9,3 мм.

У большой флейты на закрытом конце внутренний диаметр воздушного канала составляет 16,6 мм, затем на длине 178 мм он расширяется до 19 мм и остается неизменным до выходного отверстия раструба.

У флейты-альт на всем протяжении воздушного канала внутренний диаметр равен 26 мм.

Диаметр воздушного канала кларнета в строе *си-бемоль* за мундштуком с тростью составляет 15 мм, затем на длине 490 мм он увеличивается до 22 мм. Длина раструба кларнета составляет 108 мм. Внутренний диаметр раструба изменяется по длине следующим образом:

Расстояние от выходного отверстия, мм	0	8	28	48	68	108
Диаметр воздушного канала, мм	58	56	50	43	38	22

У гобоя внутренний диаметр воздушного канала увеличивается после мундштука с тростью на длине 506,5 мм от 5 до 17 мм. Диаметр раструба изменяется по длине следующим образом:

Расстояние от выходного отверстия, мм	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Диаметр воздушного канала, мм	37	34,5	32,1	29,8	27,2	24,7	22	19,4	17,5	17

Параметры тростей. Трости являются возбудителями колебаний духовых инструментов деревянной группы. Их изготавливают из определенных пород тростника (ботаническое название

Таблица 8.14. Расположение боковых отверстий клапанов и их размеры

Номер отверстия от открытого конца раструба	Расстояние от открытого конца раструба до центра отверстия, мм	Диаметр отверстия, мм	Средняя глубина отверстия, мм	Номер отверстия от открытого конца раструба	Расстояние от открытого конца раструба до центра отверстия, мм	Диаметр отверстия, мм	Средняя глубина отверстия, мм
<i>Флейта-пикколо</i>				<i>Кларнет in B</i>			
1	24,5	7,5	1,1	1	131,1	7,1	3
2	39,7	7	1,1	2	146,3	14	4
3	54,7	7	1,1	3	172,8	14	4
4	69,1	6,3	1,1	4	195,3	14	4
5	80,7	6,3	1,1	5	227,9	10,5	3
6	93,4	5,8	1,1	6	255,2	11,5	3
7	94,2	5,8	1,1	7	287,1	10,4	3
8	104,1	5,8	1,1	8	325,8	11,5	3
9	115,4	5,8	1,1	9	401	5	3
10	128	5,8	1,1	10	411,5	8	4
11	139,2	4	1,1	11	425	2,6	3
12	150,2	4	1,1	12	430,3	5,8	3
13	161	4	1,1	13	432,5	5,4	3
14	172,7	4	1,1	14	448,7	4,1	3
				15	478,5	5	3
				16	480,5	10,9	3
				17	488,9	4,8	3
				18	506,3	4,7	3
				19	516,7	5,1	3
				20	526,4	5,3	3
				21	552,3	4,4	3
<i>Флейта большая</i>				<i>Гобой</i>			
1	43	15,5	1,5	1	27	6	6,4
2	77,2	15,5	1,5	2	83,5	6	6
3	110,5	15,5	1,5	3	112,5	3	6,5
4	142,2	14	1,5	4	123	2,4	6,5
5	171,9	14	1,5	5	132	2,6	6,5
6	198,5	14	1,5	6	150	2,4	6,5
7	224,1	14	1,5	7	165	3,7	5,5
8	246,8	13,3	1,5	8	180	3,2	6,5
9	269,8	13,3	1,5	9	181	3,2	6,5
10	292,5	13,3	1,5	10	196,5	3,8	5,5
11	313,4	13,3	1,5	11	226	4	5,8
12	331,5	12,4	1,5	12	256,5	6	5,5
13	365,5	6,7	1,5	13	272,5	4	6,3
14	400,5	6,7	1,5	14	288,5	6	6
				15	301,5	6,7	6,2
				16	318,6	5,5	5,5
				17	356,5	7	6
				18	356,5	4,6	6,5
				19	287,5	9,5	5,5
				20	422,5	7,8	6
				21	456,5	9,5	5,5
				22	495,2	11	5,5
<i>Флейта-альт</i>							
1	65	19	1,7				
2	109,5	19	1,7				
3	152	19	1,7				
4	191,5	19	1,5				
5	231	19	1,5				
6	267	19	1,5				
7	301,9	19	1,5				
8	331,5	19	1,5				
9	360	19	1,5				
10	389,5	19	1,5				
11	418,1	19	1,5				
12	442,5	19	1,5				
13	480	11,1	1,2				
14	505,8	11,1	1,2				
15	530,7	11,1	1,2				

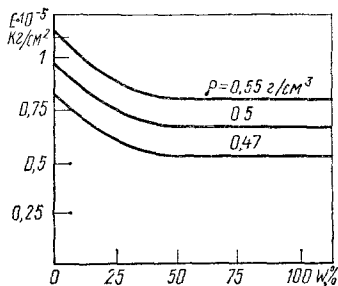


Рис. 8.19. Зависимость модуля упругости тростника с поверхностным слоем от его влажности

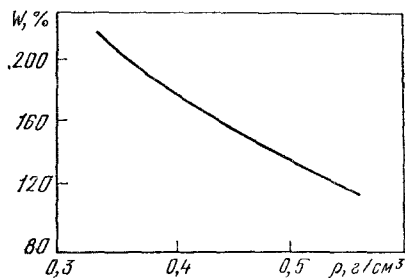


Рис. 8.20. Зависимость влагопоглощения тростника от его плотности

Arundo donax). Основные показатели качества тростника — плотность, модуль упругости, декремент затухания, гигроскопичность и геометрические размеры.

Плотность тростника зависит от условий произрастания, технологии заготовки, условий хранения и т. д. Плотность тростника при наличии более твердого поверхностного слоя составляет 0,43...0,66 г/см³, без поверхностного слоя — 0,34...0,58 г/см³. Модуль упругости тростника составляет 71 000...125 000 г/см² с поверхностным слоем, 42 000...100 000 г/см² без поверхностного слоя.

Влажность тростника, определяемая отношением массы содержащейся в нем воды к массе абсолютно сухого вещества, влияет на модуль упругости тростника (рис. 8.19). С повышением влажности модуль упругости падает. У тростника большей плотности относительное снижение модуля упругости меньше.

При пребывании заготовленного тростника длительное время в воде происходит частичное вымывание твердого вещества,

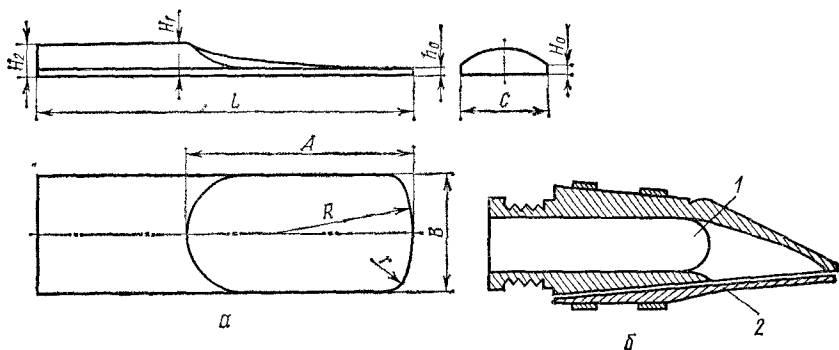


Рис. 8.21. Одинарная трость:
а — общий вид; б — положение в кларнете; 1 — канал; 2 — трость

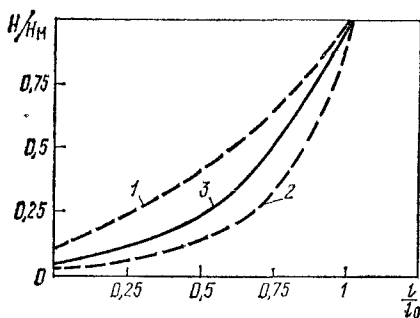


Рис. 8.22. Разброс кривых профиля среза тростей:

1 — граница максимальных значений; 2 — граница минимальных значений, 3 — кривая средних значений; l/l_0 — относительное расстояние от тонкого конца среза до рассматриваемой точки трости; H/H_0 — относительная толщина трости

Разброс кривых профиля среза изготавливаемых тростей показан на рис. 8.22.

Трость гобоя представляет собой две легкие пластинки, вырезанные из тростника и сложенные друг с другом таким образом, чтобы в середине оставалась щель (рис. 8.23, вид А). Щель под действием потока воздуха изменяет размеры, модулируя поток и возбуждая колебания столба воздуха внутри канала инструмента. Пластинки двойной трости 3 с помощью обычных ниток 4 крепятся к конической латунной трубке 2, которая плотно вставляется в пробковый (или другой) цилиндр 1. Наружная поверхность 5 цилиндра 1 входит в отверстие внутреннего канала гобоя. Геометрические размеры трости гобоя приведены в табл. 8.16.

Таблица 8.15. Размеры тростей кларнета и саксофонов, мм

Параметр	Кларнет	Саксофон-альт	Саксофон-тенор
A	32...33	35...36	40...42
B	12...12,5	15,5...16	16...17
C	10...10,3	13,5...14	14...15
h_0	0,1...0,16	0,12...0,18	0,15...0,22
H_0	4,3...1,8	1,2...1,8	1,5...1,9
H_1	2,5...3	3...3,5	3...3,5
H_2	2,5...3	3...3,5	3...4
L	67...68	68...70	78...80
R	12	15	18
r	2	3	4

Примечание. Обозначения параметров показаны на рис. 8.21, а.

что может привести к уменьшению плотности на 10...20 % (рис. 8.20). Поэтому трости инструментов, увлажняемые при игре слюной, со временем теряют упругие свойства, в результате чего возрастает их декремент затухания. Срок службы трости при интенсивной игре обычно не превышает 3...4 нед. Трости из более плотного тростника более долговечны.

Общий вид одинарной трости и положение ее в инструменте показаны на рис. 8.21, а геометрические размеры приведены в табл. 8.15. Раз-

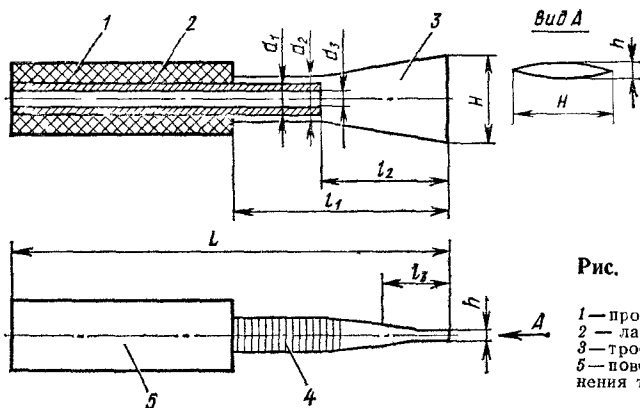


Рис. 8.23. Трость гобоя:

- 1 — пробковая насадка;
 2 — латунная трубка;
 3 — трость; 4 — нитки;
 5 — поверхность соединения трости с инструментом

Участок трости l_3 (см. рис. 8.23) обработан со снятием наружного твердого слоя тростника. Толщина наружной (рабочей) части пластинок трости 3 составляет 0,01...0,05 мм, толщина части, крепящейся нитками к латунной трубке, — 0,2...0,3 мм. Толщина стенок латунной трубки 2 0,1...0,3 мм.

Таблица 8.16. Размеры тростей гобоя и фагота, мм

Параметр	Гобой			Фагот		
	Средний размер	Разброс размеров		Средний размер	Разброс размеров	
		в сторону уменьшения	в сторону увеличения		в сторону уменьшения	в сторону увеличения
L	68	65	70	440	410	470
l_1	35	33	37	54	50	58
l_2	22	20	24	35	32	38
l_3	11	10	13	26	23	29
H	7	6,8	8	15	13	17
h	1	0,8	1,4	1,8	1,4	2,2
d_1	4,5	4	5	9	8,5	9,5
d_2	3	2,8	4	12	11,5	13
d_3	2,6	2,2	3	4	3,7	4,5

Примечание. Обозначения параметров показаны на рис. 8.23.

Трость фагота имеет аналогичную трости гобоя конструкцию, но латунная трубка для него значительно длиннее и криволинейной формы, а размеры пластинок несколько больше (см. табл. 8.16). Толщина стенки латунной трубки со стороны трости составляет 0,2...0,3 мм, а со стороны сочленения с инструментом — 0,6...0,9 мм. В месте сочленения трубки с инструментом накладывается слой ниток для обеспечения необходимой плотности.

Музыканты по игровым свойствам подразделяют трости на легкие, средние и тяжелые, при этом учитываются конструкция

тростей, плотность и модуль упругости тростника. Легкие трости более гибки. Гибкость тростей определяют путем сравнения прогибов их рабочих концов.

8.5. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА СТРОЙ

Духовые инструменты больше других инструментов подвержены воздействию температуры окружающей среды. С изменением температуры воздуха скорость распространения звука также изменяется в следующей зависимости:

$$c = 331,5 \sqrt{1 + 0,00367t}, \quad (8.57)$$

где t — температура воздуха, °C.

Как следует из соотношений (8.18) и (8.19), это должно привести к изменению собственной частоты колебаний воздушного столба в канале инструмента. Подставив соотношение (8.18) или (8.19) и соотношение (8.57) в формулу (2.9), найдем зависимость частоты (в центах) от изменения температуры воздуха:

$$S_c = 1200 \log_2(f_2/f_1) = 600 \log_2[(1 + 0,00367t_2)/(1 + 0,00367t_1)], \quad (8.58)$$

где t_1 и t_2 — соответственно начальная (расчетная) и конечная температура воздуха, °C.

Так, при изменении температуры на 1°C (с 25 до 26°C) частота собственных колебаний воздушного столба изменится на величину $S_c = 600 \log(1 + 0,00367 \cdot 26)/(1 + 0,00367 \cdot 25) = = 2,9$ цента.

При изменении температуры корпуса инструмента происходит изменение его линейных размеров. Это приводит к частичной компенсации изменений частоты, которая в этом случае определяется зависимостью

$$f_0 = \frac{c_0}{2l} = \frac{c_0 \sqrt{1 + \alpha_1 t_1}}{2[l_\Phi (1 + \alpha_2 \Delta t_2) + \alpha_3 r_2]}, \quad (8.59)$$

где c_0 — скорость звука при 0°C ($c_0 = 331,5$ м/с); α_1 — температурный коэффициент воздуха ($\alpha_1 = 0,00367$ град⁻¹), l_Φ — фактическая длина воздушного канала инструмента; α_2 — температурный коэффициент линейного расширения материала инструмента (для латуни $\alpha_2 = 0,000018$ град⁻¹); Δt_2 — изменение температуры корпуса инструмента против расчетной; α_3 — коэффициент, учитывающий влияние открытого раструба ($\alpha_3 \approx 0,7$); r_2 — радиус раструба инструмента.

При изменении температуры на 1°C (с 25 до 26°C) с учетом изменения линейных размеров трубы с длиной канала 1,314 м и диаметром раструба 0,115 м изменение частоты составит $S_c \approx 2,8$ цента. Температурные изменения размеров инструмента лишь частично компенсируют изменения частоты, возникающие за счет повышения (понижения) температуры воздуха.

Практически процесс изменения частоты в духовых инструментах сложнее из-за влияния температуры вдуваемого воздуха и температуры рук музыканта. В паузах при исполнении музыкальных произведений инструмент и воздух в нем могут успеть охладиться, в результате чего произойдут заметные изменения частоты. Музыканту приходится компенсировать их, регулируя натяжение губ или поджатие трости.

На практике при игре на медных инструментах температурные погрешности частоты могут достигать 30 центов и более. При изменении температуры на 1°C частота изменяется для медных инструментов от 1 до 3 центов, для деревянных инструментов — от 0,6 до 2 центов. Большие температурные изменения частоты соответствуют саксофону, меньшие — гобою и фугу.

8.6. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Зависимость строя инструмента от исполнительских приемов музыканта. Практика показывает, что приемы игры музыканта влияют на высоту извлекаемых звуков. Частота колебаний при извлечении одного и того же тона на одном инструменте, как правило, не повторяется, если музыкант лишен возможности сравнивать ее с высотой (частотой) другого тона. Поэтому кривые настройки духового инструмента, снятые дважды с одного инструмента при извлечении звуков одним и тем же музыкантом, не повторяются.

Существуют некоторые максимальные и минимальные значения частоты при извлечении одного тона (рис. 8.24). Зона, ограниченная кривыми 1 и 2, указывает на возможность квалифицированных музыкантов варьировать высотой извлекаемого звука. Наиболее легко извлекаются звуки, имеющие среднее значение частоты в зоне разброса частот. При игре на инструментах деревянной группы зона разброса частот значительно уже (рис. 8.25, 8.26).

Влияние трости на строй инструментов деревянной группы. Экспериментальные исследования [50] показывают, что трость может оказывать некоторое влияние не только на спектр, динамический диапазон звука, но и на зону разброса строя инструмента, в пределах которой опытный музыкант может изменять частоту тона (рис. 8.27). При использовании легкой гибкой трости зона разброса строя инструмента в верхнем регистре может достигать 70 центов (рис. 8.27, а). При использовании же тяжелой, жесткой трости зона разброса частот существенно сужается, особенно в среднем и нижнем регистрах (рис. 8.27, б). Кроме того, среднее значение частоты при игре с тяжелой тростью несколько повышается.

Спектры звуков. Они в значительной мере характеризуют тембр инструмента. Нижний (основной) тон спектра определяет высоту звука. Обертоны и переходные процессы придают

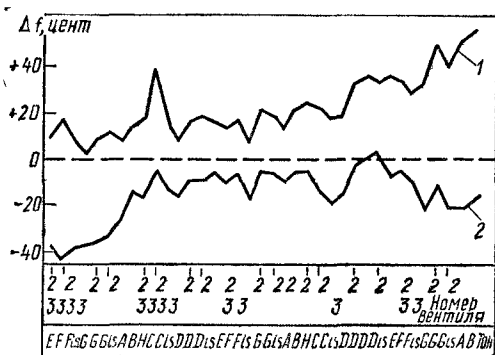


Рис. 8.24. Разброс частот трубы:
1—верхняя граница; 2—нижняя граница

ему определенную окраску (см. п. 2.11). Несмотря на одинаковую высоту и определенное сходство спектров медных инструментов (рис. 8.28), звуки каждого из них отличаются по тембру. Туба звучит более мягко, а тромбон более ярко, чем валторна. Максимальная амплитуда уровня интенсивности звука тромбона приходится не на основной тон, а на второй частичный тон, отличающийся по высоте на октаву от основного.

На огибающих спектров звуков выделяются формантные области на частотах 0,5 и 1 кГц у фагота; 0,3 и 0,7 кГц у контрфагота и 0,6 и 1,8 кГц у тромбона (рис. 8.29). Для инструментов с двойной тростью типично более четкое выделение формантных областей, не зависящих от основного тона, и большое количество обертонов, порождаемых тростью.

Спектры звуков *до-диез* малой октавы саксофона и кларнета показаны на рис. 8.30. У нечетных гармоник кларнета большие амплитуды, чем у четных. Аналогичный эффект наблюдается у закрытых органной трубы и частично у валторны (см. рис. 8.28, а). Он придает звукам своеобразный тембр, удобный для передачи мрачного и тревожного состояния в диапазоне малой октавы при достаточной их интенсивности. В ниж-

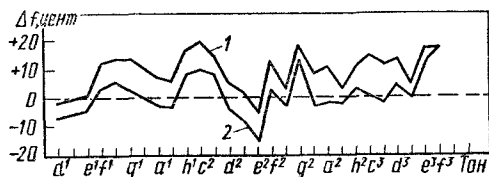
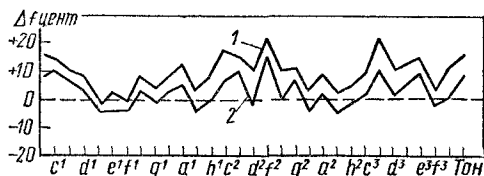


Рис. 8.25. Разброс частот поперечной флейты:
1—верхняя граница; 2—нижняя граница

Рис. 8.26. Разброс частот гобоя:
1—верхняя граница; 2—нижняя граница



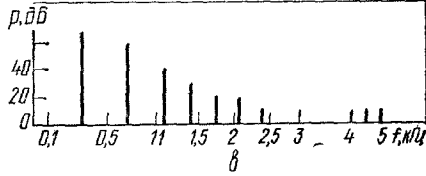
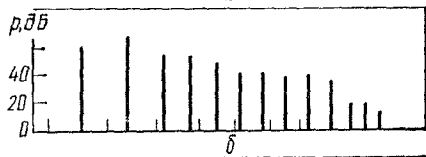
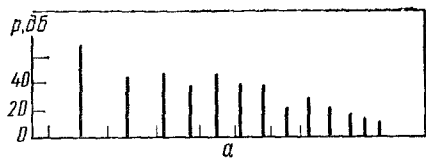
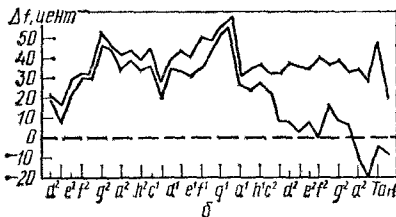
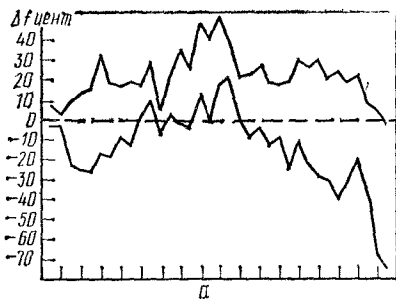


Рис. 8.27. Разброс частот кларнета при использовании трости:
а — легкой; б — тяжелой

Рис. 8.28. Спектр звука фа первой октавы:
а — валторны; б — тромбона; в — тубы

нем регистре звук делается глухим, в верхнем — жестким, су-
ровым.

Игра на духовых инструментах сопровождается шумовым
фоном, который особенно заметен у деревянных инструментов.
Уровень его может достигать 20 дБ.

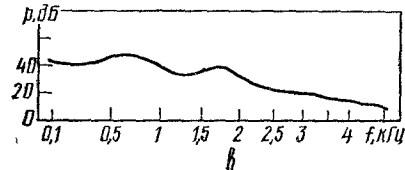
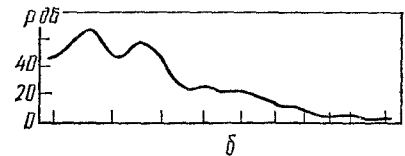
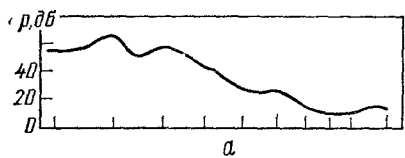


Рис. 8.29. Огибающая спектра звука
ля-диез контроклавьи:
а — фагота; б — контрфагота; в — тромбона

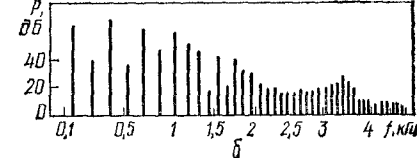
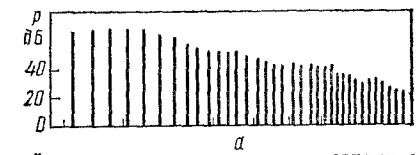


Рис. 8.30. Спектр звука до-диез ма-
лой октавы:
а — саксофона; б — кларнета

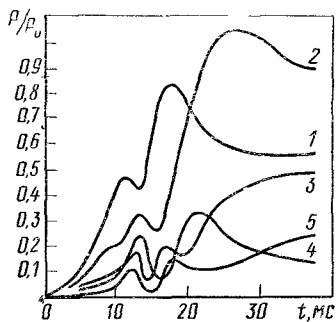


Рис. 8.31. Нарастание звукового давления в саксофоне (цифры у кривых — номера гармоник)

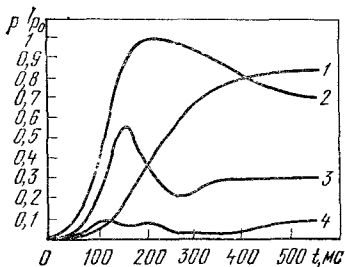


Рис. 8.32. Нарастание звукового давления регистра принципиала восьмифутовой трубы органа (цифры у кривых — номера гармоник)

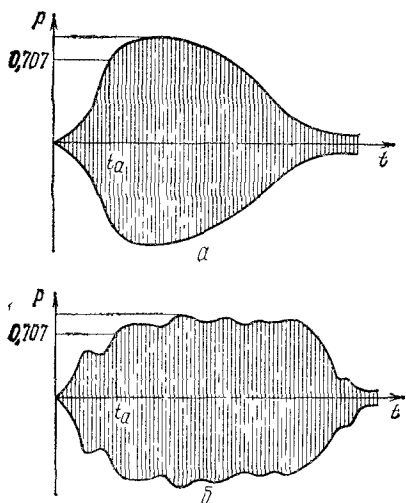


Рис. 8.33. Осциллограмма атаки и затухания звуков: а — флейта; б — фагот

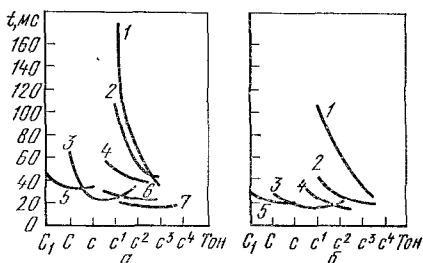


Рис. 8.34. Зависимость длительности нарастания звука деревянных духовых инструментов от высоты тона при игре:

а — пиано; б — форте; 1 — флейта; 2 — гобой; 3 — фагот; 4 — английский рожок; 5 — контрфагот; 6 — кларнет; 7 — флейта-пикколо

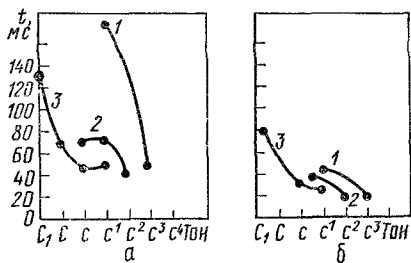


Рис. 8.35. Зависимость длительности нарастания звука медных духовых инструментов от высоты тона при игре:

а — пиано; б — форте; 1 — труба; 2 — тромбон; 3 — туба

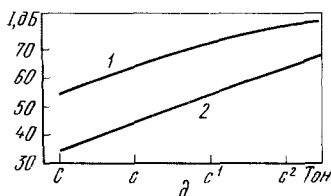
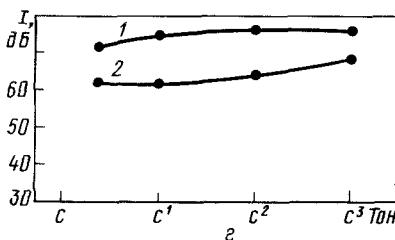
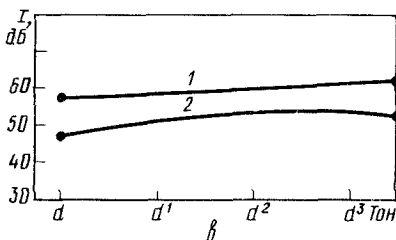
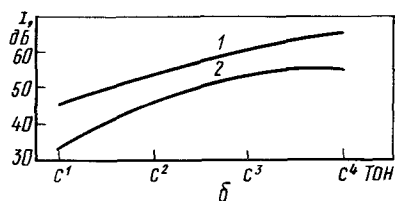
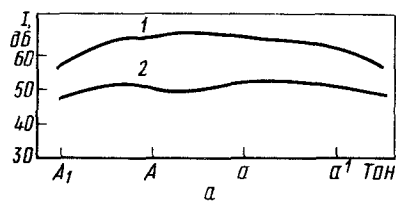


Рис. 8.36. Динамический диапазон:
 а—фагота; б—флейты; в—кларнета; г—
 трубы; д—валторны; 1—игра фортиссимо;
 2—игра пианиссимо

Переходные процессы при возбуждении звуков. Тембр звука существенно зависит от характера переходных процессов, под которыми в первую очередь понимаются атака звука и его затухание. Атака и затухание в некоторой мере зависят как от приема игры, интенсивности извлекаемого звука, индивидуальных особенностей исполнителя, так и от вида инструмента (рис. 8.31, 8.32). Как следует из приведенных рисунков, процесс нарастания звука происходит неодновременно для различных гармоник. Кроме того, характер атаки для различных гармоник также различен. Это накладывает специфический оттенок на тембр звука, делает его более приятным на слух.

Поскольку процесс колебаний в духовых инструментах часто сопровождается флуктуациями амплитуды, за время атаки звука t_a принимают время увеличения амплитуды звукового давления до значения 0,707 максимального (рис. 8.33). Ориентировочные зависимости длительности нарастания звука от высоты тона при игре пиано и форте для духовых инструментов приведены на рис. 8.34, 8.35.

Динамический диапазон. Музыкант, изменяя интенсивность извлекаемых звуков, делает музыку более контрастной и эмоциональной. Возможность изменения интенсивности звука для конкретного музыкального инструмента определяет его динамический диапазон (рис. 8.36). Динамический диапазон духового

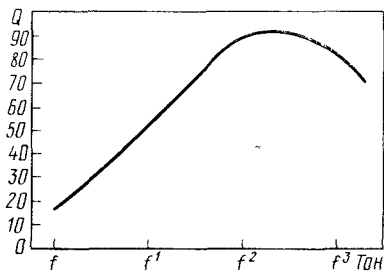


Рис. 8.37. Зависимость добротности трубы от высоты тона

инструмента зависит как от конструкции и качества инструмента, так и от искусства музыканта.

Добротность инструментов.

Добротность духового инструмента определяется шириной резонансной кривой (форманты) на частоте собственных колебаний воздушного столба в канале инструмента. С повышением добротности повышается устойчивость частоты извлекаемых звуков и облегчается их извлечение.

Однако чем выше добротность, тем сложнее музыканту регулировать частоту извлекаемого тона.

Средние значения динамического диапазона различных инструментов приведены ниже, дБ:

Гобой	7,5	Флейта	8
Кларнет	8,5	Труба	9
Фагот	11	Тромбон	17
Валторна	18	Туба	13

Практически добротность колебательной системы духового инструмента может изменяться от 5 до 100 и более (рис. 8.37).

Наличие шероховатостей и неровностей внутренних поверхностей воздушных каналов, неравномерность изменения диаметров, утечка воздуха через щели в неплотно закрываемых вентилях и клапанах, отток колебательной энергии при чрезмерно тонких стенках каналов приводят к понижению добротности резонансных систем духовых инструментов.

9. УДАРНЫЕ МУЗЫКАЛЬНЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ

9.1. СОСТАВ И ОСОБЕННОСТИ

Ударная группа музыкальных инструментов используется в современных оркестрах для ритмодинамического и темброворитмического оформления исполняемой музыки. В состав ударной группы входят перепоночные, или мембранные (литавры, барабаны), и пластиночные (ксилофоны, маримбы, металлофоны, тарелки, том-томы) инструменты. Эти ударные инструменты делят на *настраиваемые* и *ненастраиваемые* по высоте звука. Кроме того, большую подгруппу прочих ударных инструментов (треугольники, колокола, гонги, маракасы, клавесы, кастаньеты, трещотки и т. п.) составляют инструменты ударно-шу-

мового назначения, не определяемые едиными формой, конструкцией и характером звучания.

Перепоночные ударные инструменты. Звучащее тело таких инструментов — туго натянутая перепоночка (мембрана), представляющая собой хорошо выделанную кожу животного или синтетическую пленку. Звук возбуждается от удара по мембране палочками, колотушками, руками. Высота звука мембраны определяется ее размерами, усилием натяжения и местом возбуждения.

Литавры — настраиваемые ударные инструменты, состоящие из медного, латунного или алюминиевого котла с натянутой мембраной и механизмом для быстрого изменения усилия натяжения мембраны (рис. 9.1). В зависимости от размеров котла литавры делят на *малые, средние и большие*. Наружные диаметры котлов, определяющие рабочую поверхность мембраны, составляют 550...700 мм.

Частота собственных колебаний мембраны может изменяться с помощью ручного или педального механизма изменения натяжения мембраны. Так, малую литавру можно перестраивать по высоте звучания от тона *си* большой октавы до тона *соль* малой октавы; среднюю — от тона *ля* большой октавы до тона *ми* малой октавы; большую — от тона *ми* большой октавы до тона *до* малой октавы

Играют на литаврах деревянными колотушками, обтянутыми на утолщенных концах шарообразной или цилиндрической формы войлоком, фильцем или резиной, а иногда деревянными палочками или пальцами рук.

Барабан — ненастраиваемый инструмент, состоящий из цилиндрического металлического, пластмассового или деревянного корпуса (кадла) с натянутой с одной или двух сторон мембраной (рис. 9.2). На большом барабане играют колотушкой с шарообразным или цилиндрическим наконечником диаметром около 90 мм, обтянутым фильцем, войлоком или резиной (рис. 9.2, а), на малом — барабанными палочками (рис. 9.2, б). Колотушку, как правило, связывают с педальным

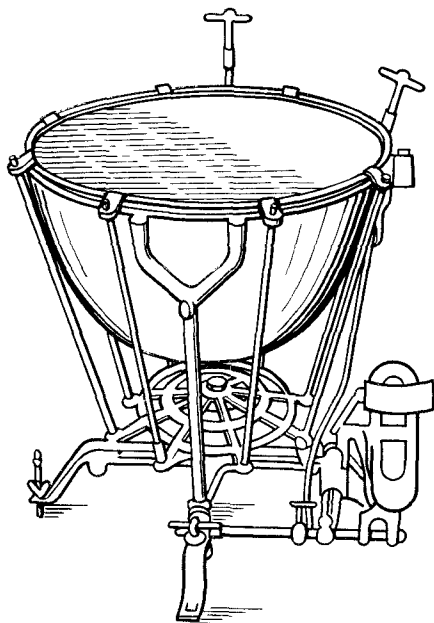
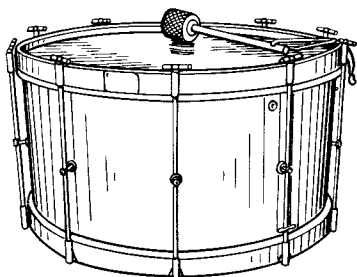
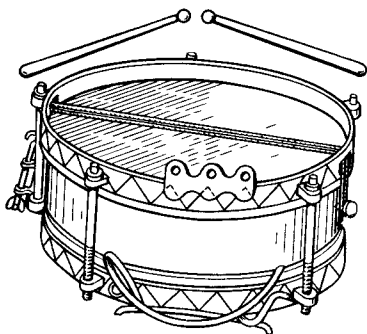


Рис. 9.1. Литавра с педальным механизмом



а



б

Рис. 9.2. Барабан:
а — большой; б — малый

ножным механизмом. Малый барабан часто снабжают натянутыми пружинообразными струнами, дающими специфический шумовой эффект.

Высота звучания барабанов определяется их размерами и не регулируется. Звук большого барабана низкий, глухой, малого — сухой, трескучий.

Диаметр кадла большого барабана 650...850 мм, малого — 320...450 мм. Высота кадла большого барабана 400...500 мм, малого — 75...270 мм. С увеличением высоты кадла звук становится более низким и чистым.

Том-том — ненастраиваемый инструмент, отличающийся от малого барабана большей высотой кадла и большим диапазоном диаметров мембран. У том-тома мембрана натянута всегда с двух сторон кадла и никогда нет натянутых пружинообразных струн, аналогичных применяемым иногда в малом барабане.

Существует большое разнообразие народных ударных музыкальных инструментов (нагары, бубны, бонги, конги и т. п.), которые имеют ограниченное применение.

Пластиночные ударные инструменты. Звучащее тело пластиночных ударных инструментов — пластина, возбуждаемая ударом по ней жестким предметом.

Ксилофон — настраиваемый инструмент, состоящий от двух до четырех рядов пластин толщиной около 20 мм шириной 30...35 мм и длиной 200...400 мм (рис. 9.3). Пластины изготавливают из ели, клена, палисандра или других пород древесины. Они узловыми точками опираются на опоры, представляющие собой жгуты или жильные струны, помещенные на специальной раме. Звук извлекается ударами деревянных молоточков по пластинам. Пластины ксилофона настраиваются обычно в соответствии с хроматическим звукорядом равномерно-темперированного двенадцатиступенного строя. У двухрядных ксилофонов

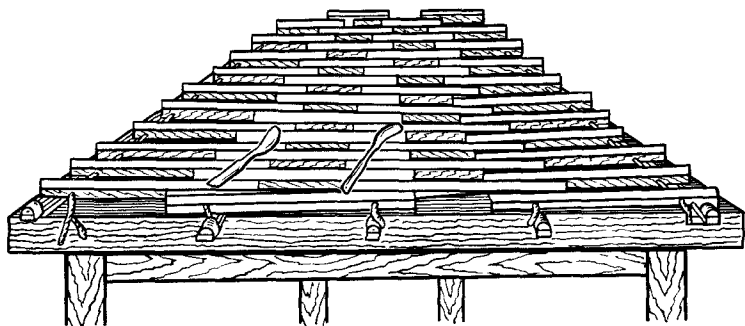


Рис. 9.3. Ксилофон

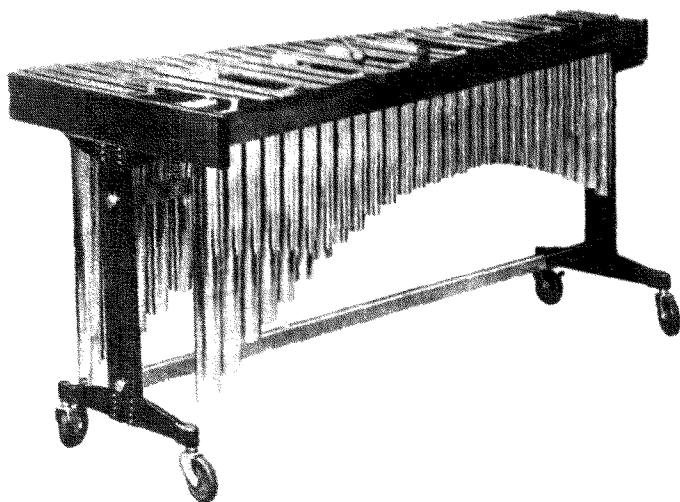


Рис. 9.4. Маримба

первый ряд пластин соответствует белым клавишам фортепиано, второй — черным. Диапазон звучания ксилофона 1,5...3,5 октавы. Настройка пластин осуществляется путем изменения их толщины в местах, находящихся за пределами опор (обычно по середине).

Маримба — настраиваемый инструмент, аналогичный ксилофону, но под деревянными пластинами подвешены металлические трубчатые резонаторы (рис. 9.4).

Колокольчики — настраиваемый инструмент, состоящий из 25...32 хроматически настроенных металлических пластинок, размещаемых на специальных шнуровых опорах в специальном ящике (рис. 9.5). Пластины располагают в два ряда в

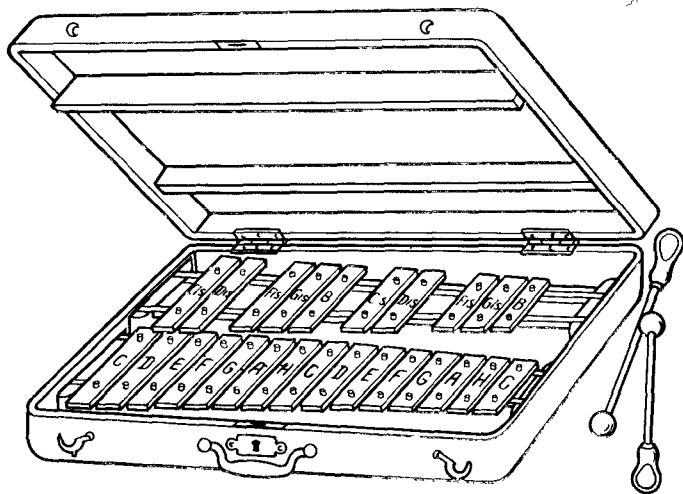


Рис 95 Колокольчики

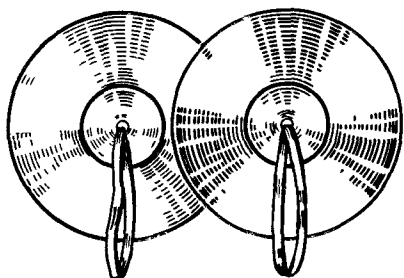


Рис 96 Тарелки

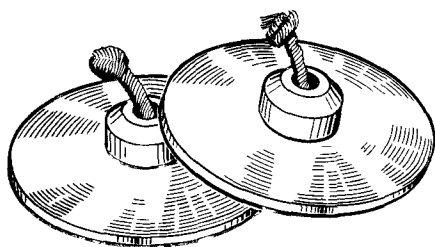


Рис 97 Кротали

соответствии с белыми и черными клавишами фортепиано Диапазон звучания колокольчиков обычно начинается с *до* второй октавы Звуки извлекаются ударами двух металлических (иногда деревянных) молоточков

Тарелки — ненастраиваемый инструмент в виде двух (иногда одного) металлических дисков (рис 96) Обычно различают тарелки *малые* диаметром 250 350 мм, *средние* диаметром 375 450 мм и *большие* диаметром 475 600 мм Толщина тарелок 1 2 мм Дисками либо ударяют друг о друга, либо играют барабанной палочкой или металлической щеточкой (метелочкой) Качество звука тарелок зависит от вида возбуждения, размеров, материала (сплава меди) и технологии их изготовления

Кротали (античные тарелки) — ненастраиваемый инструмент в виде металлических (бронзовых, латунных) дисков диаметром

50 150 мм и толщиной 3 8 мм (рис 97), ударяемых друг о друга Звук кроталей высокий (в пределах четвертой октавы), звенящий, напоминающий звучание колокольчиков Иногда кротали подбирают по высоте звучания в хроматической последовательности и извлекают звук, ударяя по ним деревянными палочками

Тамтам — ненастраиваемый ударный инструмент в виде металлического (из сплавов меди) диска со слегка загнутыми краями (рис 98) Диаметр диска 350 750 мм Диск подвешивается к стойке за края Звук извлекается ударом колотушки с войлочным утолщением на конце Звук тамтама звенящий, вибрирующий, несколько нарастающий после удара и затем плавно затухающий

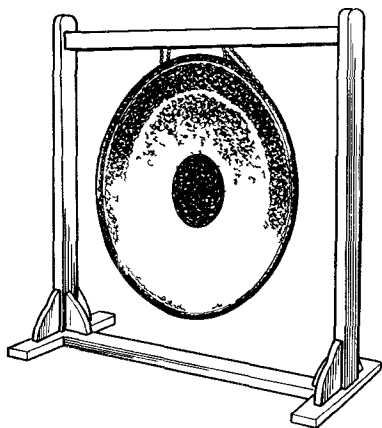


Рис. 98. Тамтам

9.2. АКУСТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ

Все звучащие тела ударных инструментов делят на перепонки (мембраны) и пластины, отдельно выделяют группу тел сложной формы

Плоские колебательные системы с пренебрежимо малой жесткостью в направлении, перпендикулярном их плоскости, называют мембранами Мембраны обычно имеют круглую форму и натянуты на круговую опору

Плоские колебательные системы, у которых толщина звучащих тел значительно меньше линейных размеров их плоских поверхностей, а жесткость в направлении плоских поверхностей велика, называют пластинами Пластины обычно не имеют жестких опор на краях

Ударные и шумовые инструменты со звучащими телами других форм (маракасы, колокола, пандейры и т д) акустически обычно не рассчитывают из за сложности таких расчетов и второстепенной роли, выполняемой ими в составе оркестров и ансамблей

Колебания мембраны без потерь. При ударе мембрана начинает колебаться, образуются быстро сменяющие друг друга выпуклости и вогнутости Чем больше кривизна поверхности мембраны и сила ее натяжения, тем больше ускорение, направленное к исходной плоскости Движение мембраны на кольцевой опоре при условии пренебрежения потерями энергии на трение

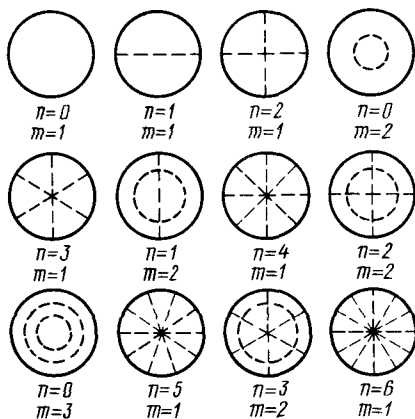


Рис. 9.9. Расположение узловых линий круглой мембраны

Решение уравнения (9.1) показывает [52], что круговая частота собственных колебаний мембраны описывается соотношением

$$\omega_{mn} = \mu_{mn} c / r_0 = \mu_{mn} \sqrt{T/\gamma} / r_0, \quad (9.2)$$

где μ_{mn} — частотные коэффициенты — положительные корни функции Бесселя первого рода n -го порядка $J_n(\mu_{mn}) = 0$; r_0 — радиус рабочей поверхности круглой мембраны

Мембрана может колебаться с различными собственными частотами, причем поверхность ее разделяется узловыми линиями (линиями покоя), по обе стороны которых части мембраны колеблются в противофазе. При колебаниях образуется m узловых concentрических окружностей, центр которых совпадает с центром мембраны, и n узловых прямых линий, проходящих через центр мембраны (узловые диаметры) (рис. 9.9). Числа m и n целые положительные ($m = 1, 2, 3 \dots$; $n = 0, 1, 2, 3 \dots$).

Значения коэффициентов μ_{mn} приведены в табл. 9.1 [51]. При больших значениях m для подсчета μ_{mn} можно воспользоваться приближенной формулой [48]

$$\mu_{mn} \approx \pi (m + 0,5n - 0,25). \quad (9.3)$$

Формула (9.2) и частотные коэффициенты μ_{mn} (см. табл. 9.1) показывают, что колебания мембраны негармоничны, т. е. частоты ее собственных колебаний не кратны.

Радиусы узловых окружностей мембраны

$$r_{m-1} = \mu_{(m-1)n} r_0 / \mu_{mn}. \quad (9.4)$$

и излучение описывается волновым уравнением [48, 51]

$$\frac{\partial^2 a}{\partial r^2} + \frac{\partial a}{r \partial r} + \frac{\partial^2 a}{r^2 \partial \varphi^2} = \frac{\partial^2 a}{c^2 \partial t^2}, \quad (9.1)$$

где a — отклонение (смещение) мембраны в направлении, перпендикулярном ее плоскости; r — текущая радиальная координата точки мембраны; φ — текущая угловая координата точки мембраны; $c = \sqrt{T/\gamma}$ — скорость распространения поперечной волны по поверхности мембраны; $T = F/l$ — сила натяжения мембраны, приходящаяся на единицу длины кольцевой опоры; F — сила натяжения мембраны; l — длина кольцевой опоры мембраны; $\gamma = M/S$ — поверхностная плотность мембраны; M — масса мембраны; S — площадь рабочей поверхности мембраны.

Таблица 9.1. Частотные коэффициенты μ_{mn} (нули функции $J_n(\mu_{mn})$)

m	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
1	2,40483	3,83171	5,13562	6,38016	7,58834
2	5,52008	7,01559	8,41724	9,76102	11,01984
3	8,65373	10,17347	11,61984	13,0152	14,37254
4	11,79153	13,23269	14,79595	16,22347	17,61597
5	14,93092	16,47063	17,95982	19,40942	20,82693
6	18,07106	19,61586	21,117	22,58273	24,01902
7	21,21164	22,76008	24,27011	25,74817	27,19909
8	24,35247	25,90367	27,42057	28,90835	30,37101
9	27,49348	29,04683	30,5692	32,06485	33,53714
10	30,63461	32,18968	33,71652	35,21867	36,699
11	33,77582	35,33231	36,86286	38,37047	39,85769
12	36,9171	38,47477	40,00845	41,52072	43,01374

m	$n=5$	$n=6$	$n=7$	$n=8$	$n=9$	$n=10$
1	8,77148	9,93611	11,08637	12,22509	13,3543	14,7555
2	12,3386	13,58929	14,82127	16,03777	17,24122	18,43346
3	15,70017	17,00382	18,28758	19,55454	20,80705	22,04699
4	18,98013	20,32079	21,64154	22,94517	24,23389	25,50945
5	22,2178	23,58608	24,93493	26,26681	27,58375	28,88737
6	25,43034	26,82015	28,19119	29,54566	30,88538	32,21186
7	28,62662	30,03372	31,42279	32,7958	34,15438	35,49991
8	31,81172	33,23304	34,63709	36,02562	37,4001	38,76181
9	34,98878	36,42202	37,83872	39,24045	40,62855	42,00419
10	38,15987	39,60324	41,03078	42,44389	43,8438	45,23157
11	41,32638	42,77848	44,21541	45,63845	47,0487	48,44715
12	44,48932	45,94902	47,39417	48,82593	50,24533	51,65325

Узловые диаметры мембраны опишутся уравнением

$$\varphi_n = [\pi(n-1) - \psi_{mn}]/n, \quad (9.5)$$

где ψ_{mn} — угол между узловым и нулевым диаметрами (если они совмещены, $\psi_{mn} = 0$).

Неоднородность мембраны по толщине приводит к перераспределению узловых линий и частот частичных тонов.

Если мембрана колеблется под воздействием *приложенной в ее центре силы*, величину максимальных отклонений (амплитуду колебаний) отдельных ее точек на низких частотах собственных колебаний можно определить следующим образом [49]:

$$\alpha = a_0 J_0(\mu_{m0} r/r_0), \quad (9.6)$$

где a_0 — максимальное отклонение в центре мембраны.

Некоторые значения функции Бесселя $J_n(\mu_{mn} r/r_0)$ при $n=0$ и $n=1$ приведены в табл. 9.2. Форма колебаний мембраны в случае концентрических окружностей для значений $\mu_{10} =$

Таблица 9.2. Некоторые значения функции Бесселя при $n=0$ и $n=1$

$\mu_{mn}r/r_0$	$J_0(\mu_{m0}r/r_0)$	$J_1(\mu_{m1}r/r_0)$	$\mu_{mn}r/r_0$	$J_0(\mu_{m0}r/r_0)$	$J_1(\mu_{m1}r/r_0)$
0	1	0	5,5	-0,0068	-0,3414
0,5	0,9385	0,2423	6	0,1506	-0,2767
1	0,7652	0,4401	6,5	0,2601	-0,1338
1,5	0,5118	0,5579	7	0,03001	-0,0047
2	0,2239	0,5767	7,5	0,2663	0,1352
2,5	-0,0484	0,4971	8	0,1717	0,2346
3	-0,2601	0,3391	8,5	0,0419	0,2731
3,5	-0,3801	0,1374	9	-0,0903	0,2453
4	-0,3971	-0,066	9,5	-0,1939	0,1613
4,5	-0,3205	-0,2311	10	-0,2459	0,0435
5	-0,1776	-0,3276	10,5	-0,2366	-0,0789

$= 2,40483$; $\mu_{20} = 5,52008$; $\mu_{30} = 8,65373$; $\mu_{40} = 11,79153$ (см. табл. 9.1, 9.2) при отсутствии узловых диаметров показана на рис. 9.10, а. При одном узловом диаметре ($n=1$) частотные коэффициенты могут быть определены из уравнения $J_0(\mu_{m1}r/r_0) = 0$. Форма колебаний мембраны для значений $\mu_{11} = 3,83171$; $\mu_{21} = 7,01559$; $\mu_{31} = 10,17347$ показана на рис. 9.10, б. Начало координат на рисунке соответствует точке покоя в центре мембраны.

Таким образом, частоты собственных колебаний мембраны в зависимости от количества узловых диаметров будут определяться одним из столбцов табл. 9.1. Частота колебаний без учета потерь на трение и излучение найдется по формуле (9.2).

Так как соседние области мембраны, разделенные узловыми линиями и колеблющиеся в противофазе, излучают звуковые волны, которые в результате интерференции в значительной мере нейтрализуются, излучение мембраны будет на высоких частотах ослаблено.

Если на поверхность мембраны действует *равномерно распределенная синусоидально изменяющаяся во времени сила*, амплитуда колебаний в зависимости от положения на поверхности мембраны опишется уравнением

$$a = \frac{F}{\omega_{m0}^2 \gamma} \left[\frac{J_0(\mu_{m0}r/r_0)}{J_0(\mu_{m0})} - 1 \right], \quad (9.7)$$

где F — амплитуда прикладываемой синусоидальной силы, приходящейся на единицу поверхности мембраны; ω_{m0} — круговая частота собственных колебаний мембраны; γ — поверхностная плотность мембраны

Из формулы (9.7) видно, что амплитуда колебаний мембраны при отсутствии потерь на трение и измерение становится бесконечно большой на резонансных частотах.

Колебания мембраны с учетом потерь. Потери энергии на внутреннее трение и излучение звука приводят к понижению

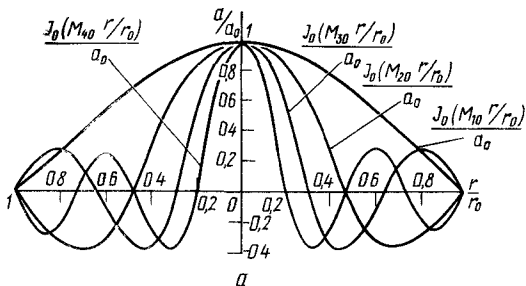
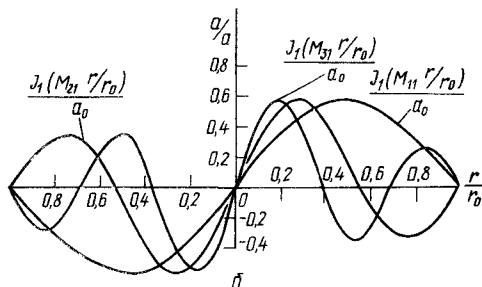


Рис. 9.10. Колебания круглой мембраны:

a — при отсутствии узловых диаметров ($n=0$), *б* — при одном узловом диаметре ($n=1$)



собственных частот колебаний мембраны. Круговая частота колебаний мембраны с учетом потерь

$$\omega'_{mn} = \sqrt{\omega_{mn}^2 - \delta_{mn}^2}, \quad (9.8)$$

где ω_{mn} — круговая частота колебаний мембраны без учета потерь, $\delta_{mn} = = R_{mn}/(2M_{mn})$ — коэффициент затухания колебаний, R_{mn} — коэффициент сопротивления, отнесенный к единице поверхности мембраны; M_{mn} — действующая масса мембраны, отнесенная к единице поверхности мембраны

Выражение (9.6) для амплитуды отклонений мембраны с учетом потерь энергии на трение и излучение примет вид

$$a = a_0 J_0(\mu_{mn} r/r_0) e^{-\delta_{mn} t}. \quad (9.9)$$

Влияние котла и кадла на колебания мембраны. Когда мембрана очень легка и ее натяжение очень велико, скорость распространения по ее поверхности поперечных волн будет близка к скорости звуковых волн в воздухе или больше ее. Расчет влияния на колебательный процесс замкнутого объема воздуха для этого случая весьма сложен.

Если скорость распространения поперечных волн по поверхности мембраны c заметно меньше скорости волн в воздухе c_0 , сжатие и расширение воздуха в объеме котла (кадла) под действием колебаний мембраны происходит практически синфазно и зависит от усредненного смещения мембраны относительно состояния покоя a Уравнение движения мембраны в данном

случае будет иметь вид

$$\frac{\partial^2 a}{c^2 \partial t^2} = \nabla^2 a - \frac{\rho_0 c_0^2}{V_0 T} \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} ar \, dr \, d\varphi, \quad (9.10)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial}{r \partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{r^2 \partial \varphi^2}$ — оператор Лапласа (лапласиан); ρ_0 — средняя плотность воздуха; V_0 — объем котла литавры или кадла барабана при невозбужденной мембране; T — сила натяжения мембраны, приходящаяся на единицу длины кольцевой опоры; r_0 — радиус мембраны; r — текущая радиальная координата мембраны в рассматриваемой точке; φ — текущая угловая координата мембраны в рассматриваемой точке.

Решение уравнения (9.10) дает частоты колебаний, определяемые соотношениями (9.2) и (9.3). Однако частотные коэффициенты μ_{mn} в данном случае зависят от некоторой безразмерной величины H (табл. 9.3). Величина коэффициента H опре-

Таблица 9.3. Зависимость частотных коэффициентов μ_{mn} от коэффициента H

H	μ_{10}	μ_{20}	μ_{30}	μ_{40}
0	2,4049	5,5201	8,6538	11,7917
0,5	2,4756	5,5261	8,6551	11,792
1	2,5437	5,5323	8,6567	11,7926
2	2,6735	5,5452	8,6601	11,7939
3	2,7957	5,5587	8,6633	11,7951
4	2,9107	5,5729	8,6667	11,7964
5	3,0172	5,588	8,6702	11,7976
6	3,1146	5,6037	8,6736	11,7989
8	3,2845	5,6376	8,6808	11,8014
10	3,4875	5,6753	8,6887	11,8039

деляется объемом котла литавры или кадла барабана, упругостью воздуха в котле или кадле и натяжением мембраны [48]:

$$H = \frac{\pi \rho_0 c_0 r_0}{V_0 T} = \frac{\rho_0 c_0 r_0^2}{h_0 T}, \quad (9.11)$$

где h_0 — глубина кадла

Из уравнения (9.11) и табл. 9.3 следует, что наличие котла или кадла приводит к повышению частоты собственных колебаний мембраны. Приближенная формула определения круговой частоты колебаний мембраны, справедливая для малых значений H , будет иметь вид

$$\omega''_{m0} \approx \omega_{m0} \left[1 + (16\rho_0 \pi c_0^2 T) / (3V_0 \sigma_0^2 \omega_{m0}^4) \right], \quad (9.12)$$

где ω_{m0} — круговая частота колебаний мембраны при $H = 0$; σ_0 — поверхностная плотность мембраны.

Колебания круглых пластин. У многих музыкальных инструментов (тамтамы, гонги, оркестровые тарелки, кротали и др.)

звучащее тело — в виде круглой пластины. Уравнение движения круглой пластины имеет вид

$$\nabla^2 \nabla^2 a - \beta_{mn}^4 a = 0, \quad (9.13)$$

где $\nabla = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r \partial r} + \frac{\partial^2}{r^2 \partial \varphi^2}$; a — отклонение пластины в рассматриваемой точке.

Величина β_{mn} , называемая собственным числом пластины,

$$\beta_{mn}^4 = \rho h r_0^4 \omega_{mn}^2 / D, \quad (9.14)$$

где ρ — плотность материала пластины; h — толщина пластины; r_0 — радиус пластины; ω_{mn} — круговая частота собственных колебаний пластины; $D = Eh^3/[12(1 - \sigma^2)]$ — жесткость пластины; E — модуль упругости; σ — коэффициент Пуассона.

Круговая частота колебаний круглой пластины

$$\omega_{mn} = \beta_{mn}^2 \sqrt{D/(\rho h)}/r_0. \quad (9.15)$$

В табл. 9.4, 9.5 приведены некоторые значения коэффициента β_{mn} для свободно колеблющейся пластины, подсчитанные при $\sigma = 0,33$ и $\sigma = 0,25$ [51].

Т а б л и ц а 9.4. Коэффициенты β_{mn} для свободно колеблющейся круглой пластины при $\sigma = 0,33$

m	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$
0	—	—	2,292	3,497	4,65	5,75	6,6
1	3,014	4,63	5,937	7,274	8,55	9,76	11
2	6,209	7,737	9,16	10,55	11,95	13,23	14,5
3	9,37	10,91	12,41	13,86	15,24	16,57	17,88
4	12,53	14,08	15,58	17,05	18,45	19,81	21,15
5	15,68	17,23	18,73	20,21	21,63	23,01	24,37
6	18,83	20,38	21,89	23,37	24,80	26,2	27,57
7	21,98	23,53	25,04	26,52	27,96	29,4	30,86
8	25,12	26,67	28,19	29,67	31,12	32,58	34,04
9	28,26	29,81	31,33	32,81	34,28	35,74	37,21
10	31,4	32,95	34,47	35,95	37,43	38,9	40,38

Когда значения m и n велики, коэффициент β_{mn} можно подсчитать приближенно по формуле

$$\beta_{mn} \approx n(m + 0,5n). \quad (9.16)$$

Из табл. 9.4, 9.5 и уравнения (9.15) следует, что частоты собственных колебаний круглой пластины негармоничны. Относительные значения радиусов узловых окружностей r/r_0 для различных значений n приведены в табл. 9.6 [51].

Для повышения упругости пластин им иногда придают определенный профиль, напоминающий тарелку, что ведет к сближению узловых окружностей в местах изгибов.

Таблица 9.5. Коэффициенты β_{mi} для свободно колеблющейся круглой пластины при $\sigma = 0,25$

m	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$
0	—	—	2,348	3,571
1	2,982	4,518	5,94	7,291
2	6,192	7,729	9,186	10,6
3	9,362	10,903	12,381	13,821
4	12,519	14,024	15,556	17,015
5	15,669	17,218	18,721	20,203
6	18,817	20,368	21,88	23,363
7	21,963	23,516	25,035	26,526
8	25,108	26,663	28,187	29,685
9	28,253	29,809	31,337	32,841

Таблица 9.6. Значения r/r_0 для свободно колеблющейся круглой пластины

m	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$
1	0,68	0,781	0,822	0,847	0,863	0,881
2	0,841	0,971	0,89	0,925	0,926	0,993
2	0,391	0,497	0,562	0,605	0,635	0,663
3	0,893	0,932	0,936	0,939	0,943	0,947
3	0,591	0,643	0,678	0,704	0,726	0,745
3	0,257	0,351	0,414	0,46	0,498	0,529
4	0,941	0,946	0,95	0,951	0,955	0,958
4	0,691	0,723	0,746	0,763	0,779	0,793
4	0,441	0,498	0,54	0,572	0,6	0,623
4	0,192	0,272	0,33	0,374	0,411	0,443
5	0,952	0,956	0,959	0,96	0,963	0,966
5	0,752	0,773	0,79	0,803	0,814	0,825
5	0,552	0,59	0,62	0,644	0,644	0,682
5	0,352	0,407	0,449	0,483	0,512	0,536
5	0,154	0,222	0,274	0,316	0,351	0,381

Колебания прямоугольных пластин. Прямоугольные пластины — звучащие тела колокольчиков, ксилофонов и т. д. Пластины местами расположения узловых линий укладывают на специальные шнуры или узкие мягкие прокладки. Для основного тона узловые линии проходят на расстоянии примерно $2/9$ длины пластины от ее концов. Опоры несколько приглушают обертоны, не имеющие узловых линий, совпадающих с линиями опор. В этом случае пластину можно рассматривать как свободно колеблющийся призматический стержень. Собственную круговую частоту колебаний пластины можно определить из соотношения [38]

$$\omega_l = \frac{(k_l l)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho s}} = \frac{\beta_l^2 h}{3,4641 l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (9.17)$$

где l — длина пластины; E — модуль упругости; $J = bh^3/12$ — момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси; b — ширина пластины; h — толщина пластины; s — площадь поперечного сечения

Коэффициент $\beta_i = k_i l$ выбирают для i -го частичного тона из следующего ряда: $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 4,73$, $\beta_3 = 7,853$, $\beta_4 = 10,996$, $\beta_5 = 14,137$, $\beta_6 = 17,279$. Соотношение (9.17) и значения коэффициента β_i показывают, что обертоны колеблющейся пластины негармоничны.

9.3. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Экспериментальные исследования позволяют точнее оценить возможности ударных инструментов, определить их место в составе ансамблей и оркестров, уточнить расчетные данные и разработать более совершенные конструкции новых моделей инструментов.

Спектр звуков. Ударные инструменты обычно характеризуются широким спектром звуков, в котором присутствует шум. Спектр в значительной мере зависит от характера, места и энергии возбуждения звучащего тела. Негармоничность звуков ударных инструментов намного больше, чем негармоничность инструментов других групп. Звук ударных инструментов затухающий (рис. 9.11).

Спектр звука литавры [53] (рис. 9.11, а) зависит от качества головок колотушек. При ударе жесткой колотушкой с малой площадью соприкосновения спектр звука более протяженный, тембр более резкий. При ударе колотушкой с мягкой головкой мембрана меньше деформируется, длительность и поверхность касания становится больше, что приводит к частичному глушению мембраны особенно на повышенных частотах. В результате звук более мягкий и глухой.

Спектр звука барабанов имеет значительную протяженность и содержит негармоничные обертоны (рис. 9.11, б). В нем присутствует шумовой компонент.

У барабанов с мембранами, равными по размеру мембранам литавр, звук более глухой. У барабанов с неглубоким кадлом звук более яркий, звонкий, чем с глубоким. Качество

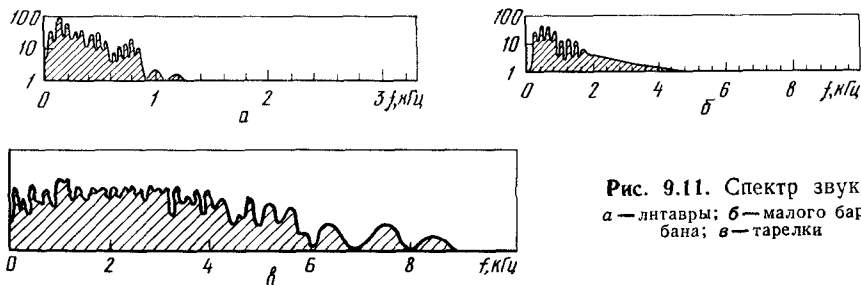


Рис. 9.11. Спектр звука: а — литавры; б — малого барабана; в — тарелки

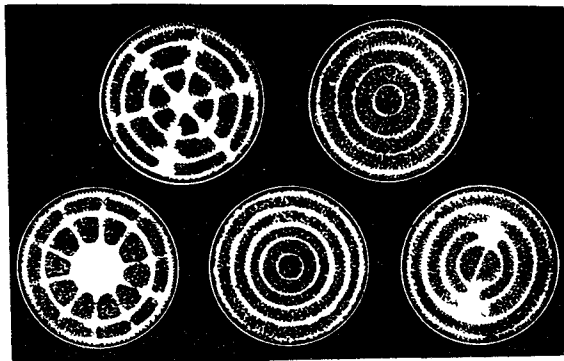


Рис. 9.12. Узловые линии тарелок (светлые полосы)

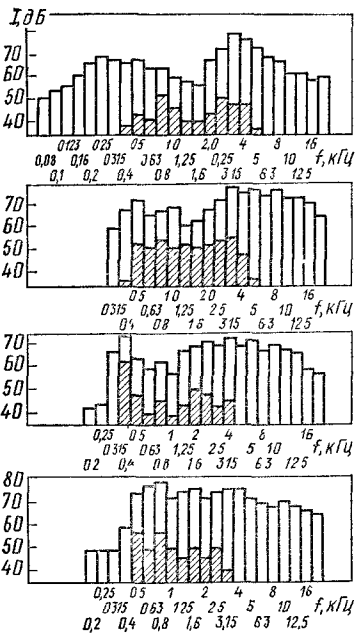
колотушек сказывается на спектре звука барабанов так же, как и литавр.

Обычно на нижней мембране малых барабанов натягивают 2...4 струны, плотно прижимая их к ней. Колебания струн, вызванные колебаниями нижней мембраны, ударяясь о нее, делают звук сухим, трескучим.

Оркестровые тарелки дают протяженный спектр негармоничных частичных тонов со значительным шумовым компонентом (рис. 9.11, в). Характер колебаний тарелок исследовали, нанося на них легкие опилки или другой порошкообразный материал (рис. 9.12). Экспериментально установлено, что узловые линии при звучании тарелок медленно вращаются, создавая эффект пространственного перемещения и вибрации звука. Для тарелок различного качества получены по $1/3$ -октавным полосам спектры звуков [54] (рис. 9.13). Замеры произведены на расстоянии 1 м от тарелки сразу после удара по ней деревянной палочкой на расстоянии, равном половине радиуса, от края (рис. 9.13, *светлые полосы*) и через 3 с после удара (рис. 9.13, *заштрихованные полосы*). Правый от осциллограмм столбик указывает на общую интенсивность звука тарелок. Верхняя спектрограмма соответствует тарелке, получившей высшую субъективную оценку качества звучания у музыкантов-профессионалов. Остальные принадлежат тарелкам, уступающим по качеству верхней, причем нижняя спектрограмма принадлежит наименее качественной тарелке. Скорость затухания звука тарелки практически не оказывает влияния на его качество.

Спектр звука оркестровых тарелок можно изменять путем изменения ее толщины в узлах и пучностях. Так можно воздействовать и на отношения частот обертонов.

У инструментов со звучащими телами в виде прямоугольных пластин (ксилофоны, маримбы, металлофоны, колокольчики) спектры звуков менее протяженные по сравнению с другими ударными инструментами и наличие шумов также минимально.



←
Рис. 9.13. Спектры звука оркестровых тарелок различного качества при ударе на расстоянии, равном половине радиуса, от края (сверху вниз — по ухудшению качества)

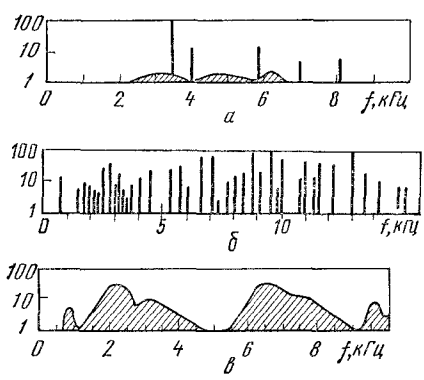
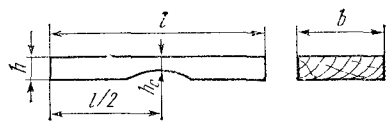


Рис. 9.14. Спектр звука.
 а — ксилофона; б — треугольника; в — кастаньет

У инструментов вполне определенная и точная высота звучания, соответствующая заданному тону той или иной пластины.

Количество обертонов в спектре звука ксилофона невелико (обычно 2...3), и они негармоничны (рис. 9.14, а). Интенсивность обертонов может достигать и даже превышать интенсивность основного тона. Характер спектра звука ксилофона в некоторой мере зависит от минимальной толщины пластины h_0 в месте ее настройки (рис. 9.15). Величина h_0/h определяет степень негармоничности обертонов звуков ксилофона [55]. Подбором h_0 можно изменить как негармоничность обертонов, так и тембр звука (рис. 9.16). При $h_0/h \approx 0,75$ первый обертон по частоте будет примерно равен третьей гармонике, при $h_0/h \approx 0,42$ — четвертой. Выемка в пластине, обеспечивающая ее настройку, может быть аппроксимирована дугой окружности радиусом 80..160 мм. Величина радиуса на собственную частоту пластины влияет несущественно. Чтобы изменить частоты и негармоничность обертонов, делают пропилы с нижней стороны пластины, выбирая подходящие места и подбирая количество пропилов.

Рис. 9.15. Форма пластины ксилофонов и металлофонов



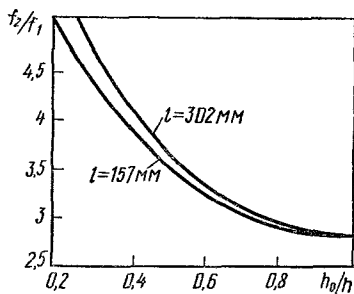


Рис. 9.16. Зависимость отношения частоты первого обертона к частоте основного тона от минимальной толщины пластины из ели и бука при номинальной ее толщине $h = 20$ мм

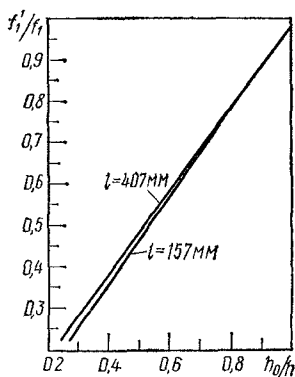


Рис. 9.17. Зависимость относительной частоты f_1'/f_1 колебаний пластины от отношения толщин h_0/h

Относительное понижение частоты основного тона пластины от отношения наименьшей ее толщины в месте подстройки h_0 к номинальной толщине h показано на рис. 9.17. Разброс этих двух зависимостей незначителен и лежит в пределах погрешности измерений.

Пользуясь рис. 9.16, 9.17 и соотношением (9.17), можно рассчитать ориентировочную длину пластины с учетом величины настроенной выемки.

В работе [55] предложена эмпирическая формула для приближенного расчета длины пластины

$$l = A - B \log_2(f/f_0) + C \sqrt{h_0}, \quad (9.18)$$

где $A = 502,46$, $B = 105,26$, $C = 103,42$ — постоянные коэффициенты, полученные при исследовании деревянных (ель, бук, береза, ясень) пластин толщиной 18 ... 20 мм; f — задаваемая частота пластины; f_0 — частота тона до субконтрактавы ($f_0 = 16,352$ Гц).

При расчетах бывает удобно пользоваться высотой тона в полутонах. В этом случае формула (9.18) принимает вид [55]

$$l = A - DN + C \sqrt{h_0}, \quad (9.19)$$

где $D = 8,772$; N — количество полутонов от до субконтрактавы.

Спектр звука треугольника (рис. 9.14, б) более богат обертонами, чем спектр звука ксилофона. Он почти не содержит шумов. Треугольник, представляющий собой стальной круглый стержень, изогнутый в виде незамкнутого равностороннего треугольника, по высоте обычно не настраивают.

Кастаньеты имеют почти сплошной шумовой спектр звука с нерезко выраженными формантными областями (рис. 9.14, в).

Динамические характеристики. Изменение интенсивности звука от силы удара, время атаки и затухания — важные динамические характеристики ударных инструментов. Однако они недостаточно исследованы. Некоторые работы в этой области позволяют составить о них определенное представление [54; 55]. Интенсивность звука ударных инструментов при ударе меццо форте на расстоянии 1 м составляет, по данным исследований, 80...95 дБ. Так, средняя интенсивность звука оркестровых тарелок при ударе меццо форте жестким предметом на расстоянии, равном половине радиуса, от края составляет 90...95 дБ. Интенсивность звука ксилофонов — 75...85 дБ, металлофонов — 80...90 дБ. Время атаки и затухания звука приведено в табл. 9.7.

Таблица 9.7. Время атаки и затухания звука

Инструмент	Возбуждающий предмет	Среднее время атаки, мс	Среднее время затухания звука при снижении интенсивности на 30 дБ, с
Литавра	Мягкая колотушка	16	0,2...0,5
	Жесткая »	12	0,2...0,5
Барабан большой	» »	10	0,2...0,7
	Деревянная палочка	7	0,2...0,4
Ксилофон	Мягкий молоток	3	0,1...0,6
	Жесткий »	2	0,1...0,6
Металлофон	» »	2	1...6
Треугольник	Металлическая палочка	3	5...10
Оркестровая тарелка	Жесткий предмет	3	4...7
Кастаньеты	—	1	—

9.4. МАТЕРИАЛЫ ЗВУЧАЩИХ ТЕЛ

Исходные материалы, из которых изготовляют звучащие тела, в значительной мере определяют акустические достоинства ударных инструментов, такие, как красота тембра, высокие динамические характеристики, большая надежность, хороший внешний вид.

Материалы для мембранных инструментов. Кожа для мембран литавр и барабанов вырабатывается из козих и телячьих шкур. Достоинствами ее являются мягкость и пластичность при удовлетворительной прочности. Предел прочности кожи на разрыв 10...17,5 МПа, модуль упругости 2000 МПа, влажность 20...25 %. Мембраны из кожи имеют существенные недостатки. Большое влагопоглощение приводит к набуханию мембраны и потере упругости; размеры мембраны изменяются в зависимости от влажности; при пересыхании кожи иногда появляются трещины и разрывы.

Синтетические пленки не имеют существенных недостатков кож. Их влагопоглощение и температурные изменения размеров

незначительны, поэтому они получили большое распространение. У полиэтилентерефталатной (ПЭТФ) пленки влагопоглощение менее 0,6 %, предел прочности на разрыв 176 МПа, модуль упругости $34,3 \cdot 10^3$ МПа. Пленка имеет высокую износостойкость.

Материалы для пластиночных инструментов. Для оркестровых тарелок и кроталей используют латунь Л63, нейзильбер МНЦ15-20, алюминиевую отожженную бронзу БрАЖН10-4-4 (табл. 9.8). Лучшими акустическими качествами обладает отожженная алюминиевая бронза [56]. Высокие акустические параметры у оловянистой бронзы с содержанием 20...25 % олова. Однако она хрупка, и ее обработка при комнатной температуре затруднена.

Для пластин металлофонов, челест и колокольчиков используют сплавы алюминия, а также стали (предпочтительнее легированные). Качество пластин строго не зависит от состава используемых металлов. Однако лучше применять металлы (сплавы), обладающие малым внутренним трением.

Таблица 9.8. Акустические и физико-механические свойства сплавов

Сплав	Скорость распространения звуковых волн, м/с	Акустическая постоянная, м ⁴ /(кг·с)	Логарифмический декремент затухания колебаний на частоте 350 Гц	Модуль упругости, МПа	Плотность, кг/м ³	Твердость по Бринеллю НВ
Л63	3380	0,406	0,00164	97	8326	144
МНЦ15-20	3910	0,461	0,00147	132	8480	131
БрАЖН10 4 4	3870	0,526	0,00171	112	7349	236
То же отожженная	4010	0,552	0,00120	119	7349	141

Таблица 9.9. Средние значения логарифмического декремента затухания колебаний материалов [55]

Материал	на уровне 0,7	на уровне 0,5
Ель	0,020...0,035	0,034...0,059
Бук	0,019...0,027	0,030...0,049
Береза	0,020...0,045	0,034...0,06
Граб	0,020...0,035	0,036...0,07
Красное дерево	0,020...0,056	0,033...0,098
Гренадильное дерево	0,025...0,059	0,041...0,105
Полисандр	0,011...0,03	0,018...0,052
Фернамбук	0,018...0,032	0,028...0,049
Стекло	0,009	0,015
Ударопрочный полистирол	0,257...0,462	0,474...0,766
Алюминий	0,002...0,003	0,004...0,008

Для пластин ксилофонов и маримб используют различные породы дерева: ель, бук, дуб, клен, палисандр, фернамбук, красное дерево, черное дерево, розовое дерево и др. Лучшими материалами считают фернамбук, палисандр, гандурасское розовое дерево. Последнее — это экзотическая твердолиственная порода с плотностью $1...1,1 \text{ г/см}^3$. Древесина этого дерева имеет высокую прочность, красивый внешний вид, высокие акустические качества. В отдельных случаях для изготовления пластин используют пластмассы. В табл. 99 приведены значения логарифмического декремента затухания колебаний некоторых материалов, используемых для пластин.

Материалы для треугольников. Используют различные марки сталей, например сталь круглая (серебрянка) марок ЧА-ЗУ12А, 6А-ЗУ12А, 10А-ЗУ12А. Могут быть использованы также и другие углеродистые стали, не обладающие чрезмерной хрупкостью.

9.5. НАСТРОЙКА

Мембранные ударные инструменты (барабаны, бонги, томы, бубны) настройке не подлежат. У литавры есть механизм изменения высоты звука, заключающийся в изменении усилия натяжения мембраны. Однако точную настройку литавр под определенный тон не делают.

Инструменты с круглыми пластинами (оркестровые тарелки, кротали, тамтамы, гонги) не настраивают.

Инструменты с прямоугольными пластинами (маримбы, ксилофоны, металлофоны, колокольчики, челесты) настраивают в соответствии с двенадцатиступенным равномерно-темперированным строем. У некоторых однородных ксилофонов диатонический строй. Настройку пластиночных инструментов выполняют, вынимая часть материала пластин в нижней центральной части, что приводит к понижению их собственных частот. Высоту звучания проверяют по эталонным пластинам на слух или путем замера частоты с помощью частотомера.

10. АДАПТЕРИЗАЦИЯ МУЗЫКАЛЬНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

10.1. НАЗНАЧЕНИЕ АДАПТЕРИЗАЦИИ И ОСНОВНЫЕ ВИДЫ АДАПТЕРИЗОВАННЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

Адаптированными называют музыкальные инструменты, содержащие звучащие тела традиционных инструментов и снабженные адаптерами (звукоснимателями) для преобразования механических колебаний в электрические сигналы. Эти инструменты используются с усилительными устройствами. Цель адаптеризации — увеличение интенсивности и, как правило, тембро-

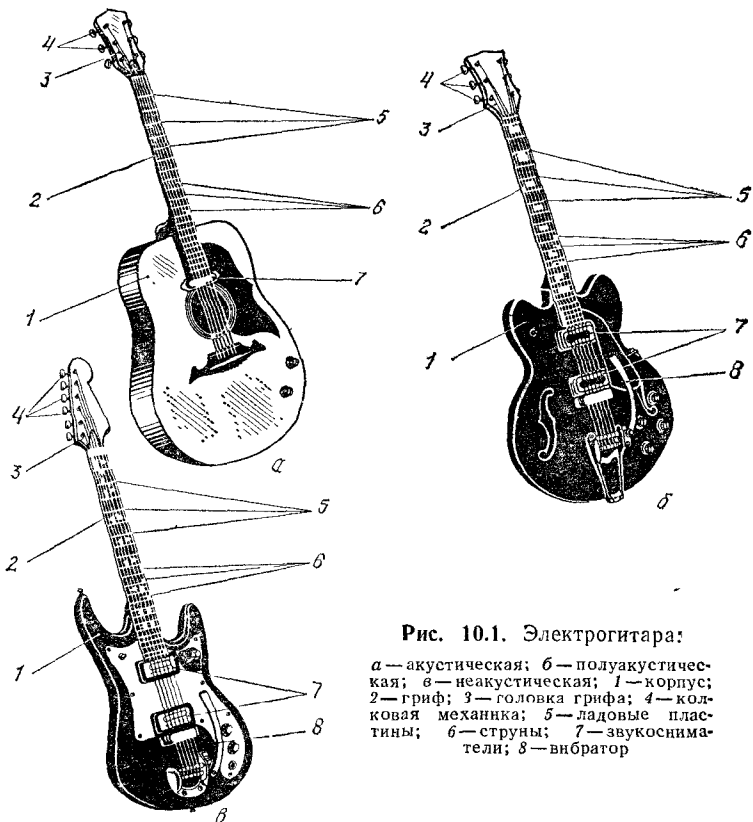


Рис. 10.1. Электрогитара:

а — акустическая; б — полуакустическая; в — неакустическая; 1 — корпус; 2 — гриф; 3 — головка грифа; 4 — колковая механика; 5 — ладовые пластины; 6 — струны; 7 — звукосниматели; 8 — вибратор

вое преобразование звука. Поэтому адаптеризации подвергаются в основном инструменты, интенсивность звука которых недостаточна, в первую очередь гитары. Кроме того, адаптеризуют иногда балалайки, скрипки, виолончели, аккордеоны, баяны, деревянные духовые и некоторые другие инструменты. Практически не имеет смысла подвергать адаптеризации инструменты, создающие достаточно интенсивные звуки, например барабаны, тарелки, медные духовые инструменты и т. д.

Адаптированные гитары, или электрогитары, по назначению подразделяют на сольные, ритмические и басовые. Два первых типа гитар, как правило, выполняют таким образом, что они могут использоваться при необходимости и как сольные, и как ритмические. В связи с этим их часто называют гитарами ритм-соло.

В зависимости от конструктивного исполнения электрогитары принято делить на акустические (рис. 10.1, а), полуакустические (рис. 10.1, б) и неакустические (рис. 10.1, в). В конструкцию гитары входят корпус 1, гриф 2 с ладовыми пластинами 5, головка

грифа 3 с колковой механикой 4, струны 6, звукосниматели 7. У большинства сольных гитар есть вибратор 8. Различие гитар заключается в основном в исполнении корпуса, количестве струн и звукоснимателей, наличии или отсутствии вибратора.

Акустическая электрогитара представляет собой традиционную гитару, снабженную адаптером и схемой преобразования сигнала, причем адаптер обычно крепится, по возможности не нагружая деки инструмента.

Полуакустическая электрогитара, как и акустическая, имеет полый корпус, но меньшего объема из-за сокращенного расстояния между верхней и нижней деками. Верхняя дека гитары обычно нагружается звукоснимателями и вибратором, что ухудшает ее собственно акустические качества и делает мало пригодной для использования без усилительных устройств.

Неакустическая электрогитара имеет сплошной нерезонирующий деревянный корпус, на котором жестко крепятся звукосниматели и вибратор. Деки отсутствуют. Гитара может использоваться только с усилительным устройством.

Гитары ритмические и сольные изготавливают шестиструнными, а басовые — четырехструнными, хотя количество струн при необходимости может быть и другим, например у ритм-сола семь, у басовых — шесть.

Другие адаптированные, специально разработанные инструменты, в настоящее время в массовом производстве не освоены. При необходимости подвергают адаптеризации традиционные инструменты. Расчет мензуры и конструкция адаптируемых инструментов при этом практически не изменяются.

Адаптеризация других щипковых инструментов производится аналогично адаптеризации электрогитар.

Адаптеризация язычковых инструментов обычно сводится к установке внутри них микрофонных датчиков.

Деревянные духовые инструменты адаптируют довольно редко, при этом процесс заключается в выборе типа и места установки звукоснимателей.

10.2. ЗВУКОСНИМАТЕЛИ. АКУСТИЧЕСКИЕ КАЧЕСТВА ИНДУКЦИОННЫХ ЗВУКОСНИМАТЕЛЕЙ

В качестве адаптеров (звукоснимателей) для адаптеризации музыкальных инструментов применяют пьезоэлектрические, конденсаторные и индукционные датчики, а иногда микрофоны.

Пьезоэлектрические звукосниматели используют при адаптеризации струнных инструментов, когда нежелательно или невозможно использовать металлические струны или необходимо тембр усиленного сигнала максимально приблизить к естественному тембру адаптированного инструмента. Датчики достаточно чувствительны, хорошо воспроизводят высокие частоты. Недостатки их — восприимчивость к механическим помехам

(шум, шорох, возникающий при касании инструмента), «завал» нижних частот и весьма большое выходное сопротивление, приводящее к повышенной чувствительности к электрическим наводкам.

Конденсаторные звукоосцилляторы для адаптеризации музыкальных инструментов применяются сравнительно редко из-за их весьма большого выходного сопротивления, относительной сложности установки и необходимости применения высокоомных усилительно-преобразовательных цепей. Однако они бывают весьма удобны, когда звукоосциллятор необходимо установить в труднодоступном месте или влияние датчика на акустический или механический параметр инструмента должно быть ничтожным.

Основное распространение получили *индукционные* звукоосцилляторы. Общим их достоинством являются большая чувствительность к полезному сигналу, нечувствительность к внешним помехам и шумам, возникающим при касании музыкантом корпуса гитары, низкое выходное сопротивление, надежность в работе, простота конструкции и возможность получения желаемого спектра от различных звукоосцилляторов путем подбора нужного места их установки, что при одновременном воздействии электрических цепей позволяет получать звуки различных тембровых оттенков. С другой стороны, как недостаток можно отметить невозможность применения этих датчиков с немагнитными струнами.

Микрофоны составляют самостоятельную группу приборов. Однако при адаптеризации музыкальных инструментов они выполняют функции акустических датчиков. В зависимости от конструкции и типа микрофоны могут иметь хорошую амплитудно-частотную характеристику, относительно небольшие размеры, что делает их удобными при адаптеризации некоторых видов музыкальных инструментов, например аккордеонов, виолончелей. В целях уменьшения восприимчивости микрофонов к посторонним шумам их устанавливают внутри инструментов.

Принцип действия и устройство индукционных звукоосцилляторов. Действие звукоосциллятора основано на законе электромагнитной индукции

$$e = -\omega d\Phi/dt, \quad (10.1)$$

где e — наведенная в катушке звукоосциллятора ЭДС; ω — число витков катушки звукоосциллятора; Φ — магнитный поток, пронизывающий витки катушки.

Создаваемая звукоосциллятором ЭДС пропорциональна количеству витков катушки и скорости изменения пронизывающего их магнитного потока. В качестве источника магнитного потока в звукоосцилляторах используют постоянные магниты.

Магнитная система звукоосциллятора включает в себя постоянный магнит 1 (рис. 10.2) и магнитопровод 2. При возбуждении

струн 6 изменяется зазор между полюсами магнитопровода 2, что приводит к изменению магнитной проводимости пространства между полюсами и изменению магнитного потока, проходящего через магнит 1. Это в соответствии с уравнением (10.1) приводит к появлению переменной ЭДС на выводах катушки 3, причем величина ЭДС тем больше, чем больше амплитуда колебаний струн 6. Крышка 4 (на рис. 10.2 показана не полностью) и вставка 5 необходимы как декоративные и защитные устройства. Они выполнены из немагнитного материала.

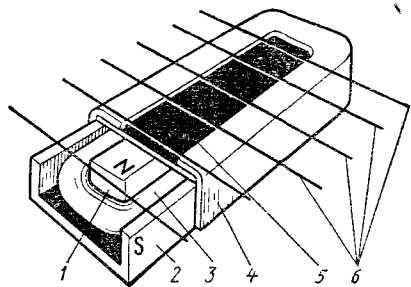


Рис. 10.2. Индукционный звукосниматель:

1 — постоянный магнит; 2 — магнитопровод; 3 — катушка; 4 — крышка; 5 — декоративная вставка; 6 — струны

Магнитная система звукоснимателя в значительной мере определяет его качественные характеристики. Метод расчета индукционных звукоснимателей электрогитар приведен в работе [57]. Основные характеристики звукоснимателей электрогитар приведены в табл. 10.1.

Чем меньше зазор Δ между полюсами магнита звукоснимателя и струной, тем более резко изменяется магнитный поток при отклонении струны от положения равновесия (рис. 10.3, точка 0). Причем магнитный поток изменяется сильнее при движении струны к магниту (см. рис. 10.3, от 0 вверх), чем при движении струны от магнита (см. рис. 10.3, от 0 вниз).

Таблица 10.1. Основные характеристики индукционных звукоснимателей некоторых электрогитар

Гитара	Активное сопротивление катушки, кОм	Индуктивность, замеренная на частоте 1000 Гц, Гн	Диаметр обмоточного провода, мм	Среднее значение ЭДС, развиваемой третьей струной при десяти максимально возможных щипках, мВ	Масса гитары, кг
Неакустическая					
«Кавай» (Япония)	3,3	1,2	0,05	80	3,2
«Вокс» (Великобритания)	5,9	2,4	0,05	40	3,5
«Аэлита» (СССР)	5,1	1,3	0,06	16	4,2
«Аэлита-стерео» (СССР)	8	3,6	0,06	—	—
Полуакустическая «Кавай» (Япония)	6,1	1,4	0,05	50	—
Акустическая «Кавай» (Япония)	6,2	1,6	0,05	—	—

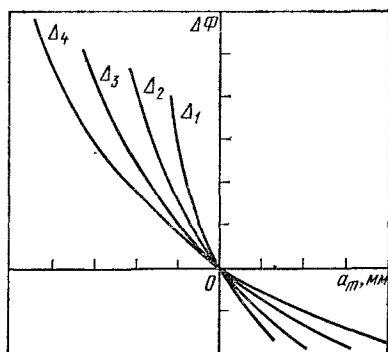


Рис. 10.3. Зависимость изменения магнитного потока от амплитуды отклонения струны для различных зазоров Δ ($\Delta_1 < \Delta_2 < \Delta_3 < \Delta_4$)

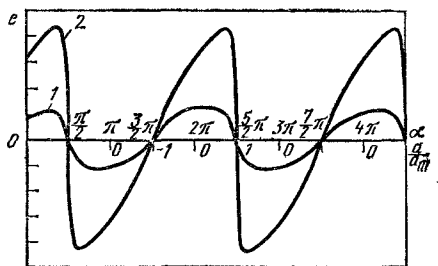


Рис. 10.4. Колебания ЭДС на выходе звукоснимателя при амплитуде колебаний струны:

1 — малой; 2 — большой

Пусть струна совершает синусоидальные колебания:

$$a = a_m \sin \omega t = a_m \sin \alpha, \quad (10.2)$$

где a_m — амплитуда отклонения струны от положения равновесия.

Тогда величина зазора между струной и магнитом будет изменяться по закону

$$\delta = \Delta + a_m \sin \alpha. \quad (10.3)$$

Мгновенная скорость колеблющейся струны

$$da/dt = a_m \omega \cos \omega t = a_m \omega \cos \alpha. \quad (10.4)$$

В соответствии с выражением (10.2) $\alpha = \arcsin(a/a_m)$, откуда

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos \arcsin(a/a_m) = \cos \arcsin(\sqrt{a_m^2 - a^2}/a_m) = \\ &= \sqrt{1 - a^2/a_m^2}. \end{aligned} \quad (10.5)$$

Формулу ЭДС на выходе обмотки звукоснимателя можно записать в виде

$$e = -w d\Phi/dt = -w (d\Phi/da)/(da/dt) = -w\omega \sqrt{a_m^2 - a^2} \operatorname{tg} \varphi, \quad (10.6)$$

где $\operatorname{tg} \varphi = d\Phi/da \approx \Delta\Phi/\Delta a$ (определяют по рис. 10.3).

Форма ЭДС на выходе звукоснимателя при синусоидальном колебании струны тем больше отличается от синусоидальной, чем больше амплитуда колебаний струны (рис. 10.4). Это определяет спектр получаемого сигнала и в значительной мере тембр звука.

Амплитудно-частотная характеристика звукоснимателя во многом зависит от его конструкции и применяемых для его изготовления материалов.

Влияние характера колебания струны на ЭДС. Ранее предполагалось, что колебания струны происходят в плоскости, перпендикулярной плоскости деки музыкального инструмента (см. рис. 5.17, *a*), но это лишь частный случай общего процесса колебания струны. Действительно, при игре на гитаре щипок струны производится в направлении, не перпендикулярном деке, а скорее параллельном. Однако из-за трения в опорах о подставку, которое при таком колебании сообщает струне закручивающее усилие, и по ряду других причин струна практически не может совершать колебания в плоскости, параллельной плоскости деки. При таком возбуждении она совершает движения, которые приближенно можно считать эллиптическими. Направления и размеры большой A_1 и малой A_2 полуосей эллипса в процессе колебания струны, как правило, не остаются постоянными, что создает биения (см. п. 5.4).

Колебания струны представляют совершающимися одновременно в направлении двух полуосей: большой A_1 и малой A_2 (см. рис. 5.17, *b, в, г*). Колебания в направлении малой полуоси происходят со сдвигом по фазе на $\pi/2$ относительно колебаний в направлении большой полуоси. Тогда при синусоидальных колебаниях струны ее движение можно описать уравнениями

$$x_1 = a_1 \sin \omega t = A_{10} \cos \gamma \sin \omega t; \quad (10.7)$$

$$x_2 = a_2 \cos \omega t = A_{20} \sin \gamma \cos \omega t, \quad (10.8)$$

где a_1 и a_2 — амплитуды колебаний в плоскости, перпендикулярной плоскости деки (см. рис. 5.17, *в*); A_{10} и A_{20} — амплитуды колебаний в направлении большой и малой полуосей эллипса, равные его полуосям.

Суммарное колебание струны в плоскости, перпендикулярной плоскости деки, которое определяет амплитуду наводимой в звукоснимателе ЭДС, можно описать так:

$$x = x_1 + x_2 = a_1 \sin \omega t + a_2 \cos \omega t; \quad (10.9)$$

$$a_1 = A \sin \beta; \quad a_2 = A \cos \beta, \quad (10.10)$$

тогда можно записать

$$x = A (\sin \beta \sin \omega t + \cos \beta \cos \omega t) = A \cos (\omega t - \beta). \quad (10.11)$$

По рис. 5.17, *в* определим, что

$$a_1 = A_1 \cos \gamma; \quad a_2 = A_2 \sin \gamma, \quad (10.12)$$

следовательно

$$\operatorname{tg} \beta = a_1/a_2 = (A_1 \operatorname{ctg} \gamma)/A_2. \quad (10.13)$$

Возведем в квадрат левые и правые части уравнений (10.10) и (10.12), после несложных преобразований получим выражение

для амплитуды колебаний струны

$$A = \sqrt{A_1^2 \cos^2 \gamma + A_2^2 \sin^2 \gamma}. \quad (10.14)$$

Подставив это выражение в уравнение (10.11), получим окончательное уравнение, описывающее колебание струны в плоскости, перпендикулярной плоскости деки,

$$x = \sqrt{A_1^2 \cos^2 \gamma + A_2^2 \sin^2 \gamma} \cos(\omega t - \beta). \quad (10.15)$$

Проекция составляющей колебаний на перпендикуляр к плоскости деки (ось x) может быть равна нулю для колебаний в направлении большой полуоси только при $\gamma = \tilde{n}/2$. Поскольку струна не может колебаться только в плоскости, параллельной плоскости деки, A_2 и x не могут быть равны нулю при $\gamma = \pi/2$. Следовательно, амплитуда перпендикулярной составляющей колебания в соответствии с выражением (10.15) ни при каких условиях не может быть равна нулю. Соответственно не может

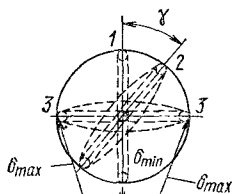


Рис. 10.5. Магнит звукоснимателя с выступами

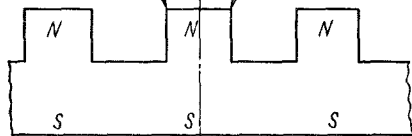
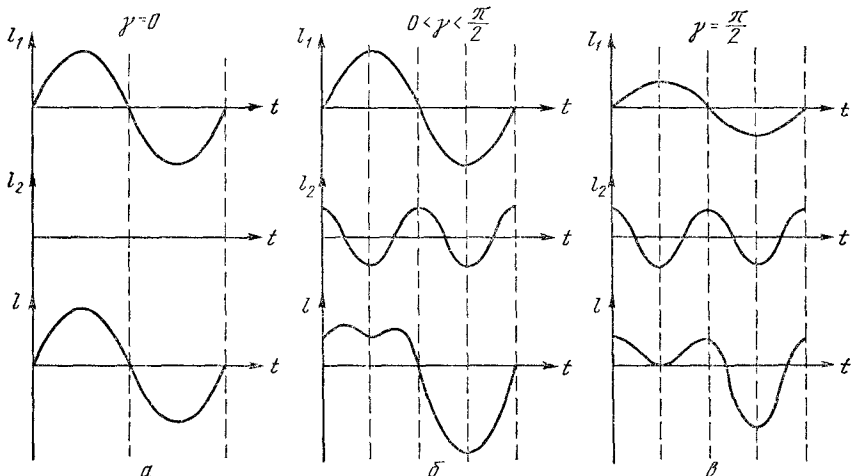


Рис. 10.6. Приближенные колебания ЭДС на выходе звукоснимателя при колебаниях струны в плоскости: а — перпендикулярной деке; б — под углом к деке; в — параллельной деке



быть равна нулю и наводимая в звукоснимателе ЭДС. Этим объясняется причина отсутствия полного замирания звука, воспроизводимого электрогитарой, хотя частичное его замирание вследствие неравенства вращающихся полуосей эллипса колеблющейся струны может быть весьма ощутимо.

При колебаниях струны в плоскости, параллельной плоскости деки, когда под каждой струной для большей концентрации магнитного потока находится выступ магнитопровода (рис. 10.5), частота наводимой ЭДС может быть вдвое выше частоты колебаний струны. При эллиптических колебаниях с большой осью эллипса, параллельной деке или под углом к ней, ЭДС звукоснимателя будет иметь как основную частоту, так и вторую гармонику (рис. 10.6). Появление второй гармоники при синусоидальном колебании струны обусловлено двукратным за период уменьшением величины потока за выступом магнита (слева и справа). Это придает тембру звука электрогитар своеобразный тембровый оттенок. Чем больше величина зазора между струной и магнитом и меньше амплитуда колебаний струны, тем меньше сказывается влияние выступа магнита.

Основные требования, предъявляемые к звукоснимателям, — большая амплитуда выходного сигнала, малое выходное сопротивление, равномерность амплитудно-частотной характеристики, высокая помехоустойчивость.

10.3. ВЫБОР МЕСТА УСТАНОВКИ ЗВУКОСНИМАТЕЛЕЙ

Амплитуда и форма наводимой в звукоснимателе ЭДС зависят не только от его частотной характеристики, но и от места его установки на музыкальном инструменте.

Установка под струнами. Каждой точке струны соответствует определенный тип колебаний, поэтому на электрогитарах под струнами устанавливают обычно несколько звукоснимателей на различном расстоянии ΔL от подставки для струн (рис. 10.7).

Положение узлов на струне для гармоник можно определить из соотношения

$$\Delta L/L = m/n, \quad (10.16)$$

положение пучностей из выражения

$$\Delta L/L = (2m - 1)/(2n), \quad (10.17)$$

где L — длина рабочей части струны; m — целое число, $1 \leq m \leq n$; n — номер гармоники.

Подставив вместо m в выражения (10.16) и (10.17) последовательно целые числа, можно отыскать расстояние до любого узла или пучности. Гармонические составляющие колебания, соответствующие той или иной точке струны, и относительные амплитуды этих колебаний для колебания струны с той или иной частотой можно отыскать с помощью номограммы [25]

(рис. 10.8). По оси ординат номограммы отложены номера гармоник, по оси абсцисс — относительные расстояния по длине рабочей части струны от точки ее опоры на подставку. Вертикальные прямые линии соединяют ось абсцисс с синусоидальной кривой, которая позволяет оценить относительную амплитуду колебаний струны в любой ее точке. Прямые 1...7 отражают процесс колебания струны на расстояниях от начала ее рабочей части, соответственно равных $1/2$; $1/3$; $1/4$; $1/6$; $1/8$; $1/13$ и $1/24$ длины. Так, чтобы определить относительную амплитуду колебаний десятой гармоники на расстоянии $\Delta L/L = 1/3$ от подставки (см. рис. 10.8, *прямая 2*), от точки 10 на оси ординат проводят горизонтальную линию до пересечения с прямой 2. Из этой точки восставляют перпендикуляр на ось углов (см. рис. 10.8, *пунктир*), при этом на оси будет отсечен некоторый угол $\lambda_{10} = \pi \cdot 10/3$. Об относительной амплитуде десятой гармоники можно судить по величине подъема (опускания) точки пересечения перпендикуляра с синусоидой от оси углов относительно амплитуды синусоиды. В общем случае относительную амплитуду искомой гармоники с номером n в заданной точке струны можно найти из соотношения

$$\delta_n = a_n/A_n = \sin \lambda_n, \quad (10.18)$$

где a_n — амплитуда колебаний струны с частотой n -й гармоники в рассматриваемой точке; A_n — амплитуда колебаний струны с частотой n -й гармо-

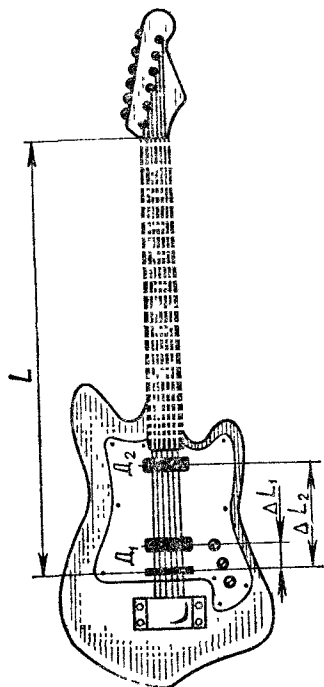


Рис. 10.7. Расположение звукоснимателей на электрогитаре

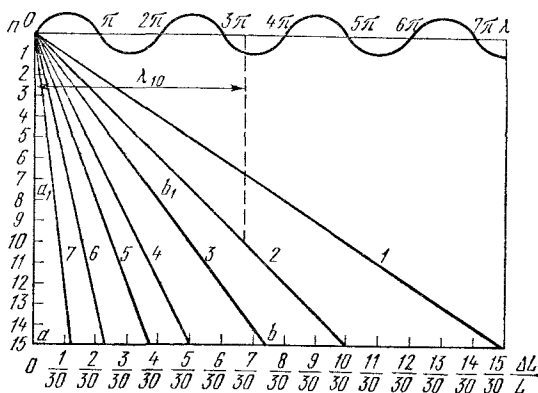


Рис. 10.8. Номограмма для выбора места установки индукционных звукоснимателей

ники в точке, соответствующей пучности-для данной частоты; λ_n — угол для n -й гармоники.

$$\lambda_n = \pi n \Delta L / L. \quad (10.19)$$

Для десятой гармоники $\delta_{10} = a_{10}/A_{10} = \sin(\pi \cdot 10/3) = 0,86$, или $a_{10} = 0,86A_{10}$. Аналогично находят относительные амплитуды колебаний струн на других частотах.

При адаптеризации гитар устанавливают от одного до четырех звукоснимателей. При выборе мест их установки целесообразно избежать диссонансных интервалов, образуемых обертонами струн, чтобы получить достаточно богатый спектр звука, создающий приятный тембр. Выбрать консонирующие интервалы, образуемые обертонами, можно с помощью номограммы, представленной на рис. 2.17, а соответствующие места установки звукоснимателей — с помощью номограммы, представленной на рис. 10.8.

При установке одного звукоснимателя в басовых электрогитарах желательно бывает подавить восьмую и рядом с ней находящиеся гармоники, которые вносят наиболее заметные диссонансы из-за значительных их амплитуд и наличия между ними диссонирующих интервалов. Все гармоники нижних номеров при этом целесообразно сохранить. Этому условию удовлетворяет относительное расстояние $\Delta L/L = 0,125$ (см. рис. 10.8, *прямая 5*). Для открытой струны при мензуре гитары $L = 760$ мм оно составит 95 мм. Максимальное относительное значение амплитуды колебаний для гармоник ниже восьмой в этом случае будет у четвертой ($\delta_4 = 1$), минимальное — у первой и седьмой ($\delta_1 = \delta_7 = 0,38$).

Для струн, прижатых к ладам гитары, отношение $\Delta L/L$ и соответственно относительные амплитуды гармоник будут изменяться. Так, для струны, прижатой к двенадцатому ладу, длина ее рабочей части L уменьшится в два раза, а расстояние от подставки для струн до звукоснимателя ΔL не изменится. Это приведет к увеличению частоты колебаний струны и увеличению отношения $\Delta L/L$ также в два раза. Теперь будут равны нулю не только амплитуда восьмой, но и четвертой гармоник. Относительные же амплитуды первой и седьмой гармоник соответственно примут значения $\delta_1 = \delta_7 = 0,707$.

При установке двух звукоснимателей в басовых гитарах второй звукосниматель размещают обычно с таким расчетом, чтобы иметь возможность получить амплитуду первой гармоники звукового сигнала по возможности большей. Этому условию удовлетворяет относительное расстояние $\Delta L/L = 0,25$ (см. рис. 10.8, *прямая 3*) для открытой струны. В этом случае в звуковом сигнале отсутствуют гармоники, кратные четырем, а относительные амплитуды первой, второй и третьей гармоник будут соответственно $\delta_1 = 0,707$, $\delta_2 = 1$, $\delta_3 = 0,707$. Для струны, прижатой к двенадцатому ладу, $\delta_1 = 1$; $\delta_2 = 0$ и $\delta_3 = 1$, т. е. амплитуды

первой и третьей гармоник максимальны, вторая гармоника отсутствует.

В сольных электрогитарах стремятся получить более полный спектр звука, поэтому первый звукосниматель размещают по возможности ближе к подставке для струн.

Практически относительное расстояние до средней части магнитопровода звукоснимателя для этих гитар $\Delta L/L = 0,042 \dots 0,07$. Для $\Delta L/L = 0,042$ (см. рис. 10.8, *прямая 7*) относительные амплитуды при открытой струне $\delta_1 = 0,13$; $\delta_2 = 0,26$, $\delta_3 = 0,39$, $\delta_4 = 0,5$ и т. д.

Место установки звукоснимателя предопределяет спектр получаемого звукового сигнала. Кроме того, музыкант, прижимая струны к ладам, изменяет спектр извлекаемого звука.

Таким образом, при конструировании электрогитар и других струнных инструментов с индукционными звукоснимателями места установки звукоснимателей следует выбирать с учетом формируемого спектра колебаний струн. Места установки звукоснимателей для некоторых электрогитар приведены в табл. 10.2. На практике на тембр и форму звукового сигнала влияют также вибрации дек и подставок для струн.

Установка в подставках для струн. Через подставку для струн происходит отток энергии колеблющейся струны в деку и корпус инструмента, что приводит к возбуждению электрических колебаний в устанавливаемых в подставках звукоснимателях. Отток энергии будет тем меньше, чем жестче и массивнее подставка, дека и корпус инструмента.

Из-за гибкости подставки, деки и корпуса и ограниченности их массы при колебаниях струны происходят сжатие и восстановление формы подставки с частотами гармонических составляющих колеблющейся струны. Поэтому при помощи встраиваемых в подставку звукоснимателей можно получить у инструментов звучание, близкое по тембру их естественному.

В подставках для струн могут быть установлены индукционные и пьезоэлектрические звукосниматели, но не исключается возможность использования индуктивных и емкостных.

Установка на деках. У дек щипковых и смычковых музыкальных инструментов есть участки, амплитуды колебаний которых различны для различных частот. Это объясняется тем, что у различных участков дек — собственные резонансные частоты, поэтому тембр звука адаптированного инструмента в некоторой степени зависит от мест установки звукоснимателей. Если необходимо тембр звука адаптированного инструмента максимально приблизить к его естественному, целесообразно разместить звукосниматели на деке с внутренней стороны против подставки для струн (рис. 10.9, *участок 1*). Если же эта цель не преследуется, звукосниматели можно устанавливать с внутренней стороны деки на участках 2...5 (рис. 10.9). При одновременном применении нескольких звукоснимателей можно получить

Таблица 10.2. Размещение звукозаписывающих устройств на некоторых электрогитарах массового производства

Гитара	Изготовитель	Тип гитары	Расстояние $\Delta L/L$ для звукозаписывающего устройства		
			1-го	2-го	3-го
Неакустическая «Блак ПEARль»	Фирма «Вельсон» (Италия)	Ритмическая	0,07	0,22	—
«Ред Бас»	То же	Басовая	0,13	0,24	—
«Блак Бас»	»	»	0,13	0,27	—
«Супер Джаз»	»	Сольная	0,063	0,15	0,24
«Элли» мод. 3	Фирма «Гручианелли» (Италия)	»	0,048	0,15	0,26
«Аурика»	Фирма ЭКО (Италия)	Ритмическая	0,062	0,23	—
«Кадетт бас»	То же	Басовая	0,13	0,26	—
«Этерна де Люкс»	Фирма «Музима» (ГДР)	Сольная	0,066	0,15	0,24
гавайская	Фирма «Марма» (ГДР)	»	0,13	—	—
«Каваи»	Фирма «Каваи» (Япония)	»	0,068	0,16	0,22
СГ-5А	Фирма «Ямаха» (Япония)	»	0,048	0,106	0,23
СГ-2А	То же	Ритм-соло	0,048	0,23	—
СБ-7А	»	Басовая	0,078	0,27	—
«Вокс»	Великобритания	Сольная	0,066	0,16	0,26
«Аэлига»	СССР	Ритм-соло	0,077	0,16	0,26
«Элгава»	СССР	Ритмическая	0,014	0,3	—
«Тоника»	СССР	То же	0,062	0,2	—
«Тоника бас»	СССР	Басовая	0,063	0,24	—
«Аэлига стерео»	СССР	Ритм-соло	0,05	0,1	0,21
Полуакустическая «Каравел-2»	Фирма «Вельсон» (Италия)	Ритмическая	0,055	0,22	—
«Бас»	То же	Басовая	0,061	0,24	—
«Элите» мод. 702 бас	Фирма «Гручианелли» (Италия)	»	0,045	0,26	—
«Элите» мод. 702 стерео *	То же	Сольная	0,042	0,084	0,2
«Элите» мод. 802	»	Ритмическая	0,056	0,22	—
мод. 1665	Фирма «Музима» (ГДР)	Сольная	0,055	0,24	—
То же	То же	Басовая	0,04	0,18	—
«Люксус»	»	»	0,054	0,24	—
«Студио»	ЧССР	Сольная	0,07	0,14	—
«Торнадо»	ЧССР	»	0,068	0,16	0,24
Акустическая «Элите» мод. С-195/1 (12-струнная)	Фирма «Гручианелли» (Италия)	Концертная сольная	0,26	—	—

* Для четвертого звукозаписывающего устройства $\Delta L/L=0,26$.

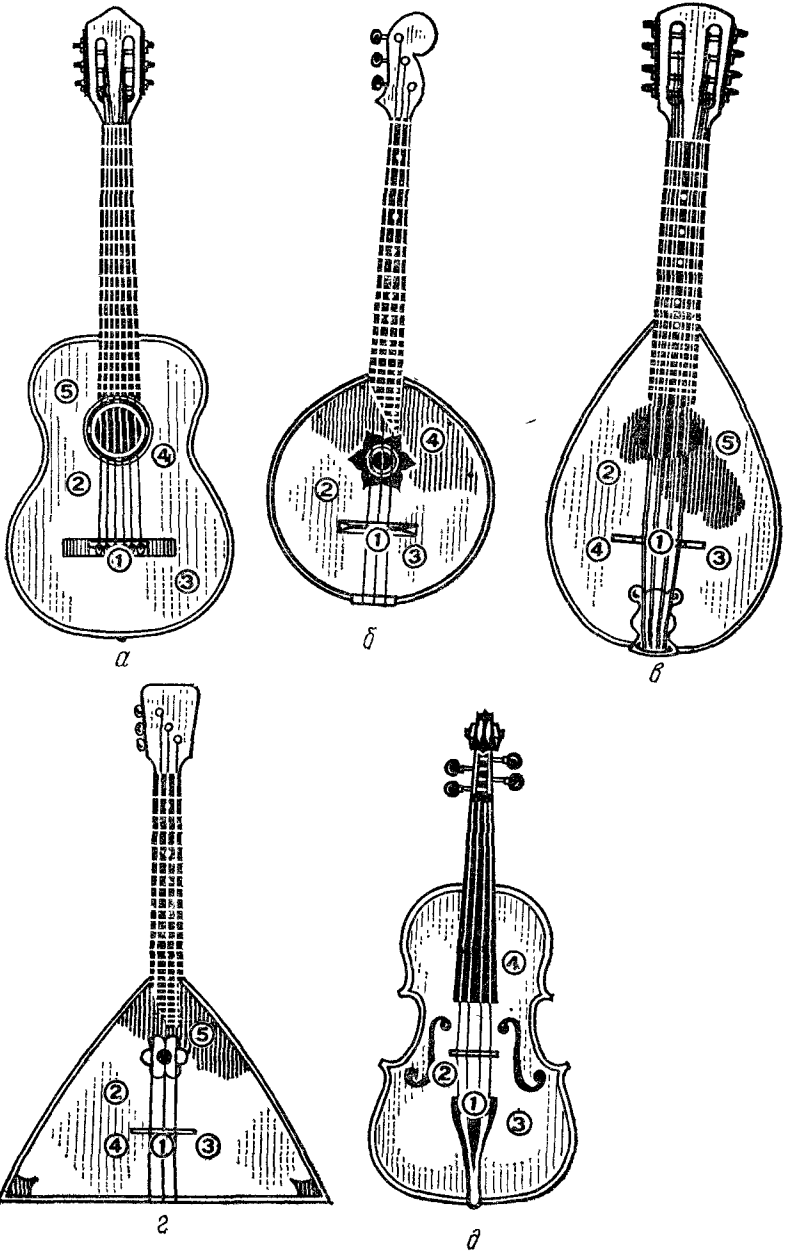


Рис. 10.9. Места установки звукопередатчиков:

а — на гитаре; б — на домре; в — на мандолине; г — на балалайке; д — на скрипке

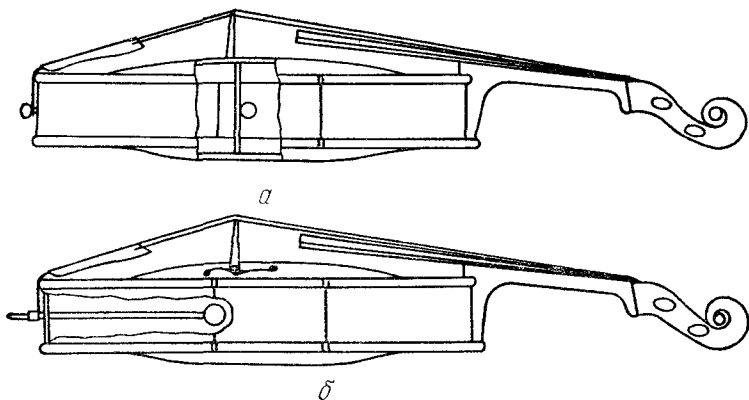


Рис. 10.10. Размещение микрофона:
а — внутри скрипки; *б* — внутри виолончели и контрабаса

различные тембровые оттенки звука даже без использования специальных темброблоков, а только используя различные комбинации включения звукопередатчиков.

Установка микрофонов. Акустические датчики (микрофоны) в основном размещают внутри музыкальных инструментов. Места их установки выбирают так, чтобы полезный звуковой сигнал в этих местах был по возможности наибольшим, а посторонних шумов — наименьшим.

В скрипке микрофон крепится к стойке внутри корпуса (рис. 10.10, *а*).

В контрабасе и виолончели микрофон может быть установлен внутри корпуса на специальной штанге (рис. 10.10, *б*). Ее можно использовать как канал для кабеля, соединяющего микрофон с преобразовательными и усилительными устройствами.

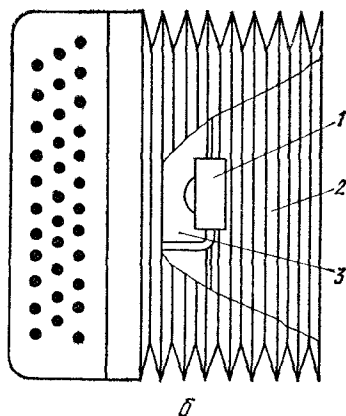
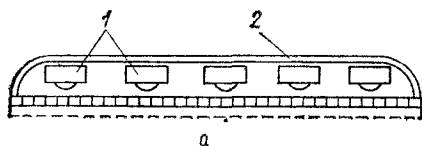


Рис. 10.11. Размещение микрофонов в язычковых инструментах:

а — в правом полукорпусе: 1 — микрофоны; 2 — сетка; *б* — в левом полукорпусе: 1 — микрофон; 2 — мех; 3 — резонатор

В правом полукорпусе инструментов язычковой группы (баяны, аккордеоны) микрофоны 1 (рис. 10.11, а) размещают непосредственно на сетке 2 (с внутренней стороны). Целесообразно устанавливать на некотором расстоянии друг от друга 4—5 микрофонов. При установке одного микрофона расстояния от него до различных голосовых планок будут отличаться в несколько раз, что приведет к неодинаковой громкости звучания различных нот мелодии.

В левом полукорпусе язычкового инструмента микрофон 1 (рис. 10.11, б) устанавливают внутри меха 2 против резонатора 3 и на достаточном удалении от них.

Могут быть и другие варианты размещения микрофонов и звукоснимателей.

10.4. ТЕМБРОБЛОКИ ЭЛЕКТРОГИТАР

Для корректировки сигналов, получаемых со звукоснимателей, и чтобы придать звуку определенные тембровые оттенки, используют схемы преобразования сигналов (темброблоки). Темброблоки обычно формируют из переключаемых резистивно-емкостных цепочек.

Звукосниматель $B1$ (рис. 10.12) располагается у подставки для струн на относительном расстоянии $\Delta L/L = 0,055...0,065$, а $B2 — 0,24$. При установке переключателя S в положение 1 гитара используется в основном как ритмическая, при этом к схеме подключается только звукосниматель $B2$ и частотная коррекция тембра не производится. При установке переключателя S в положение 2 гитару используют для исполнения сольных партий. В этом случае оба звукоснимателя включены параллельно без частотной коррекции. Если переключатель S находится в положении 3, подключен только звукосниматель $B2$, и с помощью конденсатора $C1$ происходит срез нижних частот звукового сигнала (рис. 10.12, кривая 1). Тембр звука в этом случае будет напоминать тембр банджо. Если переключатель S находится в положении 4, звукосниматель $B1$ подключается к цепочке $RIC2$, в результате чего происходит срез высоких частот звукового сигнала (рис. 10.12, кривая 2). Переменные резисторы $R2$ и $R3$ служат для регулировки амплитуды сигналов звукоснимателей $B1$ и $B2$.

В темброблоке неакустической электрогитары «Аэлита» (СССР) три звукоснимателя установлены на относительном расстоянии от подставки для струн $\Delta L/L$, равном 0,077 (первый), 0,16 (второй), 0,26 (третий). Это позволяет получить со звукоснимателей электрические сигналы различного спектрального состава. С помощью переключателей $S1, S2, S3$ (рис. 10.13) можно подключить любой из трех звукоснимателей или выбрать комбинацию их включения. Кроме того, каждый из звукоснимателей может быть включен на один из двух фильтров с помощью

переключателей $S4, S5, S6$. Переменные резисторы $R4, R7, R10$ служат для регулировки интенсивности сигналов звукоснимателей $B1, B2, B3$ соответственно. Общим регулятором является переменный резистор $R12$.

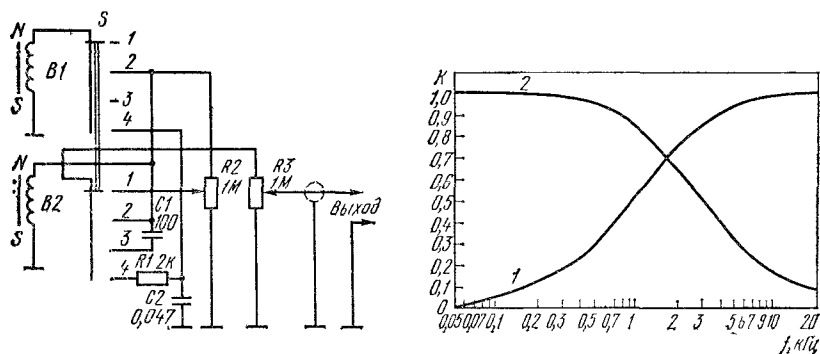


Рис. 10.12. Схема и амплитудно-частотные характеристики темброблока полуакустических и сольных электрогитар моделей 1655 HV, «Рекорд», «Элгитте» фирмы «Музима» (ГДР)

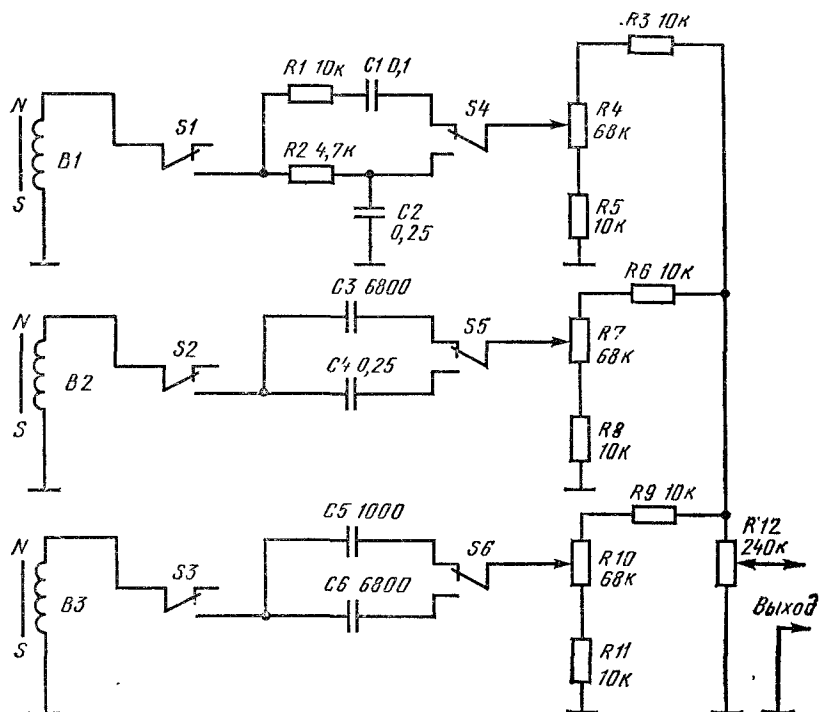


Рис. 10.13. Схема темброблока неакустической электрогитары «Аэлита» (СССР)

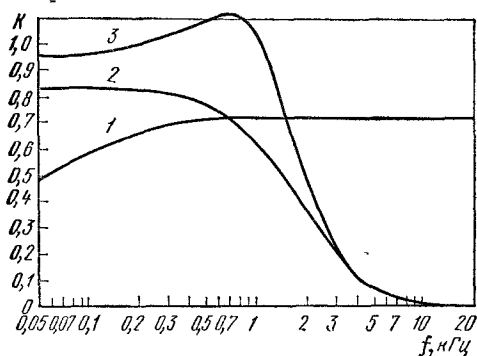
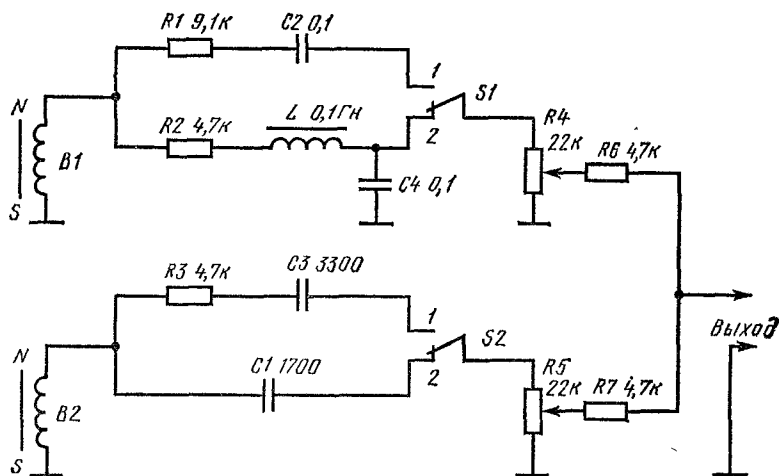


Рис. 10.14. Схема и амплитудно-частотные характеристики темброблока басовой электрогитары

В схеме темброблока басовой электрогитары предусмотрена возможность получения четырех тембровых оттенков. Относительное расстояние $\Delta L/L$ до звукоснимателя $B2$ (рис. 10.14) составляет 0,1, $B1$ — 0,25. Если переключатель $S1$ находится в положении 1, звукосниматель $B1$ подключается к фильтру верхних частот $R1R4R2$, амплитудно-частотная характеристика которого представляет собой кривую 1 (см. рис. 10.14). В положении 2 переключателя $S1$ включается фильтр нижних частот $R2R4LC4$, амплитудно-частотная характеристика которого изображается кривой 2 (см. рис. 10.14). Переключатель $S2$ служит для подключения фильтров верхних частот с различной частотой среза. Наличие индуктивности L повышает крутизну среза фильтра, что делает тембр более мягким. При этом с уменьшением сопротивления резистора $R2$ добротность фильтра повышается, а амплитудно-частотная характеристика становится близкой к кривой 3 (см. рис. 10.14).

Разнообразие схем темброблоков электрогитар велико и не исчерпывается рассмотренными, однако их действие аналогичное.

Схемы других типов звукоснимателей из-за их ограниченного применения не приводятся.

10.5. КОНСТРУКТИВНЫЕ И ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ СТРУН ЭЛЕКТРОГИТАР И ИХ НАСТРОЙКА

Физико-механические и акустические параметры струн электрогитар практически те же, что и традиционных акустических гитар (см. п. 3.3). Однако струны электрогитар должны удовлетворять и некоторым дополнительным требованиям: малое магнитное сопротивление и гладкость поверхности. Первое из этих требований обусловлено необходимостью получения максимальной чувствительности системы звукосниматель — струна, второе — нечувствительностью этой системы к шорохам, возникающим при продольном скольжении руки музыканта по струнам.

Обычные металлические гитарные струны не вполне удовлетворяют этим дополнительным требованиям. Для лучшего выполнения на струны делают навивку ленты из ферромагнитного сплава с высокой магнитной проницаемостью, после чего полируют поверхность струн. Между керном 1 (рис. 10.15) и ленточной навивкой 3 для плотного ее прилегания может применяться дополнительная прокладка 2 из волокнистого материала, например шелка или тонких синтетических нитей. Лента 3 плотно укладывается на дополнительную прокладку виток к витку. Иногда для обеспечения большей погонной массы на дополнительную прокладку 2 наматывают круглую медную или другую проволоку 4, а на нее — ферромагнитную плоскую ленту 3. Ширина ленты должна быть в этом случае не менее двух диаметров круглой проволоки.

Тонкие струны для электрогитар обычно используют без навивки.

Тоны открытых струн различных электрогитар приведены в табл. 10.3.

Точность строя электрогитар определяется точностью установки ладовых пластин (табл. 10.4). Расчет мензуры под ладо-

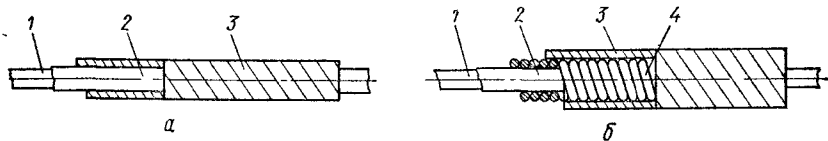


Рис. 10.15. Струны электрогитар:

а — без промежуточной круглой навивки; б — с промежуточной круглой навивкой; 1 — керн; 2 — мягкая прокладка; 3 — плоская ферромагнитная лента; 4 — круглая навивка

Таблица 10.3. Настройка открытых струн электрогитар

Электрогитара	Длина рабочей части струны, мм	Количество струн	Количество ладов	Диапазон звучания	Тон струны в зависимости от номера					
					1-я	2-я	3-я	4-я	5-я	6-я
Ритмическая	650	6	19	<i>Ми — си²</i>	<i>ми¹</i>	<i>си</i>	<i>соль</i>	<i>ре</i>	<i>Ля</i>	<i>Ми</i>
»	610	6	19	<i>Ми — си²</i>	»	»	»	»	»	»
»	585	6	19	<i>Соль — ре³</i>	<i>соль¹</i>	<i>ре¹</i>	<i>ля-</i>	<i>фа</i>	<i>до</i>	<i>Со¹</i>
							<i>диез</i>			
Ритм-соло	650	6	20	<i>Ми — до³</i>	<i>ми¹</i>	<i>си</i>	<i>соль</i>	<i>ре</i>	<i>Ля</i>	<i>Ми</i>
»	650	6	21	<i>Ми — до-диез³</i>	»	»	»	»	»	»
»	610	6	22	<i>Ми — ре³</i>	»	»	»	»	»	»
»	585	6	21	<i>Соль — ми³</i>	<i>соль¹</i>	<i>ре¹</i>	<i>ля-</i>	<i>фа</i>	<i>до</i>	<i>Соль</i>
							<i>диез</i>			
Сольная	650	6	22	<i>Ми — ре³</i>	<i>ми¹</i>	<i>си</i>	<i>соль</i>	<i>ре</i>	<i>Ля</i>	<i>Ми</i>
Басовая	821	4	21	<i>Ми₁ — ми¹</i>	<i>Соль</i>	<i>Ре</i>	<i>Ля₁</i>	<i>Ми₁</i>	—	—
»	805	4	22	<i>Ми₁ — фа¹</i>	»	»	»	»	—	—
»	760	4	20	<i>Ми₁ — ре-диез¹</i>	»	»	»	»	—	—

Таблица 10.4. Разбивка ладов электрогитар

Номер лада	Расстояние b_m от верхнего порожка гитары до m -го лада при длине рабочей части струны L , мм					
	820	805	760	650	610	585
1	46	45,2	42,7	36,5	34,2	32,8
2	89,3	87,7	82,8	70,8	66,5	63,7
3	130,5	128,1	120,9	103,4	97,1	97,1
4	169,1	166,1	156,8	134,1	125,8	120,7
5	205,7	201,9	190,6	163	153	146,7
6	240,2	235,8	222,6	190,4	178,7	171,3
7	272,7	267,7	252,7	216,2	202,9	194,5
8	303,4	297,8	281,2	240,5	225,7	216,5
9	332,4	326,3	308,1	263,5	247,3	237,1
10	359,8	353,1	333,4	285,2	267,6	256,7
11	385,6	378,5	357,4	305,7	286,8	275,1
12	410	402,5	380	325	305	292,5
13	433	425	401,3	343,2	322,1	308,9
14	454,7	446,4	421,4	360,4	338,3	324,4
15	475,2	466,5	440,4	376,7	353,5	339,2
16	494,6	485,5	458,4	392	367,9	352,8
17	512,8	503,4	475,3	406,5	381,5	365,9
18	530,1	520,4	491,3	420,2	394,3	378,2
19	546,3	536,3	506,4	433,1	406,4	389,8
20	561,7	551,4	520,6	445,2	417,8	400,7
21	576,2	565,6	534	456,7	428,6	411,1
22	589,9	579,1	546,7	467,6	438,8	420,8
23	602,8	591,8	558,7	477,8	448,4	430
24	615	603,7	570	487,5	457,5	438,7

вые пластины производится так же, как и для традиционных гитар (см. п. 5.3).

Настройка шестиструнных электрогитар производится так же, как и традиционных гитар (см. п. 5).

Четырехструнные гитары (басовые) настраиваются в следующей последовательности. Первая струна, прижатая ко второму ладу, настраивается на частоту 110 Гц (например, в октаву по камертону *ля*). Вторая струна, прижатая к пятому ладу, настраивается в унисон с открытой первой струной. Третья струна, прижатая к пятому ладу, настраивается в унисон с открытой второй струной. Четвертая струна, прижатая к пятому ладу, настраивается в унисон с открытой третьей струной.

10.6. ВЛИЯНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ВИБРАТОРА НА ТОЧНОСТЬ НАСТРОЙКИ ЭЛЕКТРОГИТАР

Многие электрогитары, предназначенные для сольного исполнения музыки, снабжают специальными механическими вибраторами для изменения частоты колебаний струн и создания эффекта частотного вибрато. Для таких устройств большое значение имеет сохранение строя при работе с вибратором.

Из теории упругости известно, что относительное удлинение стального стержня или струны прямо пропорционально приложенной силе F (в пределах действия закона Гука) и обратно пропорционально его сечению s_c и модулю упругости E_c :

$$F = E_c s_c \Delta L_0 / L_0, \quad (10.20)$$

где ΔL_0 — изменение длины струны под действием силы F ; L_0 — полная длина струны при отсутствии силы F (она больше длины рабочей части струны L , определяемой расстоянием между двумя опорами).

Для обвитой струны под модулем упругости E_c понимается модуль упругости струны в целом, а не отдельного керна:

$$E_c = E s_k / s_c, \quad (10.21)$$

где s_k и s_c — площадь сечения соответственно керна и струны с навивками.

При изменении усилия натяжения струны от F до F_1 удлинение ее изменится от $\Delta L_0 = L_1 - L_0$ до $\Delta L_1 = L_2 - L_0$, т. е. на величину $\Delta L_c = \Delta L_1 - \Delta L_0 = L_2 - L_1$. С учетом выражений (10.20) и (10.21) изменение усилия натяжения

$$\Delta F = F_1 - F = E_c s_c \Delta L_c / L_0. \quad (10.22)$$

Принимая во внимание соотношения (10.20) и (10.22), получим выражение для полной длины струны

$$L_0 = L_1 E_c s_c / (F + E_c s_c). \quad (10.23)$$

Тогда соотношение (10.22) примет вид

$$\Delta F = (F - E_c s_c) \Delta L_c / L_1. \quad (10.24)$$

Учитывая, что $F_1 = F + \Delta F$, найдем в соответствии с уравнением (3.10) изменение частоты при изменении усилия натяжения струны:

$$\Delta f = f_1 - f = \frac{\sqrt{F + (F + E_c s_c) \Delta L_c / L_1} - \sqrt{F}}{2L_1 \sqrt{\rho_c s_c}}, \quad (10.25)$$

где ρ_c — средняя плотность струны.

Относительное изменение частоты с учетом формулы (3.36), можно представить так:

$$\frac{\Delta f}{f} = \left[2 + \frac{\Delta L_c}{L_1} \left(1 + \frac{E_c}{4L_1^2 \rho_c f^2} \right) - 2 \sqrt{1 + \frac{\Delta L_c}{L_1} \left(1 + \frac{E_c}{4L_1^2 \rho_c f^2} \right)} \right]^{1/2}. \quad (10.26)$$

По формуле (10.26) построена зависимость изменения частот струн объединения «Светлана» от их удлинения (рис. 10.16).

Из рисунка видно, что при равном относительном изменении длин струн относительное изменение их частот различно. Поэтому изменение частот струн электрогитар при воздействии механического вибратора может привести к нарушению равномерной температуры их строя, если для сохранения ее не принято специальных мер.

Вибраторы обеспечивают изменение высоты звуков как в сторону их повышения, так и в сторону понижения на три и более полутонов. Это справедливо и для открытых струн, и для струн, прижимаемых к ладовым пластинам. Конструкции вибраторов могут быть различными. Одна из них показана на рис. 10.17.

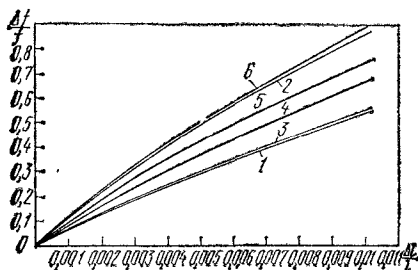
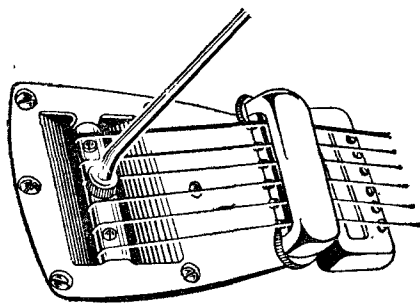


Рис. 10.16. Относительное изменение частот струн объединения «Светлана» от их относительного удлинения (цифры у прямых — номера струн)



a

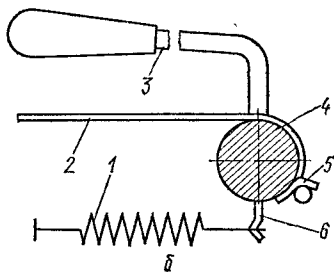


Рис. 10.17. Вибратор:

a — общий вид; *b* — конструкция; 1 — пружина; 2 — струна; 3 — рычаг; 4 — поворотный валик; 5 — упор для крепления струн; 6 — скоба для крепления пружины

При нажатии на рычаг 3 (см. рис. 10.17) происходит поворот валика 4, удерживаемого пружиной 1 посредством скобы 6. При этом изменяется натяжение струн 2, зафиксированных упором 5, а следовательно, изменяется и частота колебаний. Удлинение струны ΔL_c , необходимое для получения относительного изменения частоты $\Delta f/f$, одинакового для всех струн и обеспечивающего сохранение настройки электрогитары при повороте рычага вибратора, можно определить по кривым (см. рис. 10.16).

Радиус валика вибратора, зная ΔL_c конкретной струны, можно найти из соотношения

$$R = (\Delta L_c - r_c \Delta \varphi) / \Delta \varphi, \quad (10.27)$$

где r_c — радиус струн; $\Delta \varphi$ — угол поворота валика (он одинаков для всех струн и равен углу поворота рычага).

Радиус валика для k -й струны можно выразить так:

$$R_k = \frac{\Delta L_{ck}}{L_k} \frac{L_k l_0}{\Delta h} - r_c = \frac{\Delta L_{ck} l_0}{\Delta h} - r_c, \quad (10.28)$$

где ΔL_{ck} — относительное удлинение k -й струны; L_k — длина k -й струны между точками крепления; l_0 — длина рукоятки; Δh — дуга, описываемая концом рукоятки при повороте.

Из выражения (10.28) и рис. 10.16 следует, что для сохранения равномерной температуры строя электрогитары диаметры поворотного валика вибратора для различных струн должны быть различны (рис. 10.18), так как требуемая величина удлинения струн ΔL_c , радиусы r_c и полные длины струн L_0 зависят от их собственных частот колебаний и принимаемой конструкции струны и гитары. В табл. 10.5 приведены полные длины струн L_0 гитар различных моделей. При конструировании электрогитары необходимо заранее выбирать для нее струны, чтобы рассчитать для них радиусы валика вибратора.

Таблица 10.5. Расстояние между точками крепления струн для различных электрогитар, имеющих мензурку $L = 650$ мм

Гитара	Расстояние L_0 между точками крепления струн, мм, для струны					
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й
Неакустическая						
«Тоника»	912	888	864	840	816	792
«Аэлита»	917	892	867	843	818	795
«Вокс»	850	830	810	790	770	750
Полуакустическая						
«Каван»	825	860	895	895	860	825

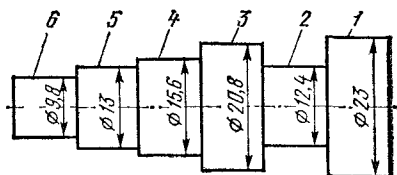


Рис. 10.18. Валик для струн объединения «Светлана» (цифры — номера струн)

1. Гоноровский И. С. Основы радиотехники. М., 1957.
2. Красильников А. А. Звуковые волны в воздухе, воде и твердых телах. М., 1951.
3. Цвикер Э., Фельдкеллер Р. Ухо как приемник информации. М., 1971.
4. Гарбузов Н. А. Зонная природа звуковысотного слуха. М.; Л., 1948.
5. Дрейзен Н. Г. Курс электроакустики. М., 1938.
6. Римский-Корсаков А. В., Дьяконов Н. А. Музыкальные инструменты. М., 1952.
7. Кузнецов Л. А. Основы теории, конструирования, производства и ремонта электромузыкальных инструментов. М., 1981.
8. Гриднев М. В. Оценка качества звука щипковых музыкальных инструментов/ЦБНТИ ММП РСФСР. М., 1972.
9. Янковский Б. А. Исследование тембровых особенностей скрипок и разработка метода объективной оценки их качества: Отчет экспериментальной фабрики щипковых инструментов. М., 1951.
10. Угольников Н. И. Исследование распространения звуковых волн в резонансной древесине//Сб. тр./НИИМП. 1938. Вып. 1. С. 112—121.
11. Андреев Н. Н. О дереве для музыкальных инструментов//Сб. тр./НИИМП. 1938. Вып. 1. С. 13—28.
12. Дьяконов Н. А. Рояли и пианино, конструирование и производство. М., 1964.
13. Мальгина Л. А. Проведение испытаний гитарных струн по акустическим характеристикам: Отчет НИКТИМПа. М., 1982.
14. Порвенков В. Г., Мальгина Л. А. Разработка методов сравнительной оценки качества струн: Отчет НИКТИМПа. М., 1980.
15. Римский-Корсаков А. В. Исследование струнных музыкальных инструментов: Дис. ... д-ра техн. наук. Л., 1949.
16. Гутин Л. Я. Расчет мандолины//Журнал технической физики. 1937. Т. VII. Вып. 10. С. 78—85.
17. Белов А. И., Угольников Н. И. Частотные характеристики излучения дек клавишных инструментов//Сб. тр./НИИМП. 1944. Вып. 3. С. 34—48.
18. Римский-Корсаков А. В. Теория передачи энергии при ударе фортепианного молотка по струне//Сб. тр./НИИМП. 1941. Вып. 3. С. 5—34.
19. Лебедева Е. А. Пути улучшения статических характеристик клавишных механизмов пианино//Совершенствование производства музыкальных инструментов: Сб. тр./НИКТИМП. М., 1980. С. 4—49.
20. Кузнецов Л. А. Исследование функционального преобразователя силы удара в электрический сигнал специальной формы: Дис. ... канд. техн. наук. М., 1970.
21. Кузнецов Л. А. Определение динамических характеристик клавишных механизмов фортепиано//Теоретические и экспериментальные исследования в области производства музыкальных инструментов: Сб. тр./НИКТИМП. М., 1979. С. 23—41.
22. Угольников Н. И. Акустический расчет щипкового инструмента для основных частот деки и резонатора//Сб. тр./НИИМП. 1938. Вып. 1. С. 112—121.
23. Майер И. Настройка основных резонансов гитар/Пер. с нем.; ВЦП № Ц-70552. М., 1976.

24. Белов С. И., Бандас Л. П., Минин А. Е. Щипковые музыкальные инструменты. М., 1963.
25. Кузнецов Л. А. Методы качественной оценки некоторых характеристик тембра и спектрального состава колебаний струн с помощью номограмм// Совершенствование производства музыкальных инструментов: Сб. тр./НИКТИМП. М., 1980. С. 85—95.
26. Русаков И. Г. Роль формы и материала в скрипичном смычке//Сб. тр./НИИМП. 1941. Вып. 3. С. 80—97.
27. Lottermoser W., Meyer J. Über den Klang der Stradivari — Geide «Prince Khevenhüller»//Instrumentenbau — Zeitschrift. 1968. № 2. P. 17—30.
28. Meyer J. Akustische Untersuchungen Zur Klangqualität vor Geigen//Instrumentenbau. 1975. № 2. P. 36—48.
29. Hutchins C. M. The physics violins//Scientific American. 1962. Т. 207. № 5. P. 34—50.
30. Паршина С. В., Порвенков В. Г., Челноков Н. Н. Исследование акустических и физико-механических параметров дек гитар и виолончелей//Повышение качества и совершенствование производства музыкальных инструментов: Сб. тр./НИКТИМП. М., 1983. С. 3—35.
31. Витачек Е. Толщины дек в смычковых инструментах старинных скрипичных мастеров и их распределение//Сб. работ комиссии по музыкальному инструментоведению. М., 1926. Вып. 1. С. 21—33.
32. Зимин П. Н. К вопросу о единообразном методе исследования толщин дек смычковых музыкальных инструментов//Сб. работ комиссии по музыкальному инструментоведению. М., 1926. Вып. 1. С. 34—46.
33. Schubert P. Zum Schwingungs — und Abstrahlverhalten von Streichinstrumenten. Bericht über 3. Symposium zu Fragen der Streichinstrumente, Saiten und Stimmungen. Michaelstein, 1982.
34. Подгорный Т. Пружина, душка и подставка в скрипке и других смычковых инструментах//Сб. работ комиссии по музыкальному инструментоведению. М., 1926. Вып. 1. С. 57—65.
35. Оберберг В. О пружине в скрипке//Сб. работ комиссии по музыкальному инструментоведению М., 1926. Вып. 1. С. 52—56.
36. Güth W. Der Wolfston beim Cello//Acustika. 1978. Vol. 41. № 3. P. 49—61.
37. Горлов А. М., Леонов А. Н. Производство и ремонт смычковых музыкальных инструментов. М., 1975.
38. Тимошенко С. П. Теория колебаний в инженерном деле. М., 1932.
39. Константинов Б. П. Об автоколебаниях в звукообразовании язычка гармонии//Сб. тр./НИИМП. 1939. Вып. 2. С. 63—76.
40. Хормушко С. П. Изучение входных камер гармонии//Сб. тр./НИИМП. 1939. Вып. 2. С. 78—92.
41. Вагин Л. С. Расчет язычков для клавишных язычковых инструментов//Сб. тр./НИИМП. 1938. Вып. 1. С. 177—188.
42. Розенфельд Н. Г. Гармони, баяны, аккордеоны. М., 1964.
43. Мирек А. Справочник по гармоникам. М., 1968.
44. Чулаки М. Инструменты симфонического оркестра. М., 1972.
45. Девис А. Современная акустика. М., 1938.
46. Струве К. В. Акустика музыкальных труб//Журнал технической физики. 1936. Т. VI. Вып. 8. С. 78—90.
47. Гуревич Я. М. О строе медных духовых инструментов//Сб. тр./НИИМП. 1941. Вып. 3. С. 49—68.
48. Морз Ф. Колебания и звук/Пер. с англ. под ред. проф. С. Н. Ржевкина. М., 1949.
49. Крендалл И. Б. Акустика: Пер. с англ. Л., 1934.
50. Meyer J. Akustik der Holzblasinstrumente in Einzeldarstellungen. Frankfurt am Main, 1966. P. 63—71.
51. Гонтикевич В. С. Собственные колебания пластинок и оболочек. Киев, 1964.
52. Котляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Уравнения в частных производных математической физики. М., 1970.
53. Музыкальная акустика/Багадуров В. А., Гарбузов Н. А., Зинин П. Н. и др. М., 1954.

54. Шапочкин А. С., Боровков Н. П., Челноков Н. Н. Акустические свойства оркестровых тарелок/ЦБНТИ ММП РСФСР. 1978. Вып. 14.
55. Шульпин В. М. Выбор материала, оптимальных размеров пластин ксилофонов и металлофонов и разработка методики их настройки: Отчет НИКТИМПа по теме 555.2.2. 1986.
56. Боровков Н. П., Шапочкин А. С., Федоров В. Н. и др. Применение металлов и сплавов в производстве музыкальных инструментов//Исследование свойств материалов для производства музыкальных инструментов: Сб. тр./НИКТИМП. М., 1981. С. 3—22.
57. Кузнецов Л. А. Эквипотенциальный метод расчета фиктивных размеров полюсов магнитных систем ЭМИ//Теоретические и экспериментальные исследования в области производства музыкальных инструментов: Сб. тр./НИКТИМП. М., 1979. С. 106—134.

1. Колебательные процессы	3
1.1. Общая характеристика колебательных процессов	3
1.2. Колебательные системы	7
1.3. Частотные характеристики колебательных систем. Резонансные явления	15
1.4. Сложение колебаний	22
1.5. Модуляция	27
1.6. Распространение звука	34
1.7. Звуковые явления	40
2. Слуховое восприятие звуков	46
2.1. Интенсивность и уровни громкости	46
2.2. Частотные группы	49
2.3. Маскировка звуков	51
2.4. Градация звуков и интервалов. Строи	53
2.5. Высота музыкальных звуков	58
2.6. Пороги амплитудной и частотной различимости музыкальных звуков	62
2.7. Интервалы и сложные звуки	64
2.8. Комбинационные тоны	68
2.9. Фазовые соотношения тонов, переходные процессы и адаптация слуха	70
2.10. Бинауральный эффект	72
2.11. Тембр звуков	74
3. Классификация музыкальных инструментов. Акустические характеристики элементов струнных инструментов	82
3.1. Классификация музыкальных инструментов	82
3.2. Древесина дек	84
3.3. Струны	87
4. Фортепиано (пианино и рояли)	104
4.1. Устройство	104
4.2. Дека	105
4.3. Струнная одежда	115
4.4. Возбуждение струн	132
4.5. Клавишный механизм	144
4.6. Настройка	152
5. Щипковые музыкальные инструменты	159
5.1. Состав и особенности	159
5.2. Акустический аппарат	169
5.3. Струнная одежда	184
5.4. Возбуждение струн	191
5.5. Настройка	195

6. Смычковые музыкальные инструменты	200
6.1. Состав и особенности	200
6.2. Акустический аппарат	205
6.3. Волчий тон	230
6.4. Струнная одежда	233
6.5. Настройка	233
7. Язычковые музыкальные инструменты	235
7.1. Состав и особенности	235
7.2. Акустический аппарат	244
7.3. Расчет длин язычков	258
7.4. Типовые наборы голосовых планок и размеры входных камер	260
7.5. Клавиатурные механизмы гармоней, баянов, аккордеонов	268
7.6. Регистры и тембры	270
7.7. Особенности акустического аппарата тембровых язычковых инструментов	271
7.8. Настройка	273
8. Духовые музыкальные инструменты	276
8.1. Состав и особенности	276
8.2. Акустические характеристики	287
8.3. Мензура медных инструментов	299
8.4. Мензура деревянных инструментов	309
8.5. Влияние температуры на строй	316
8.6. Некоторые результаты исследований	317
9. Ударные музыкальные инструменты	322
9.1. Состав и особенности	322
9.2. Акустические параметры	327
9.3. Некоторые результаты исследований	335
9.4. Материалы звучащих тел	339
9.5. Настройка	341
10. Адаптеризация музыкальных инструментов	341
10.1. Назначение адаптеризации и основные виды адаптеризованных инструментов	341
10.2. Звукосниматели. Акустические качества индукционных звукоснимателей	343
10.3. Выбор места установки звукоснимателей	349
10.4. Темброблоки электрогитар	356
10.5. Конструктивные и электроакустические особенности струн электрогитар и их настройка	359
10.6. Влияние механического вибратора на точность настройки электрогитар	361
Список литературы	364