

ПОНЯТИЕ ЦЕНТА В МУЗЫКАЛЬНОЙ АКУСТИКЕ

Если кто-то полагает, что в области музыкальной акустики всё давно уже упорядочено и больше там делать нечего, дескать, бери и пользуйся, то это не совсем так! Оно может и упорядочено, но лишь для очень узкого круга специалистов, в основном «теоретиков», а многие из тех, которые «практики», особенно в области настройки фортепиано, либо в акустике мало понимают, либо пользуются её средствами «как попало». Это обнаруживается и при личных контактах, и в их высказываниях на различных специализированных интернет-форумах. Для склонных к лени людей, к коим имею несчастье принадлежать, чтобы принудить себя написать статью, нужны основания очень и очень веские. И таковые возникли, когда случилось столкнуться с тем, как некоторые коллеги-настройщики понимают и толкуют, что такое цент.

Термин «цент» произошёл от латинского «centum» (сто) и как всякий термин либо самостоятельно, либо в качестве корневой основы производных от него слов, действует по-разному в зависимости от контекста. В области формальной логики **цент** – это единица меры; в контексте военно-исторической науки это **центурия**, отряд из ста римских воинов; в вычислениях это **процент**, сотая доля чего-то; в экономике **цент** – это сотая доля номинала доллара (разумеется, не бумажки); **цент** в музыкальной акустике – это, по классическому определению, единица частотного интервала, равная $1/100$ полутона и, следовательно, $1/1200$ октавы (поскольку в октаве полутонов 12).

Итак, цент – это обычный музыкальный интервал, такой же как полутон, терция, квинта и прочие, ничем не лучше и не хуже их, только очень маленький. Но в отличие от остальных интервалов у него есть одна особенность. Если в неравномерных темперациях одноимённые интервалы могут иметь различные размерности (выражаемые в интервальных коэффициентах, например, большая секунда и $9/8$, и $10/9$, и др., а квинта может быть и чистой, пифагоровой, и темперированной, то есть суженной или расширенной; есть и такие системы темперации), то в границах полутона все его центы имеют размерность одинаковую, и только в разных полтонах, имеющих в структуре данного музыкального строя различные размерности, центы, входящие в эти полтоны, тоже имеют размерности различные.

Интервальный коэффициент цента определяют точно так же, как и коэффициент полутона. Сначала проиллюстрирую это на полтоне тех систем темперации, в том числе современной равномерной, где коэффициент

октавы 2/1, то есть где теоретические октавы акустически чисты (потому что бывают и расширенные, например, в строе Григоренко-Кордые, как я его называю). Предположим, что у нижнего звука такой октавы частота основного тона 220 Гц, а у верхнего, разумеется, 440 Гц. Понятно, что мы говорим об октаве $a-a_1$. Следовательно, соотношение частот её тонов 1:2. И ещё мы знаем, что этой октаве соразмерны 12 полутонов. И ещё мы знаем, что частота всякого последующего тона равна частоте всякого предыдущего тона, умноженной (при перемещении по звукоряду вверх) или поделённой (при перемещении вниз) на какую-то постоянную величину, которую назовём коэффициентом полутона и обозначим латинской буквой « i ». Итак, если частоту тона a принять за 1, то частоту тона $a^\#$ можно обозначить как $1 \cdot i$, а частоту тона b как $1 \cdot i \cdot i$, или, что то же самое, как $1 \cdot i^2$, а частоту тона c_1 как $1 \cdot i \cdot i \cdot i$, или, что то же самое, как $1 \cdot i^3$ и т. д. В конечном итоге частоту a_1 мы обозначим как $1 \cdot i^{12}$, а поскольку в соотношении 1:2 мы принимаем её за 2, то можем теперь записать всё это в виде формулы:

$$1 \cdot i^{12} = 2.$$

Следовательно, $i^{12} = 2 : 1$. И тогда:

$$i = \sqrt[12]{2:1} = 1,059463094\dots$$

Вернёмся к центу. Полутонов в октаве 12 (потому и степень была 12-я, и корень мы извлекали 12-й степени), центов в полутоне 100, следовательно, в октаве центов 1200. И теперь если вместо «12» мы подставим «1200», то получим интервальный коэффициент цента:

$$i = \sqrt[1200]{2:1} = 1,00057779\dots$$

Правомерен вопрос: зачем нам это нужно и как этим пользоваться? Покажем на примерах.

Возьмём квинту $a-e_1$. Если бы она была акустически чистой, то частота e_1 составила бы:

$$e_1 = 220 \cdot 3 : 2 = 330 \text{ Гц}.$$

Но квинта темперирована, и частоту в ней e_1 мы можем вычислить и с помощью коэффициента полутона, и с помощью коэффициента цента.

Сначала вычислим по коэффициенту полутона. Коэффициент полутона $i = 1,059463094$; В квинте 7 полутонов. Следовательно, интервальный коэффициент квинты равен $1,059463094^7$ или:

$$1,059463094^7 = 1,498307073.$$

Следовательно, частота e_1 составит (можете свериться по таблице):

$$220 \cdot 1,498307073 = 329,63 \text{ Гц}.$$

Теперь вычислим по коэффициенту цента. Везде, где указывают интервальный размер пифагоровой коммы, сообщают, что он округлённо

равен 23,5ц. В современном равномерно-темперированном строе мы обязаны распределить этот интервал по 12 квинтам, сузив каждую из них на 1/12 ПК. Следовательно, $23,5 : 12 = 1,958333...ц$. Интервальный коэффициент цента 1,00057779. Интервальный коэффициент 1/12 пифагоровой коммы, выраженной в центах, составит $1,00057779^{1,958333}$ или 1,0011318. Следовательно, частота $e_1 330 Гц$ в чистой квинте, пониженная в темперированной квинте на 1/12 ПК, составит:

$$330 : 1,0011318 = 329,63 Гц.$$

Кто пожелает убедиться в точности расчетов, может взять в руки или включить на компьютере инженерный калькулятор и всё тщательно проверить.

Понятно, что применение интервальных коэффициентов что полутона, что цента для производства расчётов в современном равномерно-темперированном строе бессмысленно, поскольку здесь всё давно уже посчитано и сведено в таблицы – бери и пользуйся! Но, предположим, настройщику заказали выполнить какую-нибудь конкретную неравномерную темперацию, оригинального плана настройки под рукой нет, но есть 3-й том Х.-Й. Форсса «Настройка пианино и роялей», а в нём таблица отклонений тонов заказанного строя от равномерно-темперированных дана... в центах! Потому что расчёты автор выполнил для настройщиков, работающих с тюнерами, шкалы которых градуированы в центах. Но если вы владеете вышеприведённой методикой расчётов, вам будет несложно вычислить частоту любого тона, затем по частотам тонов вычислить частоту биений в любом интервале и настроить интервал по этим биениям. Это и называется мастерством.

В заключение перечислим некоторые значимые характеристики в определении цента. Цент в музыкальной акустике – это не отвлечённое математическое понятие, а реальный музыкальный интервал. Поскольку цент музыкальный интервал, у него есть и нижний, и верхний тон. В силу того, что этот интервал очень мал, частоты его тонов почти равны, но не равны ни в коем случае! В системах неравномерной темперации полутоны могут быть неравномерными, но центы в границах любого полутона в любой системе темперации бывают только равномерными. Понятно, что у более широкого полутона и центы шире, а у более узкого уже. Центы можно называть равными только условно, если имеется ввиду их интервальное равенство, то есть равенство соотношений их тонов. Однако такое определение вводит непосвящённых людей в заблуждение, поэтому центы правильнее называть равномерными, а если речь о центах различной размерности, когда один шире, а другой уже, то их следует называть несоразмерными.